ARCHITECTURE HYDRAULIQUE, OU L'ARTE DE CONDUIRE, D'ELEVER, ET DE MENAGER LES...

Digitized by Google

1 L.2
1.2.171

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Ryssad inv. Sculp.

ARCHITECTURE HYDRAULIQUE.

Digitized by Google

ARCHITECTURE HYDRAULIQUE,

OU

L'ART DE CONDUIRE, D'ELEVER, ET DE MENAGER LES EAUX

POUR LES DIFFERENS BESOINS DE LA VIE.

PREMIERE PARTIE,

TOME PREMIER.

Par **M. BELIDOR**, *Commiſſaire Provincial d'Artillerie, Profeſſeur Royal des Mathématiques, aux Ecoles du même Corps, Membre des Académies Royales des Sciences d'Angleterre & de Pruſſe, Correſpondant de celle de Paris.*

A PARIS, RUE S. JACQUES,

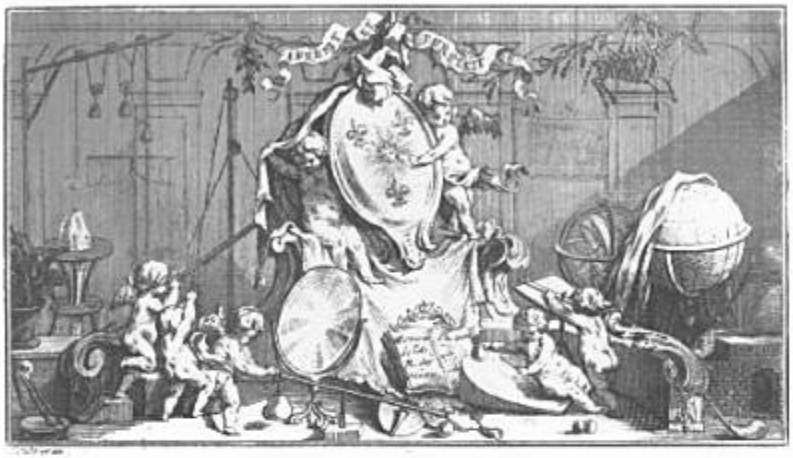
Chez CHARLES-ANTOINE-JOMBERT, Libraire de l'Artillerie, & du Génie, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

Digitized by Google

Digitized by Google



A MESSIEURS
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

MESSIEURS,

L'OUVRAGE que j'ai l'honneur de vous préſenter, Vous appartient à trop juſte titre, pour le mettre au jour ſous

Digitized by Google

d'autres auſpices que les vôtres. Ayant puiſé dans vos Mémoires, MESSIEURS, les connoiſſances qui m'ont ſervi de guide, que je ſerois ſatisfait ſi j'oſois me flatter d'avoir appliqué aſſez heureuſement vos penſées à la perfection de l'Architecture Hydraulique, pour que vous les trouviez encore dignes de n'être point déſavouées ! Car comment vous imiter dans la maniere de traiter les Sujets dont vous parlez? Sont-ils d'une ſublimité à paroître au-deſſus de l'eſprit humain ? Vous y atteignez ſans vous égarer ; vous les dépouillez de ce qu'ils ont d'abſtrait, pour les rendre ſenſibles, ſous des idées ſimples & riantes. Faut-il deſcendre à d'autres moins attrayans ? Vous leur donnez du relief : il ſuffit qu'ils intéreſſent la Societé, pour devenir l'objet de vos recherches ; vous ambitionnez d'inſtruire, & non de vous faire admirer : ennemis de toute oſtentation, vous évitez de courir après une fauſſe gloire, & cette conduite vous aſſure la véritable, ſeule capable de vous toucher.

C'eſt par des ſentimens auſſi purs, que vous donnez, MESSIEURS, de l'éclat à vos productions : & pourroient-elles n'en point avoir ? Elles qui annoncent à tout l'Univers que la Phyſique qui n'étoit préſentée que ſous un tiſſu de mauvaiſes conjectures, a été amenée, par vos ſoins, à des Expé-

Digitized by Google

riences raiſonnées, ſelon les Loix de la Mécanique, dont vous avez rendu les principes d'une fécondité merveilleuſe par l'art de décompoſer les mouvemens les plus compliqués. Que le Corps humain, ce chef-d'œuvre de la Création, a peu de reſſorts qui ne vous ſoient connus, & dont on ne puiſſe, mieux que jamais, réparer les accidens, par les moyens que fourniſſent vos découvertes dans la Botanique & la Chymie. Que vous avez enrichi l'Algebre & la Géométrie d'un nombre infini de nouvelles Méthodes qui ne laiſſent plus rien à deſirer pour la perfection des Arts qui peuvent y être ſoûmis. Qu'on ne peut vous refuſer l'avantage d'avoir aſſuré la Navigation, en déterminant les Longitudes, par le ſecours des nouveaux Aſtres que vous avez découverts dans le Ciel. Enfin que la juſteſſe de vos Obſervations Aſtronomiques, ſemble vous avoir acquis un droit ſur le partage de la Terre, puiſqu'en rectifiant la Géographie, vous avez renfermé dans ſes vrais limites, la portion qui appartenoit à chaque Nation.

Ce ſont ces progrès, ſurs de l'immortalité, qui ont rendu, MESSIEURS, votre Nom célébre juſques dans les Pays les plus reculés; & la Poſtérité en les admirant,

Digitized by Google

pourra-t'elle croire qu'un travail auſſi prodigieux, n'a commencé qu'avec les Conquêtes de LOUIS LE GRAND, *votre auguſte Fondateur, dont l'Hiſtoire ne pourra tracer la brillante carriere, ſans vous faire partager les Lauriers conſacrés aux Grands Hommes qui ont contribué à rendre ſon Régne floriſſant. Celui ſous lequel nous vivons, ne vous eſt pas moins glorieux; également protégés du Monarque qui nous gouverne avec autant de juſtice que de ſageſſe, quel fruit n'a-t'on pas lieu d'eſperer de la continuation de vos travaux, & des nouvelles Obſervations que vous faites actuellement par ordre de Sa Majeſté, dans des climats ſi oppoſés & ſi éloignés du nôtre. Les ſçavantes richeſſes que vos illuſtres Membres doivent en rapporter, ſont d'un bien plus grand prix, & intéreſſent beaucoup plus nos vœux que toutes celles qu'on a coutume d'y aller chercher.*

Eſt-il ſurprenant, après cela, MESSIEURS, *ſi les perſonnes les plus diſtinguées par leur naiſſance, s'empreſſent d'occuper une place parmi Vous, & ſi le plus Grand Empereur qu'ait eu la Ruſſie, s'en eſt fait un mérite particulier? Ce Prince, né pour remplir la plus glorieuſe de toutes les deſtinées, avoit conçû le vaſte projet de créer*

Digitized by Google

dans ses Etats, un peuple nouveau, & jugeant que les Sciences pourroient en adoucir les mœurs, il ſentit l'avantage d'entretenir avec Vous une étroite Correſpondance, ſurtout, lorſque frappé de votre exemple, il s'apperçut qu'elles étoient auſſi propres à former le cœur qu'à éclairer l'eſprit.

En effet, MESSIEURS, c'eſt par la candeur qui anime vos actions, que vous inſpirez le goût des belles connoiſſances, tandis que la nobleſſe & l'énergie qui regnent dans vos Ecrits, déterminent à les cultiver. La ſatisfaction d'y voir le vrai dans tout ſon jour, l'eſpérance d'y acquerir plus d'étendue de génie, plus de pénétration & plus de juſteſſe, ſont des attraits trop puiſſans pour ne point aſpirer à ſuivre vos traces.

Cependant, quoiqu'un penchant de ce caractere paroiſſe bien déſintéreſſé, vainement voudroit-on inſinuer qu'en cherchant à vous imiter, MESSIEURS, l'on n'a d'autres vûes que l'utilité publique? Il ſe rencontre toujours quelques motifs perſonnels difficiles à déguiſer; le mien, je l'avoue, s'eſt renfermé au deſſein de vous plaire; c'eſt un ſentiment qui n'a ceſſé d'exciter mon émulation, & que vous-même avez fait naître par l'approba-

Digitized by Google

PREFACE.

QUAND on examine un peu ſévérement les différens Travaux qui ſont du reſſort de la Mécanique, l'on eſt choqué du peu de préciſion qui regne dans leurs parties qu'on détermine preſque toujours au hazard, ſans ſuivre aucunes regles certaines par leſquelles on puiſſe approcher le plus près qu'il eſt poſſible de la perfection; parce que pour y arriver, il faudroit remonter au principe des choſes, & avoir un ſentiment oppoſé à celui d'un préjugé aſſez général, que la Pratique eſt préferable à la Théorie. L'erreur de bien des gens ſur ce point, étant la principale cauſe des fautes qui ſe commettent, je vais eſſayer de la détruire, parce qu'enſuite je pourrai mieux inſinuer la fin que je me ſuis propoſée dans ce Traité.

Tout le monde conviendra que pour rendre un Ouvrage accompli, il faut qu'il ſoit conſtruit ſolidement, qu'il réponde bien à ſon objet, & que la dépenſe ſoit tellement ménagée, qu'elle ne paroiſſe répandue que ſur ce qui eſt indiſpenſablement néceſſaire.

Ces conditions ſont ſi naturelles, qu'on ſeroit porté à croire qu'il n'y a point d'apparence que les gens du Métier s'en écartent jamais, ſi l'évenement ne prouvoit quelquefois le contraire; mais comme elles ſont bien plus difficiles à remplir qu'on ne penſe, on n'eſt pas toujours en droit de leur en faire un reproche légitime, ils méritent au contraire bien plus d'excuſe que de blâme, d'être parvenus à faire les choſes auſſi paſſables qu'elles le ſont, ſans d'autre

Digitized by Google

ſecours que celui qu'ils ont tiré des réflexions qu'une longue expérience leur a ſuggeré; car il faut convenir qu'il ſe rencontre des Praticiens qui trouvent dans la ſuperiorité de leur génie des reſſources merveilleuſes, & qu'en général, c'eſt aux perſonnes de ce caractere que l'on eſt redevable de ce qu'il y a de plus heureuſement imaginé dans les Arts; mais que l'on y prenne garde, lorſqu'on eſt capable de méditer un projet & de captiver long-tems ſon attention ſur une même choſe pour en développer toutes les faces, afin de ne ſe déterminer qu'en faveur du parti le plus avantageux; cette maniere de penſer eſt une vraye théorie, à laquelle on doit le ſuccès qui en eſt la ſuite; alors ſans le ſçavoir on imite les Géométres, on en a l'eſprit & les vûes, puiſqu'on cherche à parvenir au même but. Toute la différence, c'eſt que les uns y arrivent ſans s'égarer par une voye dont ils connoiſſent la marche, au lieu que les autres privés des lumieres qui pourroient les guider, ſont expoſés à faire bien des faux pas. Quand il faut meſurer exactement des efforts, dont les directions, les leviers, les appuis ne ſont pas ſenſibles, ce ſont toujours des recherches fort difficiles. Il ſe rencontre ſouvent des cas où les puiſſances dont on doit conſidérer l'action, renferment des rapports ſi compliqués, qu'il n'eſt pas poſſible de les appercevoir ſans le ſecours d'une théorie fort délicate, à laquelle on ne peut atteindre ſi l'on n'eſt prévenu d'un grand nombre de connoiſſances acquiſes par une étude ſuivie. Il eſt des choſes eſſentielles à ſçavoir que l'expérience n'apprend point, & qu'on ne peut ignorer quand on veut voir clair à ce qu'on fait. Je m'en rapporte à la bonne-foi de ceux qui ſont travailler depuis long-tems; il n'y en a pas qui n'ayent ſenti dans mille occaſions qu'il leur manquoit de certains principes dont ils auroient voulu être inſtruits. La plûpart ont entamé une carriere qui n'étoit pas

Digitized by Google

encore frayée, & même fourni aux Sçavans des nouveaux ſujets d'exercer leur ſagacité. Il ſeroit bien juſte que ces derniers à leur tour, leur donnaſſent des maximes pour agir plus exactement. Dans quelque claſſe qu'on ſoit placé, nous devons concourir unanimement aux biens de la Societé; c'eſt un devoir indiſpenſable qui doit faire la principale qualité d'un bon Citoyen; que ſi l'on étoit en droit d'accuſer d'un peu de négligence ceux qui ont la conduite des Ouvrages qui intéreſſent l'Etat, ce reproche devroit principalement regarder les jeunes gens, qui peu touchés des devoirs du parti qu'ils ont embraſſé, affectent d'exalter la pratique au mépris de la théorie, eſperant par-là autoriſer leur peu de goût pour l'étude; mais connoiſſent-ils cette pratique à laquelle ils veulent ſe borner? Ils n'en peuvent avoir qu'un ſentiment confus; ſans expérience & ſans faire uſage de leur jugement, ſçavent-ils le parti qu'il faudra prendre dans les cas difficiles qui peuvent ſe préſenter? Occupés d'objets frivols, ils s'entretiennent dans un état de médiocrité ſans ſe mettre en devoir d'acquerir de la diſtinction, & ſans refléchir qu'on s'inſtruit bien lentement quand on n'apprend les choſes que lorſque la néceſſité nous oblige de les conſiderer. D'ailleurs ce ſeroit un grand abus de ſe prévaloir de l'exemple de leurs Anciens qui n'ont pas laiſſé de ſe rendre recommandables par un chemin ſi long; s'ils avoient eu les mêmes ſecours qu'aujourd'hui, il n'y a point de doute qu'ils n'en euſſent fait un meilleur uſage, & je ne veux d'autre preuve que le merite d'avoir preſque tiré de leur propre fond ce qu'ils ont d'acquis.

Si bien des gens penſent que les Mathématiques ſont d'une foible reſſource pour rectifier la pratique, cela vient de deux cauſes. La premiere de ce qu'ils veulent limiter l'étendue d'une Science qu'ils ne connoiſſent pas. La ſe-

conde de ce que les Mathématiciens n'ont point aſſez appliqué à la perfection des Arts les conſéquences qu'ils pourroient tirer de leurs principes; car excepté les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences où l'on trouve un grand nombre de recherches utiles ſur toutes ſortes de ſujets, nos Livres de Mathématiques ſont d'une ſi grande ſechereſſe, qu'il n'eſt pas ſurprenant que les Praticiens n'y trouvent point aſſez d'attraits pour y puiſer les connoiſſances qui leur ſeroient eſſentielles : ils s'en tiennent ordinairement à quelques petits Traités de Géométrie & de Mécanique, & lorſqu'ils y ont appris l'uſage qu'on peut faire de quelques propoſitions générales, ils s'imaginent en ſçavoir aſſez. Pour l'Algebre elle n'eſt propre qu'à ſervir d'amuſement à ceux qui ont aſſez de conſtance pour s'occuper de queſtions difficiles qui ne menent à rien. Cependant comme elle eſt abſolument néceſſaire pour réſoudre une infinité de cas qui ſe préſentent tous les jours dans la conſtruction des Travaux, c'eſt pour les déſabuſer d'une opinion ſi injuſte, & leur montrer la néceſſité de la théorie, que j'ai entrepris d'écrire ſur l'Architecture Hydraulique, qui en eſt beaucoup plus ſuſceptible que la civile. Comme on n'ignore point l'importance d'un ſujet qui intéreſſe autant les beſoins de la vie, j'ai cru qu'en m'appliquant à le traiter avec exactitude, on me ſçauroit gré d'employer auſſi utilement les momens de loiſir dont je puis diſpoſer; je crains ſeulement que ceux qui n'ont pas l'uſage de l'Algebre, & qui ſe ſont déja plaints de ce que j'en avois répandu dans mes autres Ouvrages, ne murmurent d'en trouver beaucoup dans celui-ci; mais comment veulent-ils qu'on faſſe? elle eſt devenue la clef de toutes les découvertes, il n'eſt pas poſſible de s'en paſſer, dès qu'on veut agir avec préciſion; ce n'eſt que par ſon moyen que l'on peut déduire des Méthodes pour opter ſûrement dans la

Digitized by Google

pratique. Le calcul litteral a cela d'avantageux, qu'il ménage la capacité de l'esprit en lui présentant une infinité d'objets sous l'expression la plus simple, sans être distrait par la complication de leurs rapports; il suffit de n'avoir attention qu'aux regles du calcul, & la plume seule conduit directement à la résolution qu'on cherche, qui devient ensuite une formule générale pour toutes les questions semblables, sans avoir besoin d'autres démonstrations que celles que l'on tire de l'évidence du calcul même dont les opérations sont fondées sur de simples axiomes. Souvent une seule expression littérale donne jour à une Science entiere, dont on développe sans peine toutes les conséquences les unes après les autres, comme on en pourra juger par la maniere dont nous avons exprimé les regles du mouvement, & celles de la mesure des Eaux. Cependant mon dessein ayant été de faire ensorte que cet Ouvrage devint utile à tous ceux qui le liroient, j'ai eu soin d'exposer en forme de maximes toutes les regles que j'ai déduites de l'Analyse ordinaire & des nouveaux calculs : j'ai même appliqué ces Maximes à des exemples numériques, pour qu'on se les rendît plus familieres & qu'on s'en servît avec la même confiance, que la plûpart ont ordinairement pour les opérations de la Géométrie Pratique, quoiqu'ils ignorent la théorie qui les a fournies.

J'étois à la veille de mettre au jour le Traité que j'avois promis en 1729. sur l'Architecture Hydraulique, qui ne devoit embrasser, (comme je l'ai annoncé alors) que les différens Ouvrages de Maçonnerie, Charpente, Fascinage qui se font dans l'eau, lorsque voulant faire le projet d'une Machine pour élever l'eau, je fus fort surpris de ne sçavoir comment m'y prendre pour en déterminer exactement toutes les parties de maniere à satisfaire un bon esprit qui m'auroit demandé compte de la disposition de chaque

piece, la raiſon de leur dimenſion, celle du degré de viteſſe qui pouvoit leur convenir, combien il devoit paſſer d'eau au reſervoir, s'il n'étoit pas poſſible d'en faire monter davantage par l'action d'une puiſſance limitée, en tenant compte des frottemens; ſi on ne pouvoit pas remplir le même objet avec plus de ſimplicité & à moins de frais: en un mot, ſi je pouvois me flatter de n'avoir rien à craindre de l'examen d'un Juge éclairé, diſpoſé à ne faire aucune grace.

Ne me ſentant point capable de remplir toutes ces circonſtances, j'avouerai ingénument que je fus déconcerté de me trouver ſi dénué; j'avois cependant appris depuis long-tems les Principes de la Mécanique & du mouvement des Eaux dans nos meilleurs Auteurs, & même écrit ſur ces matieres, que je croyois poſſéder paſſablement; mais ſouvent on s'imagine avoir dans l'eſprit un enchaînement de connoiſſances, & lorſque l'occaſion ſe préſente d'en faire uſage, on n'y trouve que des veſtiges ſans ordre & ſans liaiſon; il arrive même que la bonne opinion que nous avons de nos foibles lumieres eſt un obſtacle qui empêche d'en acquerir de plus étendues, parce que l'on croit ſçavoir beaucoup, faute de connoître ce qui nous ſeroit encore néceſſaire; & ſuppoſant qu'on ſente ce qui nous manque, cela ne ſuffit pas, il faut ſçavoir où l'acquerir, & c'étoit là mon embarras, perſonne n'ayant écrit ſur les Machines dans le goût que je viens d'inſinuer; c'eſt pourquoi je formai le deſſein de m'y appliquer ſérieuſement, & de communiquer mes recherches à ceux qui ſeroient dans le même cas où je m'étois trouvé; ainſi je ne ſongeai plus qu'à m'inſtruire, pour me mettre en état d'inſtruire les autres, ne pouvant me réſoudre de laiſſer en arriere un ſujet auſſi intéreſſant, & qui manquoit à mon Traité pour le rendre complet. Je réſolus donc

Digitized by Google

d'embraſſer généralement tout ce qui avoit rapport à la maniere de conduire, d'élever & de ménager les Eaux, ſans me mettre en peine de la longueur du travail, ni du mécontentement qu'alloit cauſer le retardement de l'impreſſion de mon Ouvrage, perſuadé que quand il paroîtroit, on me ſçauroit gré d'avoir fait mes efforts pour mériter la bonne opinion que le Public marquoit en avoir conçu par ſon impatience à le voir paroître. Au reſte, pour ne point ennuyer par un plus long détail, l'on ſçaura que je l'ai diviſé en deux Parties; comme il n'eſt queſtion préſentement que de la premiere compriſe en quatre Livres, en voici l'objet.

Le premier Livre eſt une Introduction à l'Ouvrage entier : on a crû que pour l'intelligence de ceux qui ignoroient les Principes de la Mécanique, ou qui les ayant appris, ne les avoient pas aſſez préſens pour en ſentir l'application; il convenoit de commencer par leur en donner un Traité Préliminaire, écrit de façon qu'ils puiſſent ſe former une idée juſte des différens mouvemens qui ſe rencontrent dans les Machines compoſées, pour en calculer l'effet, quelles que ſoient les directions de la puiſſance & du poids. Ce Traité eſt accompagné de la théorie du mouvement & du choc des corps, afin d'en déduire les Regles de l'Hydraulique par des voyes plus courtes & plus claires que celles qu'on a ſuivies juſqu'ici.

L'on examine enſuite la réſiſtance cauſée par le frottement, la maniere d'en calculer le déchet dans toutes ſortes de cas, pour y avoir égard dans la pratique. Ce Sujet eſt traité à fond, & appliqué à des exemples propres à éclairer inſenſiblement l'eſprit ſur les avantages & les défauts de toutes les Machines : on y a joint des Maximes ſur ce qu'il faut obſerver lorſqu'on veut faire un projet & mettre le Lecteur en état d'en faire par lui-même dans

Digitized by Google

toute la perfection qu'il eſt poſſible d'atteindre. Pour qu'on ſçache à quoi peut ſe réduire la force des hommes & des chevaux dans les différentes attitudes qu'ils ſont obligés de prendre pour mouvoir une Machine; l'on a tiré du raiſonement & de l'expérience les regles convenables à ce ſujet.

Pour remplir parfaitement l'objet de cet Ouvrage, on a crû devoir enſeigner tout ce qu'on pouvoit dire d'eſſentiel ſur le mouvement des Eaux; c'eſt auſſi la partie que l'on trouvera travaillée avec le plus de ſoin. On y traite du niveau & de l'équilibre des Liqueurs, de l'action de l'eau contre les Parois des vaiſſeaux qui la contiennent, afin d'en tirer les regles pour en meſurer la pouſſée, & proportionner la réſiſtance qu'on peut lui oppoſer de la part des Bâtardeaux, Digues, Levées, Ecluſes, &c. On montre enſuite la maniere de meſurer la dépenſe des Eaux qui coulent par des Orifices ou Pertuis, ſelon quelques directions que ce ſoit; & comme on peut eſtimer le déchet cauſé par le frottement contre les bords, comme on doit calculer la force du choc des courans contre les ſurfaces oppoſées; enfin ce qui arrive aux corps plongés dans l'eau, ſoit qu'ils ſurnagent ou qu'ils deſcendent au fond.

L'eau étant de tous les agens celui dont on tire le plus d'avantage pour faire agir les Machines: tout le ſecond Livre roule ſur l'application qu'on en peut faire aux roues de différentes ſortes de Moulins, & ſur la viteſſe qu'elles doivent avoir par rapport au courant qui les meut, afin que la machine ſoit capable du plus grand effet: on y donne la deſcription de pluſieurs ſortes de moulins à bled fort ingénieux; la maniere de découvrir par le calcul la force qu'il faut pour les mouvoir, le produit dont ils peuvent être capables relativement à la peſanteur & à la viteſſe de la meule. On fait entrer dans ces calculs la réſiſtance cauſée par les frottemens, & tout ce qu'il peut y avoir d'intéreſſant

d'intéreſſant de théorie & de pratique dans ces ſortes de Machines; on fait voir auſſi comme l'on peut ſe ſervir du flux & reflux de la mer, pour faire tourner des roues toujours du même ſens; la maniere de conſtruire des Moulins à bras, & d'autre mis en mouvement par des chevaux à l'uſage des Places de Guerre.

On décrit enſuite les Moulins à ſcier, on fait l'analyſe de toutes les parties qui entrent dans leur compoſition, & on en calcule l'effet ſelon la groſſeur des pieces de bois que l'on veut débiter; on en rapporte auſſi d'autres pour ſcier des blocs de pierre, d'autres pour percer des tuyaux de bois pour la conduite des Eaux; d'autres enfin pour pulveriſer des matieres, comme par exemple, celles qui entrent dans la compoſition de la Poudre à Canon.

Tous ces Moulins ſont accompagnés de recherches ſur ce qui peut les rendre parfaits, des calculs qui embraſſent les frottemens & tous les accidens inſéparables de la pratique, qu'on a ſoumis à des regles ſi claires & ſi ſenſibles qu'avec une médiocre attention, le Lecteur peut acquerir inſenſiblement des connoiſſances, qui lui donneront un ſentiment éclairé ſur toutes ſortes de Machines.

Les Moulins à Chapelet étant regardés avec raiſon comme les Machines les plus commodes pour les épuiſemens, on en a rapporté de toutes ſortes d'eſpeces, avec les calculs de la force néceſſaire pour les mettre en mouvement, & du produit dont ils peuvent être capables. Lorſqu'ils agiſſent ſur des plans inclinés, on fait voir quel angle le Plan doit former avec l'horiſon, pour que le Chapelet épuiſe le plus d'eau qu'il eſt poſſible dans un tems déterminé. On compare l'effet de ces Chapelets avec celui de quelques autres Machines au même uſage, pour faire ſentir ſur leſquels doit tomber la préference. Enfin on décrit pluſieurs ſortes de roues à eau, ſoit pour les épuiſemens, ſoit pour l'élever dans un reſervoir.

Digitized by Google

Le troiſiéme Livre commence par une diſſertation fort étendue ſur les proprietés de l'air; de quelle maniere l'eau monte par aſpiration; l'uſage qu'on peut faire de la dilatation & de la condenſation de l'air; la force que ſon reſſort acquiert par la chaleur pour mouvoir les Machines, tirées des expériences faites en France & en Angleterre; ce qui peut ſervir d'introduction à la Phyſique, & à expliquer les effets des Pompes aſpirantes, & des Machines à élever l'eau par le moyen du feu. Cette diſſertation eſt ſuivie de la maniere de calculer la force du vent, de l'avantage qu'on en peut tirer pour deſſécher un Pays aquatique, ou pour arroſer un terrein aride, dont on rapporte des exemples.

Enſuite l'on décrit les proprietés de toutes les Pompes qui ont été imaginées juſqu'ici : on en fait voir les défauts & les avantages, à quel degré de perfection on peut les porter. On eſt entré dans un détail circonſtancié ſur toutes leurs parties principalement ſur les Piſtons & les Soupapes; ce que l'on a fait avec d'autant plus de ſoin, qu'il paroît que ce ſujet n'a pas encore été examiné ſérieuſement.

Après avoir conſideré les Pompes en elles-mêmes, on rapporte un grand nombre de machines pour les faire mouvoir; les unes à l'uſage des Particuliers, dans leſquelles je comprens celles dont on ſe ſert aux incendies; les autres propres à entretenir les Fontaines d'une Ville. On donne pour exemple les plus belles qui ſont actuellement exécutées en différens endroits de l'Europe; miſes en mouvement par les Animaux, le cours des Rivieres & la force du feu : ces dernieres ont été inventées depuis peu par les Anglois, qui ont ſçu tirer du feu l'agent le plus puiſſant qu'il y ait dans la nature, & le ménager avec tant d'art, qu'on peut regarder ce qu'ils ont fait là-deſſus comme le chef-d'œuvre de l'eſprit humain; auſſi n'ai-je épargné ni ſoins

Digitized by Google

ni dépenſes pour en donner un détail exact, ayant été moi-même pluſieurs fois ſur les lieux, & reçû de la part de Meſſieurs de la Societé Royale de Londres toutes les lumieres que je pouvois déſirer.

On donne dans le quatriéme Livre pluſieurs moyens pour faire que l'eau d'une ſource s'éleve d'elle-même beaucoup au-deſſus de ſon niveau, pourvû qu'on ait une chûte, en ſe ſervant de la force dont l'eau eſt capable par ſa pouſſée, ſans employer aucune des parties qui entrent dans la compoſition ordinaire des Machines, qui eſt une découverte importante faite depuis peu.

On trouvera enſuite une Diſſertation ſur l'origine des Fontaines, la maniere de les découvrir & d'en conduire les eaux, ſoit par des Tranchées ou par des Aqueducs ; la conſtruction des Baſſins, Reſervoirs & Citernes pour la conſerver ; la maniere de les diſtribuer aux Fontaines d'une Ville & aux Particuliers, à quoi l'on joint pluſieurs Machines pour la tirer des puits fort profonds.

Comme rien n'eſt plus agréable à la vûe pour la décoration des Jardins que les eaux jailliſſantes, on s'eſt fort étendu ſur la maniere de les diriger, en faiſant voir comme avec une petite quantité (qu'on a l'art de répéter pluſieurs fois) l'on peut, ſans une grande dépenſe, offrir un ſpectacle des plus rians. L'on donne pour exemple ce qui a été exécuté dans ce goût-là à Verſailles, Marly, Saint-Cloud, Chantilly, Sceaux, Liancourt, & dans les Pays Etrangers, afin que ceux qui ſeront dans le deſſein d'embellir leurs Jardins puiſſent trouver ce qui leur convient, eu égard à la dépenſe qu'ils ont envie de faire & à la ſituation des lieux, & qu'en général le Lecteur puiſſe être en état de juger de la beauté des objets de cette eſpece qui intereſſeroient ſa curioſité. Je ne dis rien ici des Machines pour élever l'eau dans le Réſervoir qui doit donner l'ame

à toutes ces choſes, lorſqu'il n'y a point de ſource naturelle ſuperieure, parce qu'elles ſe trouvent compriſes dans celles dont j'ai parlé précedemment, dont on pourra faire le choix.

Voilà en gros ce qui compoſe la Premiere Partie. A l'égard de la ſeconde qui doit traiter de la maniere de rendre les Rivieres navigables, & d'en faciliter la communication par les Canaux; de la conſtruction des Ponts, Aqueducs, Ecluſes, Baſſins, Carenes, Quays, Jettées, Riſbans, Fanaux, & autres Ouvrages qui ſe font aux Places Maritimes; je continue à y travailler pour la mettre ſous la preſſe, le plutôt qu'il me ſera poſſible; j'inſtruirai le Public du tems où elle pourra paroître.

La conformité du mérite de M. Frezier avec celui des grands hommes, à qui j'ai conſacré cette Premiere Partie de mon *Architecture Hydraulique*, eſt trop généralement reconnue pour héſiter de le faire participer à mes ſentimens de reconnoiſſance, puiſque ſi l'on y trouve les matieres traitées avec quelque Méthode, c'eſt à ſes conſeils que j'en ſuis redevable. Le bel Ouvrage qu'il vient de donner au Public ſur la Coupe des Pierres, eſt un ſûr garand des lumieres qu'il eſt en état de communiquer: il deſaprouvera ſans doute cette marque autentique de ma ſenſibilité, mais je ſuis intereſſé à faire voir que l'ingratitude n'eſt pas mon défaut.

Digitized by Google

Additions & corrections dans ce Volume.

Pag. Lig.

4 19 auroit fait parcourir, *liſez* fait parcourir.

ibid. 20 lui auroit fait parcourir, *liſez* lui fait parcourir.

ibid. 25 depuis juſqu'en I, *liſez* depuis B juſqu'en I.

ibid. 26 auroit fait parcourir, *liſez* fait parcourir.

ibid. 27 lui auroit fait parcourir, *liſez* lui fait parcourir.

ibid. 30 ſeront encore priſes enſemble égales à BC, ainſi le tems, &c. *liſez* ſont priſes enſemble, égales à BC, & toutes celles comme HI, KL ſont égales à Bi ; ainſi le tems, &c.

17 5 figure 9, *liſez* figure 19.

22 7 parallele à TE, *liſez* parallele à TF.

29 *penultiéme.* le chemin du poids où il ſe ſera élevé, *liſez* la hauteur où le poids ſe ſera élevé.

39 16 non plus que, *liſez* il n'y a plus que.

49 4 *effacez*, & des eſpaces reciproquement.

55 38 16 pieds 1 pouce 5 lignes, *liſez* 18 pieds 11 pouces 7 lignes 8 points.

56 13 *effacez*, pour aller dans le lieu le plus bas.

ibid. antepenult. $\frac{EF}{H}$, *liſez* $\frac{FH}{E}$.

57 2 $\frac{ef}{H}$, *liſez* $\frac{fh}{e}$.

ibid. 3 Art. 179. Effacez le premier *alinea* de cet Article, qui compoſe dix lignes, & mettez ceci en place.

179. La premiere & la ſeconde équation générale (Art. 166 & 167) donnent $FuEs = fVeTT$, & $FVs = fuTT$; ayant $Fu = fV$, (166) il faut les tranſpoſer de membre pour que E & *e* ne ſe détruiſent pas en ſubſtituant les valeurs de F & *f*. Alors faiſant la ſubſtitution & effaçant $Fu = fV$, il viendra $hEEs = HeeTT$.

Pour avoir la ſeconde équation il faut ſubſtituer les valeurs de F & *f* dans la formule $FVs = fuTT$, & après avoir effacé $Fs = fT$, (167) tranſpoſer $Vs = uT$, il viendra $hVEs = HueT$.

On fera le même uſage de ces deux regles, &c.

58 1 dans les mêmes, *liſ.* dans ces mêmes.

ibid. 24 V, e :: , *liſez* V, u : : , &c.

Pag. Lig.

59 24 qu'ils ont à, *liſ.* qu'il y a à parcourir.

63 20 NS, *liſez* la ſuperficie NS.

64 7 $dt = \frac{dx}{u}$, *liſez* $dt = \frac{dz}{u}$.

ibid. 10 (*du*), *liſez* (*dz*)

65 27 $\frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{az-xx}}$, *liſez* $\frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{az-xx}}$.

66 2 eſt à $\frac{ADE}{\sqrt{a}}$, *liſez* eſt à $\frac{2ADE}{\sqrt{a}}$.

66 16 $dt = \frac{dz}{\sqrt{KP=zc-z}}$, *liſ.* $\frac{dt =}{\sqrt{KP=zc-z}}$

ibid. 17 *n*SN, *liſez* *nq*N.

ibid. 18 NS, *liſez* N*q*.

68 2 eſt à $\frac{7}{17}$, *liſez* eſt à $\frac{7}{11}$.

73 25 par 1000, *liſez* par 10000.

77 7 inflexible, *liſez* flexible.

79 24 les paralleles *ee*, *liſ.* les paralleles *cc*.

ibid. penult. du point *u*, *liſez* du point *n*.

81 12 un circuit de recherches, *liſez* des recherches très-compliquées.

89 4 du rayon du moyeu, *liſez* du rayon de l'eſſieu.

90 6 $\frac{3ap}{3c+b} = p$, *liſez* $\frac{3aP}{3c+b} = p$.

ibid. 21 ($\frac{bp}{3a} + \frac{cp}{b}$, *liſez* $\frac{bp}{3a} + \frac{cp}{a}$.

93 6 comme *f* eſt à *b*, *liſ.* comme *f* eſt à *c*.

96 *derniere* au point *h*, *liſez* au point H.

97 26 $\frac{ap}{x}$, *liſez* $\frac{aq}{x}$.

ibid. 27 $= \frac{apy}{bx}$, *liſez* $= \frac{aqy}{bx}$.

ibid. 28 $\frac{adpy}{bcx}$, *liſez* $\frac{adqy}{bcx}$.

101 3 la valeur de Z, *liſez* la valeur de *z*.

105 20 & ſuiv. au lieu de, il faudra dans la formule déterminer la ligne AE par la diſtance du centre de la roue au milieu de la racine d'une des dents, alors elle deviendra, &c. *liſez* il faudra dans la formule au lieu de AD prendre AE, alors elle deviendra, &c.

ibid. 27 comme le produit des rayons des pignons au produit, &c. *liſez* comme le produit des rayons des pignons eſt au produit, &c.

106 30 qui donne à peu près $\frac{7}{5}$, *liſez* qui donne $\frac{10}{9}$.

ibid. 32 ou par $\frac{1}{2}$. *liſez* ou par $\frac{6}{7}$.

Digitized by Google

Pag.	Lignes.	
ibid.	34	contribue à augmenter le frottement des parties qui ſe frottent, &c. *liſez* contribue à augmenter celui des parties qui ſe frottent, &c.
107	11	par $\frac{1}{7}$, *liſez* par $\frac{9}{10}$.
ibid.	13	par $\frac{1}{7}$, *liſez* par $\frac{1}{6}$.
108	27	$x = \frac{13}{13}$ Q, *liſez* $x = \frac{10}{18}$ Q.
ibid.	31	*par tout où il y a* $\frac{7}{5}$ *liſez* $\frac{10}{9}$.
ibid.	33	$\frac{7}{5}$, *liſez* $\frac{10}{9}$.
109	4	$+\frac{7nhfl}{5mged}$ *liſez* $+\frac{10nhfl}{9mged}$.
ibid.	5	$x = \frac{p \times 90edgbmn}{95acegm \times 126bfinh}$, *liſez* $x = \frac{p \times 162bdegm}{171acegm + 180bfhlis}$.
ibid.	6	$R = \frac{nx}{m} = \frac{p \times 90edgbmn}{95acegmm + 126bfinhm}$ *liſez* $R = \frac{nx}{m} = \frac{p \times 162bdegmn}{171acegmm + 180bfhlmn^2}$
110	20	dans le rapport de 7 à 5, *liſ.* de 10 à 9.
ibid.	24	comme 3 eſt à 2, *liſ.* comme 6 eſt à 5.
ibid.	28	dans le rapport de 2 à 1, *liſ.* de 5 à 4.
ibid.		*antepenultiéme* que les $\frac{3}{7}$, *liſez* que les $\frac{5}{9}$.
ibid.		*penult.* que $\frac{1}{2}$, *liſez* que $\frac{4}{7}$.
128	14	CIKE, *liſez* CIKF.
129	8	en équilibre avec elles, *liſ.* entr'elles.
135	28	le pouce cylindrique 4 gros & 13 grains, *liſez* 4 gros & 5 grains.
137	19	la colomne d'eau LIKH, *liſez* LIKM.
ibid.	23	& LIKH, *liſez* & LIKM.
ibid.		*derniere* les colomnes AM, *liſez* les colomnes AH.
138	38	il ſuit que le filet, *liſez* il ſuit que ſi le filet.
139	8	ayant 12 pieds, *liſez* ayant 10 pieds.
142	35	un point Z, *liſez* un point L.
144	23	le ſiphon IOPK, *liſez* la colomne IOPK.
156	13	de 175 ℔, *liſez* de 218 $\frac{1}{4}$.
ibid.	15	eſt à 175 ℔, ainſi 356, *liſez* eſt à 218 $\frac{1}{4}$, ainſi 156.
ibid.	16	de 175 ℔, *liſez* de 140 ℔.
161	12	du demi cylindre QOMBUR, *liſez* du demi cylindre QOMNUR.
162	16	celle de l'onglet OLBA, *liſez* celle de l'onglet OLBM.
163	29	triangle CDE, *liſez* triangle CDB.
ibid.	30	de la trente-neuviéme figure, *liſez* de la quarantiéme figure.
ibid.	35	le dernier cercle, *liſ.* le demi-cercle.
164	35	n'ayant aucun égard qu'à, &c. *liſez* n'ayant égard qu'à, &c.
165	7	ainſi on aura (15), *liſez* ainſi on aura (54).

Pag.	Lignes.	
ibid.	8	$\frac{2a-2b}{3}x = \frac{2a}{3}$, *liſez* $\frac{2a-2b}{3}x = \frac{2a}{3}$.
167	9	dans le poids T, *liſ.* dans le poids P.
ibid.	11	dans le poids Q, *liſ.* dans le poids T.
ibid.	28	prenant le poids T, *liſ.* le poids P.
ibid.	31 & 32	ainſi le poids Q, *liſ.* le poids T.
171	9	$\frac{u \times um}{V}$, *liſez* $\frac{u \times uM}{V}$.
174	21	il lui faudra, *liſez* il faudra à ce dernier.
175	35	des quantités d'eau priſes, des orifices, &c. *liſez* des quantités d'eau priſes directement, des orifices, &c.
177	21	qui donne 676 $\frac{2}{3}$, *liſez* qui donne 675.
180	31	(racine du diviſeur 7), *liſez* (racine du diviſeur 9).
183	31	ou $\frac{25}{4}$ eſt à 144, *liſez* ou $\frac{25}{8}$ eſt à 144.
ibid.	33	de 1304 $\frac{1}{2}$, *liſez* de 1191 $\frac{11}{12}$.
ibid.	34	d'environ 3 pouces 1 point, *liſez* de 2 pouces 10 lignes 6 points $\frac{1}{4}$.
184	23	(448), *liſez* (442).
187	15	que lorſque les viteſſes ſont égales, *liſez* que lorſque les hauteurs ſont égales.
ibid.	24	(444), *liſez* (489).
207	21	de l'article 451, *liſ.* de l'article 496.
ibid.	29	33 ℔ 4 gros, *liſ.* 32 ℔ 7 onces 5 gros.
ibid.		*antepenult.* d'environ 28 ℔ 14 onces 3 gros, *liſez* de 31 ℔ 4 onces.
ibid.		*penult.* eſt de 4 ℔ 2 onces 1 gros, *liſez* 1 livre 3 onces 5 gros.
208	31	de 8 pieds 1 pouce 10 lignes, *liſez* 8 pieds 10 pouces 10 lignes.
209	3	*idem.*
ibid.	4	9 pieds & environ 5 lignes, *liſez* de 9 pieds 10 pouces 5 lignes.
ibid.	22	d'environ 36 lignes, *liſez* de 34 lignes 6 points $\frac{1}{2}$.
ibid.	25	par $\frac{10}{11}$, *liſez* $\frac{111}{111}$.
ibid.	26	comme 39 eſt à 40, *liſez* comme 112 eſt à 115.
ibid.	27	qui eſt de 61 $\frac{1}{2}$ tierces, *liſez* qui eſt de 61 tierces $\frac{17}{24}$.
210	21	: : $aa - bb$, *liſez* : : $aa - ab$.
211		*penult.* ainſi 1034 $\frac{4}{5}$, *liſez* ainſi 134 $\frac{4}{5}$.
212	17	GF $(\frac{b}{c})$, *liſez* GF $(\frac{b}{2})$.
213	11	qui donne $\frac{ab}{2}$, *liſez* qui donne $\frac{a+b}{2}$

Digitized by Google

Pag.	Lignes:	
217	10	ſera dh ; *liſez* ſera ch.
220	24	$:: a^3 + b^3 - 2ab\sqrt{ab}, x$; *liſez* $\frac{a^3 + b^3 - 2ab\sqrt{ab}}{cc}, x$;
221	6	5 pouces 10 lignes, *liſez* 5 pouces 8 lignes 1 points.
ibid.	20	5 pouces 9 lignes, *liſez* 5 pouces 8 lignes.
ibid.	21	qui eſt à $\frac{1}{2}$ ligne, *liſez* qui eſt à 4 points.
ibid.	26	5 pouces 9 lignes, *liſez* 5 pouces 1 ligne 6 points.
ibid.	32	on aura $\frac{7}{1900}$, *liſez* on aura $\frac{7}{1910}$;
ibid.	33	$\frac{1901}{1900}$, *liſez* $\frac{1911}{1910}$.
225	4	$2bp\frac{1}{2}x\frac{1}{2}$, *liſez* $\frac{2bp\frac{1}{2}x\frac{1}{2}}{3}$.
226		ligne avant derniere & ligne derniere $\times \overline{c + x^2}$, *liſez* $\times \overline{c + x}^2$.
228	10	$\frac{2b}{5p^2h}$, *liſez* $\frac{2b}{5p^2h} \times \overline{pc + px}^2 \times \sqrt{pc + px}$.

AVERTISSEMENT.

COmme le meilleur moyen de prouver la bonté d'un Ouvrage & de juſtifier l'empreſſement que le Public a temoigné pour voir paroître celui-ci, eſt de produire le jugement avantageux qu'en ont porté des perſonnes habiles & capables d'en bien juger ; on a crû devoir rapporter ici celui de Meſſieurs de l'Académie Royale des Sciences, à qui l'Auteur a conſacré ce volume. Voici le témoignage que cette illuſtre Compagnie en a rendu, tel qu'il ſe trouve dans les Mémoires de l'Académie, *année* 1737, *Hiſtoire page* 105.

» Cette année M. Belidor, Commiſſaire Provincial d'Artillerie, Profeſ» ſeur Royal des Mathematiques aux Ecoles du même Corps, Membre des » Académies Royales des Sciences d'Angleterre & de Pruſſe, correſpondant » de celle de Paris, dedia à cette Académie ſon *Architecture Hydraulique ou* » *l'Art de conduire, d'elever, & de menager les eaux, &c.* l'Académie a dé» claré qu'elle jugeoit cet Ouvrage *très-utile* au Public.

» Il y a de deux ſortes d'Ouvrages à qui ce titre peut appartenir en ma» tiere de Sciences : ceux qui donnent des vûes nouvelles & ſolides ; & ceux » qui raſſemblant ces vûes répandues en un grand nombre d'Ouvrages diffé» rens, non-ſeulement empêchent qu'elles n'échappent aux Sçavans même, » comme elles pourroient faire quelquefois, mais encore les fortifient par » l'ordre & par l'union. Si de plus de nouvelles vûes s'y joignent, il n'y a » rien à déſirer pour l'utilité, & elle y eſt même plus grande que celle des » Ouvrages purement originaux.

» Telle eſt l'Architecture Hydraulique de M. Belidor. C'eſt un grand » corps de Sciences, où tout eſt établi par ſes premiers principes, & ſuivi » dans toutes ſes conſéquences & ſes applications. La theorie eſt toujours » ſubordonnée à la pratique, & l'Algebre ne paroît que pour le beſoin & » non pas pour la pompe. On verra par le calcul exact d'un grand nombre » de Machines & de toutes leurs parties, & on le verra avec étonnement, » combien il faut de différentes attentions pour en prevoir l'effet, combien » il eſt facile de s'y méprendre, & combien il doit être au-deſſous de ce » qu'on s'en promet ſi ſouvent. On opérera avec beaucoup plus de ſûreté, » mais il en coutera plus d'étude que l'on n'auroit peut-être voulu.

Digitized by Google

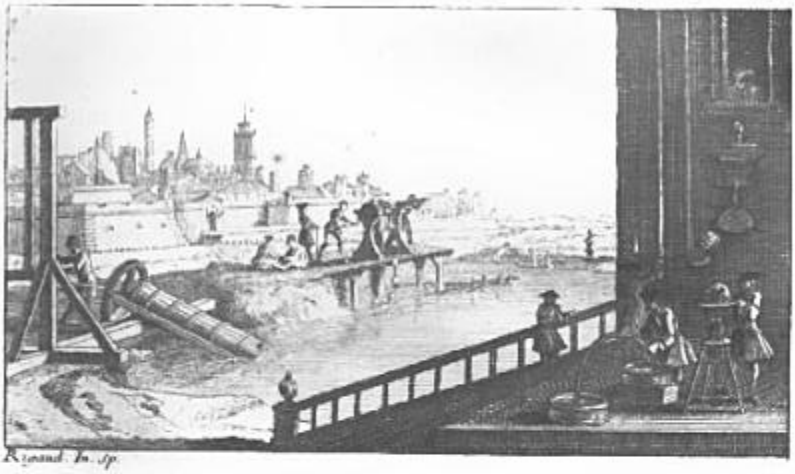
Extrait des Regiſtres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 30 Avril 1737.

MEſſieurs Nicole & Pitot qui avoient été nommés pour examiner un Livre de Mr Belidor, intitulé *Architecture Hydraulique*, qui contient la Deſcription & la Théorie de quantité de Machines qui ont été exécutées avec ſuccès, en ayant fait leur rapport; la Compagnie a jugé que cet Ouvrage ſeroit très-utile au Public; en foi de quoi j'ai ſigné le préſent Certificat. A Paris ce 31 Avril 1737. FONTENELLE, Secretaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences.

ARCHITECTURE

Digitized by Google



Renaud In. Sp.

ARCHITECTURE HYDRAULIQUE,

Ou l'Art de conduire, d'élever & de ménager les Eaux pour les différens beſoins de la vie.

LIVRE PREMIER

Servant d'Introduction.

CHAPITRE PREMIER,

Contenant les Principes de la Mécanique.

Définitions, Axiomes, & remarques préliminaires.

1. LA Mécanique eſt une Science qui conſidere le rapport qui ſe rencontre entre les *Forces* ou *Puiſſances* qui agiſſent pour mouvoir les Corps, & les *Viteſſes* avec leſquelles ils ſeroient mûs, s'il ne ſe rencontroit point d'obſtacle : le tout conſideré dans l'état d'*équilibre*, c'eſt-à-dire dans l'état où ſe rencontrent deux ou pluſieurs Puiſſances, qui agiſſant les unes contre les autres autour d'un point *fixe* demeurent en *repos*.

Digitized by Google

8. Comme il n'y a point de rapport, de quelque nature qu'en ſoient les termes, qu'on ne puiſſe exprimer par des lignes droites, nous nous en ſervirons pour déſigner la force que nous attribuerons aux Puiſſances; ce qui ſuffira pour peu qu'on ait d'intelligence, ſans qu'il ſoit néceſſaire de caractériſer ces Puiſſances par d'autres traits.

9. Quand une Puiſſance eſt appliquée à une machine pour produire un certain effet, on la nomme *Puiſſance motrice* ou *Puiſſance agiſſante*, & l'on dit qu'elle agit avec une *force abſolue*, lorſqu'elle emploie tout ce qu'elle peut exercer de force pour ſurmonter l'obſtacle qui lui eſt oppoſé: l'on dit au contraire que cette Puiſſance n'agit qu'avec une *force relative* ou *reſpective*, lorſqu'elle n'employe qu'une partie ſeulement de ſa force abſolue.

10. Lorſqu'un mouvement réſulte du concours de deux Puiſſances. comme d'une ſeule qui ſeroit formée de ce qu'elles y employent d'action, on l'appelle mouvement compoſé.

11. Comme les mouvemens de cette eſpece ſe rencontrent fréquemment dans les Machines, & qu'on en a déduit le principe le plus fécond de la Mécanique: nous commencerons par établir les propriétés du *parallellogramme des forces*, en ſuppoſant que *les effets ſont toujours proportionnels à leurs cauſes* qui eſt un axiome dont on ne peut douter.

Par exemple, les viteſſes uniformes d'un même corps ou des corps égaux, ne peuvent être que dans la raiſon des forces motrices; les eſpaces parcourus pa ces corps en tems égaux, ſeront auſſi comme les forces motrices, ou les cauſes qui les auront produites; & lorſque les eſpaces parcourus d'un mouvement uniforme par un même corps ou par des corps égaux, ſont entre eux comme leurs viteſſes, ou comme les forces qui les ont produites, ces eſpaces ſont parcourus en tems égaux.

12. Quel que ſoit le nombre des forces ou des Puiſſances quelconques dirigées comme l'on voudra qui agiſſent à la fois ſur un même corps; ou ce corps ne ſe remuera point du tout, ou il n'ira que par un ſeul chemin, & ſuivant une ligne qui ſera la même que ſi au lieu d'être ainſi pouſſé ou tiré par toutes ces Puiſſances à la fois, ce corps ne l'étoit que ſuivant la même ligne, & en même ſens, par une ſeule force ou Puiſſance équivalente à celle qui réſulteroit du concours de toutes celles-là.

Digitized by Google

PROPRIETE' DU PARALLELOGRAMME des forces.

PLAN. I. FIG. 1. 13. Si l'on a deux Puiſſances exprimées par les lignes AB & DB, que la premiere AB ſoit capable de faire parcourir au corps B, le côté BC d'un parallelogramme, dans le même tems que la ſeconde DB feroit parcourir au même corps l'autre côté BE; ces deux forces agiſſant enſemble ſur le corps B, lui feront parcourir la diagonale BF du même parallelogramme dans un tems égal à celui que chaque Puiſſance AB ou DB en particulier auroit employé à faire parcourir au corps B, chaque côté BC ou BE.

Les deux forces AB, DB agiſſant enſemble ſur le corps B, ſelon les directions BC & BE, la direction du corps B ſera compoſée de ces deux directions; or ſi l'on diviſe en un nombre d'inſtans égaux, le tems que chaque force mettroit à faire parcourir au corps B, le côté BC ou BE, il eſt clair que les deux forces agiſſant enſemble ſur le corps B, la force AB tendra à lui faire parcourir le côté BC, dans le même tems que la force DB, tendra à lui faire parcourir le côté BE: ſi l'on ſuppoſe que dans le premier inſtant, la force AB auroit fait parcourir au corps B l'eſpace BH, tandis que la force DB lui auroit fait parcourir l'eſpace HI, le corps ſe trouvera au point I; & les eſpaces BH & HI ſi petits qu'on puiſſe les imaginer, ſeront toujours comme les forces AB, DB, ou comme BC & BE; (11) ainſi à cauſe des triangles ſemblables BHI, BCF, le corps étant en I ſera dans un point de la diagonale BF, il l'aura même toujours ſuivi depuis B juſqu'en I; ſi au ſecond inſtant la force AB auroit fait parcourir au corps B l'eſpace IK dans le même tems que la force DB lui auroit fait parcourir l'eſpace KL, le corps ſe trouvera encore au point L de la diagonale; mais toutes les lignes comme BH, IK depuis B juſqu'en F ſeront encore, priſes enſemble, égales à BC; ainſi le tems que le corps a mis à parcourir la Diagonale BF, par les deux forces agiſſant enſemble, ſera égal au tems que chaque force en particulier auroit mis à faire parcourir au corps B, le côté BC ou BE.

Premiere Conſéquence.

14. Puiſque les forces AB & DB, ſont capables de faire parcourir au corps B, les eſpaces BC & BE, en tems égaux, il ſuit

Digitized by Google

que les effets étant proportionnels à leurs cauſes, l'on aura AB, DB :: BC, BE. (11) FIG. 1.

Seconde Conſéquence.

15. Si l'on acheve le parallelogramme AD, que l'on prolonge la ligne FB juſqu'en G; la ligne BG ſera la Diagonale du parallelogramme AD; & les triangles BCF, GDB étant ſemblables, l'on aura BC, GD :: BF, GB; & AB étant égale à GD, il ſuit que l'eſpace BC eſt à la force GD, comme l'eſpace BF eſt à la force GB; ce qui fait voir que la force exprimée par la Diagonale GB ſera parcourir au corps B, l'eſpace BF, dans le même tems que la force AB ou GD ſera parcourir au même corps l'eſpace BC; (11) & comme l'on a encore BE, BD :: BF, GB; on peut conclure que la Puiſſance GB a autant de force elle ſeule pour faire parcourir au corps B, l'eſpace BF, que les deux forces AB & DB en ont agiſſant enſemble ſelon les directions BC & BE, pour faire parcourir au corps B, le même eſpace BF.

La force exprimée par la Diagonale d'un parallelogramme, eſt égale à deux autres forces, leſquelles agiſſant enſemble, ſeroient exprimées par les côtés du même parallelogramme.

Troiſieme Conſéquence.

16. Prenant ſur BF, la partie BH égale à la Diagonale BG, la force exprimée par BH, agiſſant de H en B ſelon la direction BG, ſera capable d'empêcher l'effet de la force GB agiſſant de G en B, & par conſéquent la force HB, pourra elle ſeule réſiſter aux deux forces AB & DB, agiſſant enſemble ſelon les directions BC & BE; d'où il s'enſuit que le corps B demeurera dans un parfait repos, lorſque les trois forces AB, DB & BH agiront en même tems; c'eſt cette égalité de forces qui agiſſent en ſens contraire que nous avons nommé *équilibre* (1°). FIG. 2.

La force exprimée par la Diagonale d'un parallelogramme, ſoutiens en équilibre l'action de deux puiſſances oppoſées qui ſeroient exprimées par les deux autres côtés.

Quatrieme Conſéquence.

17. Il eſt encore manifeſte que les trois Puiſſances qui ſont équilibre, ſont proportionnelles aux trois côtés d'un Parallelogramme fait ſur leurs directions, (en prenant ici la Diagonale pour un des côtés) puiſque dans l'équilibre la Puiſſance réſiſtante eſt capable de produire les mêmes effets que les deux agiſſantes.

Digitized by Google

Cinquieme Conſéquence.

Selon quelles directions doivent agir trois puiſſances pour être en équilibre.

18. L'on voit par tout ce qui précede, que la Diagonale d'un Parallelogramme, dont les trois côtés ſont proportionnels aux trois Puiſſances qui font équilibre, doit toujours être ſur la ligne de direction de la Puiſſance reſiſtante, & les deux autres côtés ſur celles des deux Puiſſances agiſſantes.

Remarque.

19. Voilà la ſituation ſelon laquelle il faut conſiderer les Puiſſances qui agiſſent en ſens contraires, ſoit qu'elles pouſſent un corps avec des rayons ſolides, ou qu'étant appliquées à des cordes qui ſeroient attachées à ce corps chacune le tire à ſoi : ainſi quand nous avons ſuppoſé en premier lieu que ces Puiſſances faiſoient mouvoir le corps le long des côtés d'un Parallelogramme ou de la Diagonale, ce n'a été que pour inſinuer de quelle maniere l'équilibre ſe produiſoit, & quelle en étoit la nature.

Sixieme Conſéquence.

Trouver deux forces leſquelles agiſſant enſemble, ſelon des directions données, faſſent le même effet qu'une ſeule force donnée.

20. L'on voit encore que l'on peut toujours trouver deux forces pour les ſubſtituer à la place d'une ſeule donnée dès qu'on aura déterminé les directions de celles que l'on cherche : par exemple, ſoit la force donnée GB, à la place de laquelle on en veut ſubſtituer deux autres qui agiſſent enſemble ſuivant les directions données BC & BE, il faut prolonger ces directions du côté de B, faire le parallelogramme AD ; l'on aura les forces AB & BD, capables de produire enſemble le même effet ſur le corps B, que la ſeule GB ; ce qui eſt évident par l'article 15.

FIG. 2.

Septieme Conſéquence.

Deux forces étant données, trouver leurs directions, pour qu'agiſſant enſemble, on puiſſe les ſubſtituer

21. Si deux forces que l'on veut ſubſtituer à la place d'une ſeule étoient données, mais que leurs Directions ne le fuſſent pas, il faut que ces deux forces priſes enſemble ſoient plus grandes que la troiſiéme GB, afin de pouvoir décrire un triangle GBD, dont les côtés GD & DB ſoient égaux aux deux lignes qui expriment les forces données ; alors achevant le Parallelogramme AD, on n'aura qu'à prolonger les lignes AB & DB, pour avoir

Digitized by Google

les directions BC & BE, ſelon leſquelles doivent agir les deux forces, pour faire le même effet ſur le corps B, que la ſeule GB, ce qui eſt encore évident par l'article 15.

à la place d'une troiſieme force donnée.

Remarque.

22. Quoique la ſomme des deux puiſſances agiſſantes ſoit plus grande que la réſiſtante, cela n'empêche pas que cette derniere ne faſſe équilibre avec les deux autres, lorſque leurs directions ont un angle d'une grandeur finie, parce qu'il y a une égalité de forces de la part des deux Puiſſances agiſſantes qui ſe détruit : je m'explique ; ſi des points A & D l'on abaiſſe ſur GB les perpendiculaires AL, DI, & qu'on faſſe les Parallelogrammes LM & IK, les forces exprimées par DK, & KB agiſſant enſemble feront l'effet de la force DB, & les forces AM, MB le même effet que la force AB ; mais les forces BK & BM étant égales & paralleles aux perpendiculaires AL & ID ſeront égales entre-elles & perpendiculaires à la ligne GF ; ainſi ces deux forces n'approcheront ni n'éloigneront le corps B des points G, F, & doivent être regardées comme nulles par rapport au point F ; mais IB ou DK eſt égal à GL, de même que AM eſt égal à LB ; ainſi la force GB étant égale aux forces DK & AM priſes enſemble, l'on voit que ce ſont les ſeules parties des forces AB & DB qui font équilibre avec la Puiſſance reſiſtante BH = GB.

Pourquoi deux forces qui ſont priſes enſemble plus grandes qu'une troiſieme, peuvent être en équilibre avec cette troiſiéme.

FIG. 3.

Huitieme Conſéquence.

23. L'on peut conclure de ce qui précede, que ſi une Puiſſance pouſſe ou tire une ſurface inflexible AB ſelon une direction oblique DC, elle ne la pouſſe, ou tire que par ce qu'elle peut avoir de perpendiculaire à cette ſurface ; ſi l'on prend la ligne DC pour exprimer la force abſolue de cette puiſſance, que du point D, l'on abaiſſe la perpendiculaire DE ſur la ſurface AB, & qu'on acheve le Parallelogramme rectangle EF, il eſt conſtant que les Puiſſances exprimées par EC & FC qu'on ſuppoſe agir enſemble ſur le point C, ſelon les directions FC & EC, feront le même effet que la puiſſance DC ; mais la puiſſance EC étant parallele à la ſurface AB, elle n'y fait nulle impreſſion ; il n'y a donc que la ſeule FC, qui étant directement oppoſée à la ſurface, la pouſſe ou la preſſe avec toute la force dont elle eſt capable : prenant la ligne DC pour le ſinus total, la ligne DE ſera le ſinus de

FIG. 4.

Quand une force agit ſelon une direction oblique à une ſurface, elle ne pouſſe, tire ou choque cette ſurface qu'avec une force relative exprimée par le ſinus de l'angle d'incidence.

Digitized by Google

FIG. 4. l'angle DCE; d'où il ſuit que lorſqu'une puiſſance pouſſe ou tire une ſurface ſelon une direction oblique, *la force abſolue de cette Puiſſance eſt à la force relative, ou a ſon effet, comme le Sinus total eſt au Sinus de l'angle d'incidence*, c'eſt-à-dire de l'angle aigu qu'elle forme avec la ſurface.

24. L'article précédent montre que ſi un corps mû avec une certaine viteſſe frappe un autre corps ou une ſurface oppoſée ſelon une direction perpendiculaire, il fait toute l'impreſſion qu'il peut jamais faire étant mû avec cette viteſſe; mais que ſi ſa direction eſt oblique à la ſurface, il ne la frappera qu'avec une force relative; & que *le choc ſelon la direction perpendiculaire ſera au choc ſelon la direction oblique, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle d'incidence.*

Principe général de la Mécanique.

25. Si l'on a trois Puiſſances, P, Q, R, appliquées à des cordes, & qu'elles ſoient en équilibre autour du point fixe F; je dis que les Puiſſances agiſſantes P & Q ſeront dans la raiſon reciproque des perpendiculaires BG & BC tirées d'un des points
FIG. 5. de la direction de la puiſſance réſiſtante R, ſur les lignes de direction des Puiſſances P & Q.

Pour le prouver, conſiderez que dans l'état d'équilibre la Puiſſance R ſera exprimée par la diagonale BF du parallelogramme ED, la puiſſance P par le côté EF, & la Puiſſance Q par le côté DF ou BE: (15) ainſi l'on aura dans le triangle EBF les côtés FE & EB qui ſeront dans la raiſon des Puiſſances P & Q: or remarquez que la perpendiculaire BC eſt le ſinus de l'angle EFB; & la perpendiculaire BG le ſinus de l'angle BFD ou de ſon alterne EBF; or comme dans les triangles les ſinus des angles ſont dans la même raiſon que leurs cotés oppoſés, on aura EF, EB :: BG, BC, & ſi l'on prend P à la place de EF, & Q à la place de EB, l'on aura P, Q :: BG, BC.

26. De même comparant la Puiſſance R avec la Puiſſance P, elles ſeront dans la raiſon réciproque des perpendiculaires DC &
FIG. 6. DG, tirées d'un des points de la direction de la troiſiéme Puiſſance Q ſur celles des deux précédentes.

Prenant BD à la place de EF, l'on aura le triangle BDF, dont les côtés BF & BD ſeront dans la raiſon des Puiſſances R & P; ainſi la perpendiculaire DG étant le ſinus de l'angle BFD, & la perpendiculaire DC, celui de l'angle BDF, ou de ſon ſupplément BDH = CFD, l'on aura encore BF, BD :: DC, DG ou R, P :: DC, DG.

Les

Digitized by Google

Les principes précédens n'étant qu'une préparation à la Mécanique, nous allons (en faisant abstraction des frottemens) les appliquer aux Machines simples qui en sont l'objet; c'est-à-dire, au *levier*, au *Tour* qui comprend la *roue avec son treuil*, à la *Poulie*, au *Plan incliné*, au *coin*, & à *la vis*; mais nous nous attacherons principalement aux propriétés *du levier*, parce qu'on y peut rapporter le calcul de toutes les autres Machines; mais avant d'en venir-là, voici quelques définitions dont il convient d'être prévenu.

27. On appelle *poids* ou *pesanteur* des corps, une force qui tend à les mouvoir du haut en bas en ligne droite vers le centre de la terre que l'on nomme aussi *centre des graves*: on prend souvent la pesanteur des corps à la place de leur masse, sur-tout quand ils sont de différentes matieres, & qu'il s'agit d'estimer leur quantité de mouvement.

28. On appelle *centre de gravité* ou *de pésanteur* d'un corps, le point par où ce corps étant suspendu demeure en repos dans toutes les situations où il se trouve: par exemple, il est constant que le centre de gravité d'une ligne droite est dans son milieu, de même que celui d'une régle ou d'une verge dont la pésanteur est uniforme sur toute sa longueur, sera aussi au milieu, de sorte que si l'on suspend la regle & la verge par ce point, ou qu'elles reposent chacune sur un pivot, elles se maintiendront dans une situation horisontale, n'y ayant point de raison pour qu'une moitié emporte l'autre.

29. L'on supposera par la suite que les pésanteurs de toutes les parties de la matiere qui compose un corps, sont réunies dans le centre de gravité de ce corps, & que l'on peut regarder les corps comme des *points pésans*; cette supposition n'ayant rien qui répugne, puisqu'il est évident que pour empêcher un corps de se mouvoir, il n'y a qu'à présenter un obstacle dans la ligne de direction que décrit son centre de gravité.

L'on peut faire abstraction de l'étendue d'un corps, & supposer sa pésanteur réunie au centre de gravité, pour considérer ce corps comme un point pesant.

30. On supposera aussi que les directions des poids appliqués à une même machine sont paralleles, quoiqu'elles concourent au centre de la terre, à cause de la petitesse de la Machine, eu égard à la grande distance qu'il y a de la superficie de la terre à son centre qui est d'environ 1432 lieues.

31. L'on peut toujours mettre une Puissance à la place d'un poids, dès que cette Puissance aura la même direction qu'avoit le poids; car la *force d'une Puissance se mesure par la pesanteur d'un poids qui feroit le même effet qu'elle*: ainsi quand deux poids seront en équilibre autour d'un point fixe, on pourra prendre l'un

Digitized by Google

des deux pour la Puiſſance qui eſt en équilibre avec l'autre.

32. Pour démontrer les propriétés de l'équilibre dans les Machines, il faudra ſuppoſer d'abord que les directions des trois Puiſſances qui les cauſent ſont dans un même plan & concourent en un point; ce qui eſt le cas général d'où l'on deſcend aiſément aux cas particuliers des trois directions paralleles, & on formera toujours le Parallelogramme, de maniere que la diagonale ſoit, comme on l'a déja dit, ſur la direction de la Puiſſance réſiſtante, qui ſe trouve entre les deux agiſſantes. (18)

Quand un nombre de puiſſances ſont en équilibre autour d'un même point, on peut réduire toutes ces puiſſances à trois ſeulement.

33. S'il y avoit plus de trois Puiſſances qui agiſſent ſelon des directions différentes contre un corps ou un point, de maniere qu'il demeure en repos ou en équilibre; il faudroit réduire toutes ces Puiſſances à trois ſeulement, ce qui ſera aiſé par l'Article 20, en faiſant que deux ſe réduiſent à une ſeule, ainſi des autres réduites toujours de deux à une.

34. On appelle *point fixe* ou *point d'appui* d'un levier, la réſiſtance autour de laquelle pluſieurs Puiſſances ſe combattent; ainſi lorſque deux Puiſſances ſont en équilibre avec une troiſieme, on peut à la place de cette troiſieme ſubſtituer un appui qui ſera le même effet; ce qui répond à ce que l'on a dit à la fin de l'Article premier.

Définitions des trois eſpeces de leviers qui ſe rencontrent dans les machines.

35. L'on diſtingue trois genres ou eſpeces de levier: *le levier du premier genre*, eſt celui qui a une Puiſſance ou un poids à chacune de ſes extrémités, ou un poids à l'une & une Puiſſance à l'autre, & le point d'appui entre les deux: *le levier du ſecond genre* eſt celui dont le point d'appui eſt à une de ſes extrémités, une Puiſſance appliquée à l'autre, & le poids entre les deux: *le levier du troiſieme genre* eſt celui dont le point d'appui eſt à une de ſes extrémités, le poids à l'autre & la Puiſſance entre deux.

Propriété du Lévier.

36. Ayant deux Puiſſances P & Q, appliqués aux extrémités d'un lévier AB, je dis qu'elles ſeront en équilibre, ſi elles ſont dans la raiſon réciproque des perpendiculaires CE & CD, tirées du point d'appui C ſur leurs lignes de directions. FIG. 7.

Comme les directions des Puiſſances P, Q, R, doivent concourir au même point ſelon l'Article 32, ſi on les prolonge elles ſe rencontreront en H, & ſi du point C, l'on tire les lignes CF & CG, paralleles aux directions oppoſées BH & AH, on aura le Parallelogramme FG, dont le côté FH ou CG exprimera

Digitized by Google

la Puiſſance P ; & le côté GH la Puiſſance Q dans l'état d'équilibre : or comme la perpendiculaire CE eſt le ſinus de l'angle CHG & la perpendiculaire CD, le ſinus de l'angle FHC, ou de ſon égal HCG, on aura ſelon l'Article 25 P, Q :: CE, CD.

Premiere Conſéquence.

37. Les directions des trois Puiſſances qui ſont équilibre étant renfermées dans un même plan vertical, ſi on les ſuppoſe prolongées juſqu'au centre de la terre, le point H y étant parvenu, celles des Puiſſances P & Q pourront être regardées comme paralleles entre-elles (30) ; ce qui ne pouvant arriver ſans que l'angle DCE que formoient les perpendiculaires CE & CD ne s'ouvre juſqu'à approcher infiniment de valoir deux droits, les côtés de cet angle pourront être regardés, comme ne formant qu'une ſeule ligne droite IK ; ainſi on aura encore P, Q :: CK, CI. FIG. 7.

Seconde Conſéquence.

FIG. 7. & 8.

Deux puiſſances appliquées aux extrémités d'un lévier du premier genre ſeront en équilibre lorſqu'elles ſeront entr'elles dans la raiſon réciproque des bras du même lévier.

38. Les lignes AB & IK ſe coupant au point C, entre les paralleles AM & BN, formeront les triangles ſemblables ICA & KCB, qui donnent CK, CI :: CB, CA : or ſi à la place de CK & de CI, l'on met CB & CA dans l'analogie précédente (P, Q :: CK, CI) on aura P, Q :: CB, CA, qui fait voir que lorſque trois Puiſſances P, Q, R, ſont appliquées à un lévier AB, & qu'elles agiſſent ſelon les directions paralleles entr'elles ; dans l'état d'équilibre, les Puiſſances P & Q ſont dans la raiſon réciproque *des bras de lévier* CB & CA qui leur répondent.

Troiſieme Conſéquence.

39. De même quand le lévier AB ſe trouve dans une ſituation horiſontale, on a encore P, Q :: CB, CA ; puiſque les bras de lévier exprimeront eux-mêmes les perpendiculaires tirées du point d'appui C ſur les lignes de directions des Puiſſances P & Q. FIG. 9.

Quatrieme Conſéquence.

40. Comme c'eſt la même choſe à la Puiſſance R de ſoutenir l'action des deux autres P & Q, en tirant de C en R le point C, ou en le repouſſan. de D en C dans la même direction, il ſuit qu'à

la place de la Puiſſance R, l'on peut ſubſtituer un point d'appui E, autour duquel les Puiſſances P & Q ſeront en équilibre : (34) alors AB ſera un lévier du premier genre. (35)

Cinquieme Conſéquence.

On peut à la place des Puiſſances ſuppoſer des poids appliqués aux extrémités des bras d'un lévier.

41. Si les extrémités A & B du lévier AB, au lieu d'être tirées de haut en bas par deux Puiſſances, l'étoient par deux poids qui fiſſent le même effet, il faudroit que ces poids, ainſi que les Puiſſances pour être en équilibre, fuſſent dans la raiſon réciproque des bras du lévier, lorſque ce lévier eſt horiſontal, ou bien quand il eſt oblique dans la raiſon réciproque des perpendiculaires tirées du point d'appui ſur les directions des poids.

Sixieme Conſéquence.

De quelque figure que ſoit un lévier du premier genre, il peut toujours ſe réduire à un lévier droit. FIG. 10. & 11.

42. Si le lévier qui porte les poids P & Q faiſoit des angles en B & C, ou s'il étoit de figure courbe, comme ABCDH, il faudra mener par ſon point d'appui G, la ligne horiſontale EGF, perpendiculaire aux directions des poids; alors les parties GE & GF de cette ligne exprimant les diſtances naturelles du point d'appui G aux directions des poids P & Q, en ſeront les véritables bras de lévier comme ci-devant. (37)

Septieme Conſéquence.

Une puiſſance & un poids appliqués à un lévier, ſeront en équilibre lorſque la puiſſance & le poids ſeront dans la raiſon réciproque des bras du même lévier.

43. L'on peut auſſi ſuppoſer un poids ſuſpendu à l'extrémité d'un des bras de lévier, & une Puiſſance appliquée à l'autre (31); alors la Puiſſance ſera au poids dans la raiſon réciproque des bras de lévier, quand la direction de la Puiſſance ſera parallele à celle du poids.

Huitieme Conſéquence.

Un lévier coudé ou recourbé, c'eſt-à-dire, qui fait un angle au point d'appui, a

44. Si la Puiſſance Q agiſſoit ſelon une direction BQ oblique au lévier AB; cette Puiſſance ſera au poids, comme le bras CA eſt à la perpendiculaire CE, laquelle étant conſiderée comme une verge inflexible, pourroit être priſe pour le bras de lévier de cette Puiſſance; ce qui fait voir dans la figure 13. qu'un angle peut faire un lévier qui aura les mêmes propriétés que le précédent, puiſque dans l'état d'équilibre, la Puiſſance & le poids ſeront encore dans

Digitized by Google

la raiſon réciproque des bras du même lévier, ou des perpendiculaire CD & CE, tirées du point d'appui C ſur les directions du poids & de la Puiſſance : (36) cette eſpece de lévier que l'on nomme *coudé* ou *recourbé* ſe rencontre fréquemment dans les Machines.

les mêmes proprietés qu'un levier droit.

FIG. 12. 13. & 14.

Neuvieme Conſéquence.

45. Il ſuit de tout ce que l'on vient de dire, qu'une Puiſſance médiocre pourra ſoutenir en équilibre un poids conſidérable, pourvu qu'elle puiſſe gagner par la longueur de ſon lévier l'avantage que le poids perdra par la petiteſſe du ſien ; c'eſt-à-dire pourvu que le produit de la Puiſſance par ſon bras de lévier ſoit égal à celui du poids par le ſien ; car ſi P exprime la Puiſſance ; Q le poids ; a, le bras de levier de la Puiſſance, & b, celui du poids ; on aura dans l'état d'équilibre, P, Q : : b, a, par conſéquent $P \times a = Q \times b$, or comme le produit de la Puiſſance par ſon bras de lévier exprime le moment de cette Puiſſance, par la même raiſon le produit du poids par ſon bras de lévier exprimera *le moment* du poids. (3)

Une puiſſance médiocre peut ſoutenir en équilibre à l'aide d'un levier, un poids d'une peſanteur immenſe.

46. On fera attention que quoiqu'une Puiſſance d'une Livre ſoit capable de ſoutenir un poids de 100 liv. ſi le bras de lévier de cette Puiſſance eſt cent fois auſſi grand que celui du poids, le point d'appui ne porte jamais que la valeur réelle du poids & de la Puiſſance ſans rien avoir de commun avec leur moment ; ainſi dans cet exemple, le point d'appui ne ſera preſſée que par 101 liv. qu'on peut ſuppoſer réunies dans un ſeul poids ſuſpendu au point d'appui, qui eſt le centre de gravité commun de ceux qui ſont aux extrémités du lévier.

Dixieme Conſéquence.

47. Puiſque dans l'état d'équilibre les momens de la Puiſſance & du poids donnent toujours cette équation $P \times a = Q \times b$, que le lévier ſoit droit ou coudé, l'on voit qu'on pourra toujours trouver quel terme on voudra des quatre P, Q, a, b ; pourvu que l'on connoiſſe les trois autres, puiſque ſi l'on dégage chaque lettre de la même équation, on aura $P = \frac{Q\,b}{a}$, $= Q$, $a = \frac{Q\,b}{P}$, $\frac{P\,a}{Q} = b$, qui fait voir,

La puiſſance, le poids & leurs bras de levier, compoſant quatre termes proportionnels, on en pourra toujours avoir un moyennant la connoiſſance des trois autres.

48. Que lorſque les deux bras du lévier ſont donnés, ainſi que le poids, on trouvera la Puiſſance en diviſant le moment du poids par le bras du lévier de la Puiſſance.

Digitized by Google

49. Que ſi les bras de Lévier ſont donnés & la Puiſſance, on trouvera le poids en diviſant le moment de la Puiſſance par le bras de lévier du poids.

Que ſi la Puiſſance & le poids ſont donnés avec le bras de levier du poids, on trouvera celui de la Puiſſance en diviſant le moment du poids par la Puiſſance.

50. Que ſi la Puiſſance & le poids ſont donnés ainſi que le lévier de la Puiſſance, on trouvera celui du poids, en diviſant le moment de la Puiſſance par le poids.

51. L'on peut ajouter que lorſqu'on connoit le poids & la Puiſſance, ainſi que toute la longueur du lévier, on trouvera dans cette longueur où doit être poſé le point d'appui, pour que la Puiſſance & le poids ſoient en équilibre; car l'analogie du lévier, donnant $P, Q :: b, a$, ou en compoſant $P + Q, Q :: b + a, a$; ſi l'on ſuppoſe $a + b = c$, & que l'on nomme x, le bras de lévier de la Puiſſance, on aura $P + Q, Q :: c, x$, d'où l'on tire $\frac{Qc}{P+Q} = x$, qui montre que pour avoir le bras de lévier de la Puiſſance, il faut multiplier le poids par toute la longueur du lévier, & diviſer le produit par la ſomme du poids & de la Puiſſance.

52. Lorſque les deux bras de lévier ſeront donnés, ainſi que la ſomme de la Puiſſance & du poids, on pourra auſſi trouver la Puiſſance & le poids chacun en particulier; car ſi l'on a $P + Q = c$, & que l'on veuille connoître le poids que nous nommerons x, l'analogie compoſée $P + Q, Q :: b + a, a$ ſera changée en celle-ci, $c, x :: b + a, a$, d'où l'on tire $\frac{ca}{b+a} = x$, qui fait voir que pour trouver le poids, il faut multiplier la ſomme du poids & de la Puiſſance par le bras de lévier de la Puiſſance, & diviſer le produit par toute la longueur du lévier.

53. Il eſt aiſé de voir que dans le 5e cas, lorſqu'on aura le bras de lévier de la Puiſſance, on aura celui du poids; & que dans le 6e lorſqu'on aura le poids, on aura la Puiſſance.

Onzieme Conſéquence.

Trouver le point d'appui, ou le centre de gravité commun de pluſieurs poids ſuſpendus à un levier.

54. Il ſuit que pour trouver le point d'appui, ou le centre de gravité commun de pluſieurs poids donnés F, G, I, K ſuſpendus à une verge AB, dès qu'on connoîtra la diſtance des points de ſuſpenſion C & E aux extrémités de la même verge, on cherchera d'abord le point d'appui L, autour duquel les poids F & K

Digitized by Google

ſeroient en équilibre (51) pour conſidérer ces deux poids réunis en un ſeul M : on cherchera de même le point d'appui ou le centre de gravité N des poids G & I, que l'on ſuppoſera auſſi réunis en un ſeul O ; enſuite on cherchera encore le centre de gravité P, des deux poids M & O, qui deviendront commun aux quatre poids F, G, I, K, ſi ce lévier n'avoit pas de peſanteur ; mais comme nous lui en ſuppoſons une uniforme dans toute ſa longueur, il faudra le diviſer en deux également au point D, & ſuppoſer que le poids H en exprime la peſanteur (28) ; alors on n'aura plus qu'à chercher dans la longueur DP, le centre de gravité des poids H & Q, qui ſera par exemple le point R, autour duquel les poids, F, G, H, I, K, ſeront en équilibre. PLAN. 2. FIG. 15.

Douzieme Conſéquence.

55. De même ſi l'on a un lévier AC, dont le point d'appui, ſoit dans le milieu D ; qu'à l'un des bras, l'on ait ſuſpendu un nombre de poids P égaux entr'eux, qu'on ſuppoſe tous en équilibre avec le ſeul poids Q : ce dernier pourra être conſideré compoſé d'autant de parties R, S, T, V, qu'il y a de poids P ; alors on aura AD, DI :: P, R. AD, DK :: P, S. AD, DL :: P, T. AD, DM :: P, V. FIG. 16.

Or comme toutes ces proportions ſont les mêmes, puiſqu'elles ont chacun deux termes de commun, il y aura même raiſon de AD à DI+DK+DL+DM que de P à R+S+T+V=Q : d'où il ſuit que quand on connoîtra les bras de lévier avec un des poids P, on aura toujours le poids Q, & que quand on aura le poids Q avec les bras de lévier, on aura un des poids P.

56. Les mêmes choſes arriveroient encore ſi l'on avoit un demi-cercle ABC ſitué verticalement, pouvant ſe balancer ſur le centre D ; car ſi l'on diviſe le quart de cercle BC, en un nombre de parties égales, pour ſuſpendre à chaque point de diviſion E, F, G, H des poids égaux, qu'on ſuppoſe en équilibre avec le poids Q ; les lignes DI, DK, DL, DM, exprimeront les bras de lévier qui répondent au poids P ; mais ces bras de lévier ſont égaux aux ſinus EN, FO, GX, HY, des arcs BE, BF, BG, BH ; l'on peut donc dire qu'il y a même raiſon du ſinus total DA à la ſomme des ſinus des arcs où les poids P ſont ſuſpendus ; que d'un des poids P, à la Puiſſance Q, qui les ſoutient en équilibre. FIG. 17.

Digitized by Google

Treizieme Conſéquence.

Prenant le diametre d'un cercle pour un levier dont le point d'appui ſeroit au centre, trouver le rapport de la puiſſance au poids exprimé par un quart de la circonférence.

57. Si l'on attribue une péſanteur uniforme au quart de circonférence BC, & qu'on la ſuppoſe diviſée en des arcs égaux infiniment petits; chacun de ces arcs pourra être pris comme un poids qui auroit pour bras de lévier le ſinus qui lui répond : d'un autre côté la Puiſſance Q pourra être conſidérée comme compoſée d'autant de petites Puiſſances qu'il y a de points péſans dans le quart de circonférence BC, & chacune de ces Puiſſances aura toujours pour bras de lévier le rayon DA; par conſéquent on aura autant de bras de lévier égaux au rayon qu'il y a de points dans le demi-diamétre DB, qui répondront à autant de ſinus dans le quart de cercle DBC : or prenant la ſomme des bras de lévier de part & d'autre, celle des poids & des Puiſſances qui leur ſont équilibre, *il y aura même raiſon du quarré du rayon AD, à la ſomme de tous les ſinus, c'eſt-à-dire, à la ſuperficie du quart de cercle BDC, que de la péſanteur du quart de circonférence BFC à la puiſſance Q.*

58. Comme la Puiſſance Q, fait le même effet que feroit la péſanteur du quart de circonférence BFC réuni à l'extrémité C du rayon DC, il ſuit que lorſqu'on aura un poids ſuſpendu à l'extrémité d'un diamétre, & un autre poids égal répandu uniformément ſur le quart de cercle adjacent; que *la puiſſance qui ſoutiendra le premier ſera à celle qui ſoutiendra le ſecond; comme le quarré du rayon eſt à la ſuperficie du quart de cercle, ou comme* 14 *eſt à* 11. Si le poids dont nous parlons au lieu d'être répandu ſur un quart de circonférence l'étoit ſur une demi circonférence BCZ, dont le diamétre fut vertical, il en ſeroit de même.

Propriété du levier du ſecond genre.

59. Si l'on a un lévier AB dont le point d'appui ſoit à l'extrémité A, & que de deux puiſſances appliquées aux points D & B, l'une tire ſelon la direction DQ, & l'autre ſelon la direction BP en ſens contraire, ces deux Puiſſances ſeront en équilibre, ſi elles ſont en raiſon réciproque des perpendiculaires AG & AH, tirées du point d'appui A ſur leurs lignes de directions; faiſant le parallelogramme EF, le côté CF exprimera la force de la Puiſſance P, & la diagonale CD celle de la Puiſſance Q, dans l'état d'équilibre; & comme dans le triangle CFD, les côtés CF & CD ſont dans la raiſon des ſinus de leurs angles oppoſés CDF = ACH & DFC = ACG, l'on aura CF, CD :: AH, AG, ou bien P, Q :: AH, AG.

FIG. 18.

Si le point C s'éloignoit de plus en plus à l'infini des points D & B, enſorte que les lignes de directions BC & CH, puiſſent être regardées comme paralleles entr'elles, ainſi que dans l'article 37.

les

les Puiſſances P & Q, reſtant en équilibre, ſeront toujours dans la raiſon réciproque des perpendiculaires AH & AG; & lorſque les directions de ces Puiſſances ſeront perpendiculaires au levier, AG devenant égale à AB, & AH égale à AD, l'on aura encore dans la Figure 19, P, Q : : AD, AB. FIG. 18. & 19.

Par conſéquent ſi la Puiſſance P ſoutient un poids Q à l'aide d'un levier AB *du ſecond genre* que je ſupoſe horiſontal, enſorte que le poids ſoit dans le milieu D; cette Puiſſance ne ſoutiendra que la moitié du poids, puiſque AD eſt la moitié de AB. FIG. 20.

Donc ſi le poids, au lieu d'être dans le milieu du levier, étoit au point C, plus près de A que de B, la puiſſance ſera moins chargée que dans le cas précédent, puiſque AC eſt moindre que la moitié de AB.

60. Quand on a un levier AB, auquel eſt ſuſpendu un poids E en un point C, & qu'on a quelque raiſon pour le réduire à un autre point D, il faut le multiplier par le bras de levier AC qui répond au point d'appui A; & diviſer le produit par la diſtance AD; le quotient donnera la valeur du poids F qui fera le même effet en D, par rapport à la puiſſance P que le poids E faiſoit en C, parce que le *moment* de la puiſſance qui ſoutiendra l'extrémité A du levier, ſera toujours le même, puiſqu'ayant ſupoſé $\frac{AC \times E}{AD} = F$, l'on aura $P \times AB = AC \times E = AD \times F$; ainſi on pourra quand on voudra réunir en un même point pluſieurs poids ſeparés, en multipliant chacun de ces poids par ſa diſtance à une même extrémité du levier, & en diviſant la ſomme des produits par la diſtance qu'il y a du point donné à la même extrémité. *Un poids étant ſuſpendu à un levier, on pourra le réduire pour être placé à telle diſtance que l'on voudra du point d'appui.* FIG. 21.

61. Si la puiſſance étoit appliquée à un point quelconque D du levier AB, & que le poids fût à l'extrémité B, on aura *un levier du 3e. genre*, auquel on peut appliquer tout ce que nous venons de dire dans les articles 59 & 60, en nommant *puiſſance* ce que nous avons nommé *poids*, & en nommant *poids* ce que nous avons nommé *puiſſance*. *Proprieté du levier du troiſiéme genre.* FIG. 22.

62. Comme c'eſt la même choſe qu'un levier AB, auquel eſt ſuſpendu un poids G, ſoit ſoutenu par deux puiſſances appliquées à ſes extrémités, ou par deux appuis C & D; il ſuit que la partie du poids qui preſſera l'appui C, ſera à celle qui preſſera l'appui D, comme EB eſt à EA, & que ces deux appuis ſeront autant preſſés enſemble, que le ſeroit un plan horiſontal qui ſoutiendroit le poids G. *Un levier poſé ſur deux appuis preſſe ces mêmes appuis par tout le poids dont ils ſont chargés.*

Si l'on veut avoir égard à la peſanteur du levier, il faudra la ſupoſer réunie en un poids H, ſuſpendu à ſon centre de gravité F, (28) FIG. 23.

& ſupoſant que le poids G ſoit réuni au poids H, pour n'en compoſer qu'un ſeul I, il ſera encore vrai de dire que la ſomme des deux preſſions ſur les appuis C & D, cauſées par la peſanteur du poids & celle du levier, ſera la même que celle que pourroit cauſer le poids I, poſé ſur un plan horiſontal.

63. Si le levier AB, ſoutenu par les appuis C & D, étoit croiſé par un ſecond levier FG, à un point quelconque E, de la longueur AB, & qu'aux extrémités F & G il y eut deux poids P & Q en équilibre, les appuis C & D ſeront autant chargés que ſi l'on avoit ſuſpendu au même point E du levier AB, un poids H égal à la ſomme des poids P & Q, jointe à la peſanteur du levier FG; par conſéquent la preſſion qui ſera partagée ſur deux appuis étant réunie, ſera égale à celle que pourroit cauſer ſur un plan horiſontal un poids égal à la peſanteur de tout ce que ces deux apuis portent enſemble: ce qui ſera toujours vrai quand le levier AB, au lieu d'être croiſé par un ſeul FG, le ſeroit par un auſſi grand nombre que l'on voudra.

FIG. 24.

Des Leviers compoſés.

Les rouets & les lanternes dans les Machines faiſant naître des *leviers compoſés*, il convient de les faire connoître pour l'intelligence de ce que nous donnerons par la ſuite.

64. AB eſt une verge à laquelle ſont attachées deux branches AC & BD, formant des angles droits CAB & DBA, renfermés dans un même plan que nous ſupoſerons horiſontal; & c'eſt l'aſſemblage de pluſieurs verges inflexibles comme AC & BD unies à une ſeule AB, que je nomme *levier compoſé*, dont on aura le point d'appui E, en tirant une ligne droite de C en D.

FIG. 25.

Si l'on a deux points ſuſpendus aux extrémités C & D, ou deux puiſſances P & Q, qui appuyent de haut en bas ſur les mêmes extrémités ſelon des directions verticales; je dis que ces puiſſances ſeront en équilibre autour du point E, ſi elles ſont dans la raiſon réciproque des bras de levier AC & BD.

Tout levier compoſé peut ſe réduire à un levier ſimple, ainſi l'analogie de l'un & de l'autre eſt la même.

Pour le prouver, conſiderez qu'on peut regarder les Puiſſances P & Q, comme agiſſant ſur les extrémités de la ligne CD; laquelle pouvant être priſe pour un levier ſimple du premier genre, on aura dans l'état d'équilibre P, Q :: ED, EC: or comme les Triangles ſemblables ACE & BDE donnent ED, EC :: BD, AC, mettant dans la proportion précedente BD & AC, à la place de ED, & EC, on aura P, Q :: BD, AC.

Si les bras AC & BD, que je ſupoſe toujours renfermés dans un

Digitized by Google

même plan horiſontal, au lieu de former des angles droits avec la verge AB, faiſoient des angles quelconques CAB & ABD, il faudra des extrémités C & D abaiſſer les perpendiculaires CF & DG, on aura encore les triangles ſemblables CFE & DGE, qui réduiſent le levier compoſé CABD à un levier ſimple CD. FIG. 27.

Les poids ou puiſſances qui agiſſent aux extrémités C & D pouvant être conſiderés comme étant appliqués au levier CD; il ſuit que dans le premier & ſecond cas, le point d'appui E, ſera chargé d'un poids égal à ces deux puiſſances, qu'on pourra par conſéquent ſupoſer réunies à leur centre de gravité commun.

65. Si la verge AB étoit accompagnée de trois branches AC, FG, BD, aux extrémités deſquelles il y ait trois puiſſances R, P, Q, & qu'on voulut avoir le point E autour duquel elles ſeroient en équilibre, tirez les lignes CD & CG pour avoir les points M & N, dont le premier ſera l'appui du levier compoſé CAFG, ou du ſimple CG, & le ſecond N l'appui du levier compoſé CABD, ou du ſimple CD. FIG. 26.

Comme la puiſſance R ſoutient elle ſeule l'action des deux autres P & Q, il faut la ſuppoſer diviſée en deux parties *x* & *y*, on aura dans l'état d'équilibre, *x*, P :: FG, AC, & *y*, Q :: BD, AC: ces deux analogies ſerviront pour trouver la puiſſance R, lorſque les deux autres P & Q ſeront données, ainſi que les bras de levier, ou pour trouver les puiſſances P & Q, lorſque la troiſiéme R ſera donnée. Etant aiſé d'avoir les valeurs de *x* & de *y*, on aura par conſéquent les puiſſances qui agiroient aux extrémités des leviers ſimples CG & CD; par conſéquent les poids K & L qui expriment la ſomme de ces puiſſances réunies à leur centre de gravité M & N: comme on connoîtra auſſi la ligne MN, elle pourra être conſiderée comme un levier, dont on aura le point d'appui E par l'article 51.

66. Si l'on prolonge dans les trois Figures précédentes, les extrémités de la verge AB priſe pour *axe*, afin d'avoir AS & BT que nous regarderons comme des *tourillons* poſés ſur des appuis H, I; ces appuis tiendront lieu de celui que nous avons ſupoſé au point E, & partageront entr'eux la preſſion que peut cauſer la ſomme des poids & puiſſances appliquées au levier, parce que l'axe AB peut être regardé comme un levier croiſé par pluſieurs autres, ainſi que dans l'article 63.

Les appuis qui ſoutiennent les tourillons d'un arbre ou eſſieu, partagent entr'eux la preſſion que peuvent cauſer les poids ſuſpendus à l'eſſieu.

Nous venons de ſupoſer que les parties des leviers compoſés, étoient renfermées dans un plan horiſontal; mais tout ce que nous avons dit ſubſiſtera encore ſi ce plan eſt vertical, pourvû que les puiſſances qui ſont apliquées aux extrémités des leviers agiſſent ſe-

Digitized by Google

lon des directions perpendiculaires au même plan ; dans ce cas, la preſſion que ſoutiendront les appuis ſe fera ſelon une direction horiſontale.

67. L'on fera attention qu'un levier compoſé, renfermé dans un plan horiſontal ou vertical, pouvant toujours ſe réduire à un levier ſimple CD, on peut ſupoſer que ce dernier au lieu d'être oblique à l'axe AB, le coupe à angles droits comme fait OX; car pourvu que les bras EO & EX ſoient dans le raport de AC & de BD, & que les puiſſances qui ſont apliquées aux extrémités O & X ſoient les mêmes que P & Q, elles ſeront encore en équilibre autour du point E; car il eſt indifférent qu'elles agiſſent ſur un levier, dont les bras ſoient ſéparés ou placés ſur un même alignement; c'eſt pourquoi dans le calcul des machines, l'on pourra toujours regarder un levier compoſé comme s'il étoit ſimple; alors au lieu de deux appuis, on n'en ſupoſera qu'un où ſeroit réunie la preſſion que cauſe la ſomme des Puiſſances.

FIG. 25.

Examen de la preſſion cauſée par un levier ſitué verticalement.

68. Par exemple, je ſupoſe que MCDN repréſente le profil d'un *palier* ou *boëte* dans laquelle tourne un tourillon appartenant à un levier AB ſitué verticalement, dont les bras qui pourroient être ſéparés & répondre à un axe, ſont conſiderés ſur un même alignement. Il eſt conſtant que ſi ce levier étoit pouſſé par deux puiſſances P & Q, en équilibre entr'elles, & qui agiſſent ſelon des directions perpendiculaires, leur appui commun ſera au point C; c'eſt-à-dire, que le palier ſera preſſé ſelon une direction horiſontale DC par une force égale à la ſomme des deux Puiſſances; d'autre part cette boëte ſera auſſi preſſée de haut en bas ſelon une direction verticale, par la peſanteur propre du levier & de tout ce que porte le palier. On fera attention que cette ſeconde preſſion n'eſt point diminuée par la premiere, parce que l'action des puiſſances P & Q ne détruit en rien celle du poids du levier; pour en être convaincu on remarquera que ſi un corps dur & inflexible eſt preſſé entre deux ſurfaces verticales fort polies, & que cette preſſion ſe faſſe ſelon une direction horiſontale paſſant par le centre de gravité du corps, il n'eſt pas poſſible d'empêcher que ce corps ne tombe, quand même la preſſion ſeroit infinie; car l'action étant égale à la réaction (7), ces deux ſurfaces ſe repouſſeront mutuellement avec des forces égales qui ſe détruiront; & la peſanteur du corps ne rencontrant rien qui lui ſoit opoſé, il deſcendra avec la meme liberté que s'il étoit iſolé.

FIG. 29.

Ce que l'on vient de voir s'aplique de ſoi-même aux roues verticales qui donnent le mouvement aux Machines; lorſque l'arbre

Digitized by Google

de ces ſortes de roues ſert d'eſſieu à un *rouet*; alors le courant peut être pris pour la puiſſance Q, & le rayon de la roue pour ſon bras de levier: de même l'effort que les dents du rouet font contre les *fuſeaux* de la *lanterne*, pourra être pris pour la puiſſance P, & le rayon du rouet pour ſon bras de levier; pour cela il faut que la lanterne réponde au ſommet du rouet, afin que les deux puiſſances ſoient dans un même plan; ainſi l'on voit que la puiſſance Q aura non-ſeulement à ſurmonter la réſiſtance que lui opoſent les fuſeaux de la lanterne, mais encore le *frottement* qui naîtra de la preſſion qui ſe fera aux points C & E; auſſi je ne parle préſentement de ces ſortes de preſſions que pour mettre le lecteur en état d'entendre ce que j'enſeignerai dans le ſecond Chapitre ſur la maniere de calculer les frottemens.

Maniere de conſiderer les leviers compoſés pour les rapporter au calcul des Machines.

69. Lorſque le cercle d'un rouet ou d'une lanterne eſt ſitué horiſontalement, il faut de néceſſité que l'arbre LM qui ſert d'eſſieu ſoit vertical, & qu'il y ait deux pivots, l'un qui tourne en bas dans une crapaudine N, & l'autre en haut dans un colier K. Le premier a deux preſſions qui agiſſent à la fois; l'une qui eſt cauſée par le poids de l'arbre ſe fait au fonds de la crapaudine, & l'autre vient de ce que la puiſſance motrice & celle qui réſiſte tendent à écarter de la verticale l'arbre qui ſert d'eſſieu, & l'écarteroient en effet, ſi le bord de la crapaudine & du colier ne retenoit les pivots. PLAN. 3. FIG. 28.

Si l'on ſupoſe l'arbre LM croiſé par un levier AB, pouſſé à ſes extrémités par deux puiſſances P & Q, ſelon des directions perpendiculaires & horiſontales, ou par une ſeule puiſſance R qui les vaudroit toutes deux; les appuis de l'arbre ſeront preſſez ſelon une direction horiſontale RC, avec toute la force dont la puiſſance R ſera capable; & on pourra regarder cette preſſion comme réunie contre le bord de la crapaudine, pour n'en conſiderer qu'une ſeule qui ſera toujours la même, ſoit que le bras de levier de la puiſſance P ſe rencontre ſur l'alignement de la Puiſſance Q, ou plus haut ou plus bas, comme eſt ici GD, pouvû qu'il ſoit dans le même plan vertical. (67)

Prenant le bras de levier GD pour le rayon d'une roue à la circonference de laquelle ſeroit appliquée la puiſſance P, qu'on ſupoſe agir ſans bouger de ſa place, pour faire tourner cette roue; on pourra regarder le bras de levier CE comme le rayon d'un rouet dont les dents s'engrainent au point B avec les fuſeaux d'une lanterne; alors la puiſſance Q exprimera la réſiſtance que les fuſeaux de la lanterne oppoſeront aux dents du rouet.

70. Si l'on avoit un autre levier EF pouſſé à ſon extrémité F, par

Digitized by Google

une puiſſance T ſelon une direction horiſontale & perpendiculaire
FIG. 28. TF; & que ce levier fût repouſſé par une ſeconde puiſſance S, ſelon une direction opoſée SI, parallele à TF; il faudra néceſſairement pour que ces deux puiſſances ſoient en équilibre qu'il y ait un point d'appui en E, tenant lieu d'une troiſiéme puiſſance V, qui pouſſeroit l'extrémité E du levier ſelon une direction VE opoſé à SI & parallele à TF: alors comme il s'agit d'un levier du ſecond genre, ces puiſſances ſeront dans la raiſon réciproque de FE à FI (59); ainſi il ſera aiſé d'avoir la puiſſance V, ou la preſſion qui ſe fera contre le bord de la crapaudine.

Si le bras de levier OY étoit égal à EI, & que la puiſſance S agit à l'extrémité Y, de la même façon qu'elle fait en I, ce que nous venons de dire ſubſiſteroit également; alors on pourra prendre le levier OY pour le rayon d'une roue qui s'engraine au point Y avec une lanterne, & la puiſſance S pour la réſiſtance que cette lanterne oppoſera aux dents du rouet: en ce cas le bras de levier EF pourra exprimer le rayon d'un autre rouet, à la circonférence duquel ſeroit appliquée ſans bouger de ſa place la puiſſance motrice.

Remarque ſur la ſituation la plus avantageuſe des lanternes dont l'axe eſt vertical.

71. Nous avons ſupoſé dans le premier cas, que les bras de levier ou rayons CB ou GD, étoient renfermés dans le même plan, afin que l'arbre ſe trouvât entre les deux puiſſance P & Q, & dans le ſecond cas, que les puiſſances S & T agiſſoient auſſi ſur le même Plan, ſans que l'arbre fut entre-deux; ſur quoi il eſt à remarquer que quand de part & d'autre les réſiſtances que nous avons ſupoſées en B & S ſeroient égales entr'elles, de même que les puiſſances P & T, la puiſſance R ſera toujours plus grande que la puiſſance V: d'où il ſuit que dans le ſecond cas, la preſſion ou le frottement contre les bords de la crapaudine ſera toujours moindre que dans le premier, & qu'il y a plus d'avantage de placer la lanterne qu'on a ſuppoſé en B, du côté de A ou de la puiſſance P, que ſi l'arbre étoit entre deux.

A quoi ſe réduit la preſſion cauſée par deux Puiſſances qui n'agiſſent pas dans le même plan vertical.
FIG. 30.

72. Il nous reſte un troiſiéme cas, qui eſt lorſque le bras de levier de la puiſſance & du poids, ne ſont pas dans le même plan vertical, & qu'ils compoſent enſemble un angle ABC qui aboutit au centre du cercle B, que nous ſupoſerons être celui de l'arbre LM: Si les puiſſances P & Q agiſſent ſelon des directions perpendiculaires & paralleles à l'horiſon ſur les extrémités A & C des bras du levier recourbé ABC, la premiere en pouſſant de P en A, & la ſeconde de Q en C, elles tendront l'une & l'autre à attirer le cercle B ſelon une direction compoſée BR: ainſi on peut ſupoſer que les puiſſances P & Q agiſſent immédiatement ſur le cen-

Digitized by Google

tre du cercle B, en conſervant leur même direction, & forment l'angle DBE égal à CBA : ainſi prenant DB pour exprimer la puiſſance P, & EB pour exprimer la puiſſance Q, achevant le parallelogramme DE, la diagonale BF exprimera une troiſiéme puiſſance, égale au réſultat du concours des deux précédentes, par conſéquent la preſſion contre le bord de la crapaudine : ſur quoi j'ajouterai que tout ce que nous venons de dire pour ce troiſiéme cas aura encore lieu, quoique les bras de levier ſoient ſéparés, & que l'arbre ſoit horiſontal, au lieu d'être vertical.

Des Leviers contigus qui agiſſent les uns ſur les autres.

73. La communication du mouvement dans les Machines ſe faiſant par une répetition de leviers qui agiſſent ſucceſſivement les uns ſur les autres, nous allons établir une regle générale qui nous ſervira par la ſuite à faciliter le calcul de toutes les Machines compoſées de roues & de lanternes.

Voici pluſieurs leviers droits ou coudés BCA, AED, DGF, qui ont leurs appuis aux points C, E, G, placés dans un plan vertical dont les bras contigus GD, DE & EA, AC, ſe conviennent en lignes droites, & agiſſent perpendiculairement à la ligne LM: à l'extrémité F, eſt une puiſſance P en équilibre avec le poids Q; l'un & l'autre ayant leurs directions perpendiculaire aux bras CB & GF; car ſi elles ne l'étoient pas, il faudroit mener de l'appui C ou G, la perpendiculaire GH pour tenir lieu du bras FG. FIG. 31.

Pour trouver le rapport qui eſt entre la puiſſance & le poids, il faut multiplier cette puiſſance par le bras GH, & diviſer le produit par GD; on aura $\frac{P \times GH}{GD}$ pour l'effort qu'elle fait au point D (49), qui étant multipliée par ED, & le produit diviſé par EA, donne $\frac{P \times GH \times ED}{GD \times EA}$ pour la réſiſtance que le poids oppoſe au point A, qui étant multiplié par le bras CA, & le produit diviſé par le bras CB, le quotient donnera $\frac{P \times GH \times ED \times CA}{GD \times EA \times CB} = Q$; & en faiſant évanouir la fraction $P \times GH \times ED \times CA = Q \times GD \times EA \times CB$, qui ſera réduit en proportion, il vient $P, Q :: GD \times EA \times CB, GH \times ED \times CA$, qui fait voir que la puiſſance eſt au poids, comme le produit continuel des bras de levier GD, EA, CB, eſt au produit des autres bras GH, ED, CA.

74. L'on remarquera que dans cette Machine, de même que *Regle generale pour*

connoître le raport de la Puiſſance au poids dans les Machines compoſées.

dans toute autre où le mouvement ſe communique par une répetition de levier les bras de ces leviers ſont toujours en nombre pair, & répondent alternativement à la puiſſance & au poids. Par exemple ici, on a entre la puiſſance & le poids ſix bras de leviers, dont le premier GH, le troiſiéme DE, & le cinquiéme AC peuvent être conſiderés comme répondant à la puiſſance; le deuxiéme GD, le quatriéme EA, & le ſixiéme CB, comme répondant au poids: or pour avoir tout d'un coup une proportion qui marque le raport de la puiſſance au poids, *il n'y a qu'à multiplier de ſuite les bras de levier qui répondent au poids & ceux qui répondent à la puiſſance, & conſiderer que la puiſſance eſt au poids dans la raiſon réciproque de ces deux produits.*

Il ſera aiſé de diſtinguer le produit des bras qui répondent au poids d'avec celui des bras qui répondent à la puiſſance, en faiſant attention que le premier comprend le bras auquel eſt effectivement appliqué le poids, & le ſecond le bras où eſt appliquée la puiſſance.

Analogie des roues dentées.

75. Il ſuit de l'article précedent, que lorſqu'on veut élever un poids à l'aide de pluſieurs roues dentées qui s'engrainent dans des pignons ou lanternes, que prenant les rayons des roues pour les bras de levier qui répondent à la puiſſance, & les rayons des pignons pour les bras de levier qui répondent au poids; *dans l'état d'équilibre il y aura même raiſon de la puiſſance au poids, que du produit des rayons des pignons à celui des rayons des roues.*

Examen des deux leviers compoſés qui agiſſent l'un ſur l'autre, & qui forment enſemble le Mécaniſme des moulins ordinaires, ſervant à moudre le bled.

FIG. 32.

76. AB repréſente un arbre horiſontal, accompagné des bras de levier CD, EF; & IK un arbre vertical, accompagné des bras GH & LM, diſpoſé de façon que le bout F du bras EF ſe trouve derriere celui du bras HG, immédiatement appliqué l'un contre l'autre: à l'extrémité du bras CD, eſt une puiſſance P qui agit de P en D ſelon une direction horiſontale pour faire tourner l'arbre AB ſur ſes tourillons; ce qui ne peut arriver ſans que l'extrémité F du bras EF, ne pouſſe de F en R l'extrémité du bras G, pour faire tourner l'arbre IK, qui tourneroit en effet, s'il n'en étoit empêché par une puiſſance Q, qui repouſſe de Q en M, l'extrémité M du bras LM ſelon une direction perpendiculaire.

Pour ſçavoir dans l'état d'équilibre le rapport de la puiſſance P à la réſiſtance Q, que nous regarderons comme un poids, il faut multiplier le premier bras de levier CD, par le troiſiéme GH, & le ſecond EF par le quatriéme LM (74); on aura P, Q :: EF, × LM, CD × HG; c'eſt-à-dire que *la puiſſance eſt au poids réciproquement comme le produit des bras de leviers qui répondent au poids*

eſt

Digitized by Google

eſt à celui des bras de leviers qui répondent à la puiſſance.

On peut regarder la puiſſance P comme l'action d'un *courant* qui fraperoit les *aubes* d'une roue ; EF comme le rayon d'un rouet FO qui agiroit contre les fuſeaux d'une lanterne GT, qui auroit pour rayon HG ; & le poids Q exprimera ſi l'on veut, la réſiſtance que le bled oppoſe à une meule de moulin SM, en ſupoſant cette réſiſtance réunie à l'extrémité du rayon de la meule.

Proprietés de la Roue, des Poulies, du Plan incliné, du Coin, & de la Vis.

77. Quand une puiſſance apliquée à la circonference *d'une roue*, ſoutient un poids ſuſpendu au *treuil* d'une même roüe ; cette puiſſance ſe trouve dans le même cas, que ſi elle ſe ſervoit d'un levier AB *du premier genre*, dont le bras CA de la puiſſance ſeroit égal au rayon de la roue, & le bras CB du poids égal au rayon du treuil ; car le point d'apui ou les tourillons, répondant au centre C, on aura P, Q :: CB, CA, qui fait voir que dans cette machine *la puiſſance eſt au poids, comme le rayon du treuil eſt au rayon de la roue*, lorſque la puiſſance agit ſelon une direction tangente à la roue.

Analogie de la roue & de ſon eſſieu.

FIG. 33.

Si la direction de la puiſſance n'étoit point parallele à celle du poids, mais qu'elle fut toujours tangente à la roue, comme DF ; l'analogie ſeroit encore la même, puiſqu'alors on auroit un levier coudé DCB.

78. L'analogie des *poulies* pouvant auſſi ſe rapporter à celle du levier, il convient d'en faire mention, en conſiderant que quand une poulie eſt attachée à un point *fixe*, ſon diamétre AB eſt encore un levier du premier genre, qui a un poids Q ſuſpendu à une de ſes extrémités, la puiſſance P appliquée à l'autre, & le point d'apui C dans le milieu, qui donne P, Q :: CA, CB : or comme l'on a CA = CB, puiſque ce ſont des rayons du même cercle, on aura par conſéquent P = Q, qui fait voir que les *poulies fixes ne donnent point d'avantage à la puiſſance*, & ne ſont que diminuer le frottement qui ſeroit conſiderable, ſi la poulie ne tournant point avec la corde, cette corde étoit obligée de gliſſer deſſus, comme ſur un cylindre immobile.

Une Poulie fixe ne ſoulage point une puiſſance qui éleve un poids par ſon moyen.

FIG. 34.

79. Il n'en eſt pas de même des poulies qui doivent être enlevées avec le poids auquel elles ſont attachées. Par exemple, ſi l'on ſupoſe une poulie AB, au-deſſous de laquelle paſſe une corde, dont l'un des bouts ſoit attaché à un endroit fixe G ; la puiſſance P appliquée à l'autre bout AE ne ſoutiendra que la moitié du poids ;

Quand une Poulie eſt attachée au poids qu'on veut élever, la Puiſſance ne ſou-

tient que la moitié de ce poids.

le diamétre AB de la poulie pouvant être regardé comme un *levier du ſecond genre*, dont le point d'appui eſt à l'extrémité B, la puiſſance à l'extrémité A, & le poids dans le milieu; ainſi on aura dans l'état d'équilibre, P, Q :: CB, AB; (59) mais le rayon CB eſt la moitié du diamétre AB, donc *la puiſſance ſera la moitié du poids Q.* Si l'on fait paſſer le bout de la corde AE au-deſſus d'une poulie DE à chape immobile, la puiſſance étant en H, & tirant de haut en bas agira plus commodement, mais ſans en tirer aucun autre avantage.

FIG. 35.

Examen de la ſituation des corps par rapport à leurs lignes de directions.

80. Si un corps CDE poſé ſur un plan horiſontal AB, eſt ſitué de façon que la ligne de direction FG tirée de ſon centre de gravité F, paſſe par ſa baſe CE, le corps demeurera en repos: parce que le centre de gravité ne pourra tomber d'aucun côté étant ſoutenu par le plan, lequel ſera preſſé avec la peſanteur abſolue du corps; c'eſt-à-dire, avec toute l'action dont il peut être capable lorſqu'il eſt en repos.

FIG. 36.

Mais ſi le corps eſt ſitué comme HIK, de maniere que la ligne de direction LM, tirée de ſon centre de gravité L, tombe hors de ſa baſe HK, il faut néceſſairement qu'il renverſe tout à fait du côté M, parce que le centre de gravité L n'étant point ſoutenu par le plan, il agira pour deſcendre vers le centre des graves.

FIG. 37.

81. Il arrivera la même choſe à un corps ECF poſé ſur un *plan incliné AB;* car ſi la ligne GH tombe hors de la baſe EF, ſon centre de gravité G, pouvant deſcendre par rapport au plan incliné & à l'horiſontal; ce corps roulera, parce que ſon centre de gravité l'emportera vers celui des graves.

FIG. 38.

Si la ligne de direction NO du corps IKM paſſe par ſa baſe IM, ce corps au lieu de rouler ne ſera que gliſſer, parce que ſon centre de gravité ne pourra deſcendre que par rapport à l'horiſon ſeulement, alors le plan ne ſera preſſé que par une peſanteur relative.

Le *plan incliné* que l'on admet au nombre des Machines ſimples, ſert à élever un poids à une certaine hauteur: voici les principales analogies qu'on en tire.

Analogie des plans inclinés

82. Si une puiſſance P, ſoutient un poids Q par une ligne de direction parallele au plan incliné AB, *la puiſſance ſera au poids, comme la hauteur BC du plan eſt à ſa longueur BA;* car ſi l'on tire la ligne DF perpendiculaire ſur AB, cette ligne ſera la direction de la puiſſance reſiſtante; & faiſant le parallelogramme EG, le côté DG ou EF exprimera la puiſſance P dans l'état d'équilibre, & le côté DE la peſanteur abſolue du poids; ainſi la puiſ-

PLAN. 4. FIG. 39.

Digitized by Google

ſance ſera au poids comme EF eſt à ED ; mais le triangle DEF étant ſemblable au triangle ABC, l'on aura EF, ED :: BC, BA, ou bien P, Q : : BC, BA. (17)

83. Si la ligne de direction de la puiſſance eſt parallele à la baſe AC du plan incliné, *cette puiſſance ſera au poids, comme la hauteur du plan eſt à la longueur de ſa baſe*; puiſque ſi la ligne DF eſt perpendiculaire ſur AB, elle exprimera encore la puiſſance reſiſtante ; & faiſant le parallelogramme rectangle EG, l'on aura P, Q : : DG ou EF, ED ; (17) & le triangle DEF étant ſemblable au triangle ACB, on aura FE, ED : : BC, CA ; ou bien P, Q :: BC, CA. FIG. 40. & 41.

Enfin ſi la ligne de direction de la puiſſance n'étoit parallele ni au plan incliné, ni à ſa baſe ; alors dans l'état d'équilibre, *la puiſſance & le poids ſeront dans la raiſon réciproque des perpendiculaires FL, FE.* (25)

84. Le *Coin* eſt une machine de fer ou de bois ſervant à élever des corps à une petite hauteur ; dans ce cas ſes analogies ſont les mêmes que celles du plan incliné, eu égard à la direction de la puiſſance agiſſante ; mais lorſque le coin ſert à fendre du bois qui eſt ſon principal uſage, ſa figure eſt un triangle iſoſcelle, & la force qui chaſſe le coin eſt à la réſiſtance du bois, comme la moitié de la tête du coin eſt à la longueur d'un de ſes côtés : comme cette analogie n'a pas lieu dans les machines dont nous parlerons, il ſeroit aſſez inutile d'en donner la démonſtration ; c'eſt pourquoi nous la paſſerons ſous ſilence. *Analogie du Coin.*

Quant *à la vis*, que la plûpart des Auteurs mettent au rang des machines ſimples, quoiqu'elle ſoit compoſée d'un levier & d'un plan incliné, je n'en ferai pas non plus mention préſentement, me reſervant d'en parler dans le Chapitre ſecond, en examinant quel eſt le frottement qui ſe rencontre dans l'uſage de cette Machine.

Principe de Deſcartes pour la Mecanique.

L'objet de la Mécanique étant de mettre les corps en mouvement, nous les avons ſuffiſamment conſiderés en repos autour d'un point fixe, il nous reſte à démontrer dans quel rapport ſont les viteſſes avec leſquelles ces corps ſont diſpoſés à ſe mouvoir, ou ſe mouvroient en effet, ſi l'un d'eux ayant tant ſoit peu d'avantage ſur l'autre venoit à rompre l'équilibre.

85. Mais auparavant il faut faire reflexion qu'un corps n'a de *En quoi*

conſiſte la force des corps, & comment on peut l'eſtimer.

force qu'autant qu'il eſt en mouvement, & que cette force ſera d'autant plus grande, qu'il aura en même tems plus de *maſſe* & plus de *viteſſe*; ainſi qu'un rectangle a d'autant plus de ſuperficie qu'il a une plus grande *baſe* & une plus grande *hauteur*; or comme cette ſuperficie s'exprime par le produit de ces deux dimenſions, de même la force d'un corps qu'on nomme auſſi ſa *quantité de mouvement* doit s'exprimer *par le produit de ſa maſſe & de ſa viteſſe.*

86. Comme deux rectangles ſont égaux, lorſqu'ils ont leurs baſes en raiſon réciproque de leurs hauteurs, de même *deux corps inégaux en maſſe & en viteſſe auront des quantités de mouvement égales, lorſque leurs maſſes ſeront en raiſon réciproque de leurs viteſſes.*

87. De plus ſi ces deux corps ſont diſpoſés de maniere que l'une ne puiſſe exercer ſa force ſans ſurmonter celle de l'autre, ils demeureront tous deux immobiles, quoi qu'avec une tendance au mouvement, parce qu'une force égale n'en peut ſurmonter une égale.

88. Il ſuit que la *même* quantité de mouvement en général peut être formée d'une infinité de manieres; car pourvû que le produit de la maſſe d'un corps par ſa viteſſe demeure le même, ces deux grandeurs peuvent varier entr'elles à l'infini.

Maniere de démontrer l'équilibre, indépendamment du parallelograme des forces.

89. Si l'on a un levier horiſontal AB dont le point d'apui eſt en C, autour duquel ſont en équilibre la puiſſance P & le poids Q, augmentant tant ſoit peu la force de cette puiſſance, afin qu'elle enleve le poids, & emmene le levier dans la ſituation DE; la verticale FD exprimera de combien la puiſſance P eſt deſcendue, & la verticale EG de combien le poids Q eſt monté dans le même tems; & comme les triangles ſemblables CDF & CEG, donnent CG, CF :: EG, FD; *dans le cas de l'équilibre la puiſſance ſera au poids dans la raiſon réciproque du chemin que ſera le poids à celui que fera la puiſſance dans le même tems.*

FIG. 42.

Les effets étant proportionnels à leurs cauſes, la viteſſe de la puiſſance ſera à celle du poids dans la raiſon des eſpaces que l'un & l'autre auront parcourus, dans le même tems: d'où il ſuit que ſi à la place des eſpaces on prend les viteſſes *dans l'état d'équilibre, la puiſſance & le poids ſeront dans la raiſon réciproque de leur viteſſe*; & alors la quantité de mouvement de la puiſſance ſera *égale* à celle du poids. (86)

Application du principe général à l'analogie de la roue.

90. Qnand une puiſſance éleve un poids à l'aide d'une *roue & d'un treuil*, la circonference de la roue exprime la viteſſe de la puiſ-

Digitized by Google

ſance ; & la circonférence du treuil celle du poids ; car lorſque la puiſſance a fait faire un tour à la roue, le poids eſt monté d'une hauteur égale à la circonférence du treuil ; alors dans l'état d'équilibre *la puiſſance & le poids ſeront encore dans la raiſon réciproque de leurs viteſſes*, puiſque les circonférences des cercles qui expriment ce viteſſes, ſont entr'elles comme leurs rayons que nous avons pris ci-devant pour les bras de levier de la puiſſance & du poids. (77)

Aplication du même principe aux poulies fixes.

91. De même ſi une puiſſance & un poids ſont apliqués à une corde qui paſſe ſur une poulie accrochée à un point *fixe*, on verra comme dans l'article 78 que dans l'état de l'équilibre, *la puiſſance ſera égale au poids, parce que leurs viteſſes de part & d'autre ſeront les mêmes ;* car ſi la puiſſance en tirant de haut en bas fait deſcendre la corde d'une certaine longueur, cela ne pourra arriver ſans que le poids ne monte d'autant. PLAN. 3. FIG. 34. & 35.

Aplication du même principe aux poulies mobiles.

92. Mais ſi la puiſſance veut élever un poids Q à l'aide d'une poulie *mobile* comme dans l'article 79 elle ne pourra le faire monter d'un pied ſans que chaque brin de corde GB & EA ſoit racourcie d'un pied, & ſans que la puiſſance P ne deſcende de deux dans le même tems ; ainſi dans le cas d'équilibre, le chemin de la puiſſance étant double de celui du poids, le poids ſera double de la puiſſance. (89) FIG. 35.

Analogie des poulies mouflées.

93. Quand pluſieurs poulies ſont aſſemblées dans une même *écharpe* ou *mouffle*, on les nomme *poulies mouflées*, leſquelles ſervent à élever de très-gros fardeaux avec une puiſſance médiocre ; par exemple ſoit HG la mouffle d'en haut qui doit être fixe, & DK la mouffle d'en bas à laquelle eſt attachée le poids Q que l'on veut élever : lorſque la puiſſance P tire la corde pour faire monter le poids, il faut que cette puiſſance faſſe un chemin double de celui de chaque poulie d'en bas ; & comme nous en ſupoſons ici trois, le poids ne pourra monter d'un pied, ſans que la puiſſance ne deſcende de ſix : ce qui fait voir que *dans l'état d'équilibre la puiſſance ſera au poids comme l'unité eſt au nombre des brins de cordes qui ſoutiennent le poids, ou comme l'unité eſt au double du nombre des poulies d'en bas.* FIG. 44.

Aplication du principe précedent au plan incliné.

94. Enfin conſiderés que ſi une puiſſance P tire le corps Q *parallelement au plan incliné* AB, & qu'elle l'ait fait aller de D en H ; abaiſſant du point E la perpendiculaire EI ſur la ligne de direction HL du poids, la ligne DH ou ſon égale EK exprimera le chemin de la puiſſance, & la ligne IK le chemin du poids où il ſe ſera élevé dans le même tems ; ainſi l'on aura dans l'état d'équilibre, P, Q :: IK, FIG. 43.

Digitized by Google

KE : & les triangles ſemblables EKI, ABC donnant KI, KE :: BC, BA, on aura comme dans l'article 82 P, Q :: BC, BA.

95. Si la puiſſance tiroit le corps ſelon une direction DP *parallele à la baſe du plan*, ou qu'elle le pouſſât de M en D ſelon la même direction, & qu'elle l'eût fait monter de D en H : abaiſſant du point N la perpendiculaire NI ſur la direction HL, la ligne NI exprimera la viteſſe de la puiſſance, & la ligne IK celle du poids, ou la hauteur dont il ſera monté dans le même tems : ainſi on aura dans l'état d'équilibre P, Q :: IK, IN, ou à cauſe des triangles ſemblables, P, Q :: BC, CA, comme dans l'article 83.

FIG. 46.

Examen des Manivelles appliquées à un treuil.

96. L'uſage le plus ordinaire des *Manivelles ſimples*, eſt d'être apliquées à l'axe d'un cylindre ou *treuil* FB, poſé ſur deux *chevalets* pour élever un poids Q : chaque Manivelle eſt compoſée d'un levier *coudé* formant un double équerre BACD, & FGHI, diſpoſé dans un même plan avec l'axe GA ; enſorte que les *coudes* AC & GH ſoient dans un ſens oppoſé, afin que les puiſſances P appliquées aux *poignées* CD & HI, s'inclinent & ſe relevent alternativement en décrivant une circonférence par un mouvement dont la direction lui ſoit toujours tangente.

Comme le poids montera d'une hauteur égale à la circonférence du treuil à chaque tour que fera la manivelle, cette circonférence exprimera la viteſſe du poids, & celle de la manivelle la viteſſe de la puiſſance : ce qui fait voir que l'analogie de cette machine eſt la même que celle de la roue avec ſon eſſieu (77) en ſuppoſant que les puiſſances appliquées à chaque manivelle, & qui partagent le poids, ſont réunies à la même poignée CD.

Il n'y a aucun avantage de courber le coude des manivelles.

97. On remarquera qu'il eſt indifférent que le coude AC ou GH ſoit droit ou courbé, puiſque la diſtance de l'axe GA aux points C & H, ſera toujours exprimée par le rayon GH du cercle que décrit la puiſſance ; & c'eſt en quoi ſe trompent la plûpart de ceux qui n'ont que la pratique, s'imaginant que cette puiſſance aura plus d'avantage dans le ſecond cas que dans le premier. Il y a auſſi pluſieurs Praticiens, qui pour ſauver l'inégalité des puiſſances appliquées aux manivelles, y ajoutent des *ailes* ou *volées* TX & YV qui portent des poids à leur extrémité ; il faut avouer que quand le treuil eſt mû avec beaucoup de viteſſe, les volées ayant acquis cette viteſſe, aident à paſſer plus doucement les endroits difficiles, c'eſt-à-dire les endroits où les puiſſances dans leurs révolutions n'agiſſent pas ſelon une direction tangente au cercle qu'elles décrivent ; ce qui diminue d'autant plus leurs bras de levier que le

Digitized by Google

ſinus de l'angle, que forme la direction oblique avec le coude eſt plus petit que le ſinus total, mais cet avantage eſt affoibli par l'augmentation du frottement que cauſe le poids des volées, leſquelles ne diminuent en rien la puiſſance comme la plûpart ſe l'imaginent.

Je ne m'arrêterai pas à donner un plus grand nombre d'exemples, pour faire voir que quand une puiſſance éleve un poids à l'aide d'une machine ſoit ſimple ou compoſée *dans l'état d'équilibre, la puiſſance & le poids ſont toujours dans la raiſon réciproque de leur viteſſe ou des eſpaces qu'ils parcourent dans le même tems*; (89) ce que l'on verra par la ſuite, étant une application preſque continuelle de ce principe qui eſt le plus ſimple & le plus commode que l'on puiſſe déſirer pour le calcul des machines les plus compoſées; pour ſe le rendre encore plus familier, il convient de lire avec attention les remarques ſuivantes.

La réſiſtance d'un corps au mouvement eſt proportionnée à la viteſſe dont on veut le mouvoir.

98. Il ſuit des article 85 & 89 que la réſiſtance d'un corps au mouvement eſt d'autant plus grande qu'il a plus de maſſe, & qu'un mouvement plus prompt étant un plus grand mouvement, la réſiſtance de ce corps ſera proportionnée à la viteſſe dont on veut le mouvoir: ainſi lorſqu'un corps eſt mû, la force qui le meut doit être d'autant plus grande que ce corps lui oppoſe une plus grande quantité de mouvement.

99. Il ſuit encore (88) qu'une puiſſance de 25 liv. par exemple pourra à l'aide d'une machine élever un poids de 500 liv. ſi le poids ne fait qu'un pied de chemin dans le tems que la puiſſance en fera 20: ou bien elle en élevera un de 50 liv. ſi ce poids ſe meut avec une viteſſe dix fois plus grande que celle du poids de 500 liv. & il en ſera de même de tous les autres produits égaux à 500, puiſqu'il faut toujours trouver 500 liv. de force de quelque façon qu'on les prenne; c'eſt-là une Loy générale de la nature qui ne laiſſe à l'art que le choix des différentes combinaiſons; toute l'induſtrie humaine ne pouvant jamais rendre une petite force égale ou ſuperieure à une plus grande, & quand il ſemble qu'une puiſſance de 25 liv. pour être en équilibre avec un poids de 500, ſe multiplie & s'éleve pour ainſi dire au-deſſus d'elle-même, c'eſt une illuſion qui diſparoit quand on fait attention aux 20 degrés de viteſſe qu'il lui faut donner de plus qu'au poids de 500 liv. car cette viteſſe eſt une force réelle quoi qu'inſenſible aux yeux.

Digitized by Google

Maniere de trouver le centre de gravité d'un triangle & d'un demi-cercle.

Comme nous aurons beſoin par la ſuite de connoître le centre de gravité d'un triangle, & celui d'un demi-cercle, voici la maniere de les trouver.

Maniere de trouver le centre de gravité d'un triangle.

100. Pour avoir *le centre de gravité* d'un triangle ABC, il faut diviſer deux de ſes côtés AC & AB en deux également, tirer des angles oppoſés les lignes BD, CE, & le point G où ces deux lignes ſe couperont ſera celui que l'on demande.

Pour le prouver, remarquez que le triangle ABC peut être conſideré compoſé d'une infinité d'élemens ou lignes paralleles au côtô AC qui ſeront toutes diviſées en deux également par BD; ainſi le centre de gravité commun à toutes ces paralleles doit être à un des points de la ligne BD; par le même raiſonnement on voit qu'il ſe trouvera auſſi dans la ligne CE, il faut donc qu'il ſoit néceſſairement au point G. FIG. 47.

Si du point D, l'on mene DF parallele à CE, l'on verra à cauſe des triangles ſemblables AFD & AEC, que AD étant moitié de AC; AF ſera auſſi moitié de AE; par conſéquent FE ſera moitié de EB, ou le tiers de BF: or comme on a encore les triangles ſemblables BEG, BFD, il ſuit que la partie EF étant le tiers de la ligne BF, la partie GD ſera le tiers de BD: on peut donc conclure *que le centre de gravité d'un triangle ſe rencontre aux deux tiers de la ligne tirée d'un angle ſur le milieu du côté oppoſé.*

101. Un *Secteur de cercle* ABC dont l'angle ſeroit infiniment petit, pouvant être conſideré comme un triangle iſoſcelle, il ſuit que le centre de gravité E de ce Secteur ſera à l'extrémité des deux tiers AE du rayon AD qui partage tous ſes élemens en deux également. FIG. 48.

Un demi-cercle ABC étant compoſé d'une infinité de Secteurs, ſi l'on décrit la demi-circonférence EFG, dont le rayon DF ſoit les deux tiers de DB; cette circonférence paſſera par le centre de gravité de tous les Secteurs; & ſi l'on conçoit la peſanteur de chaque Secteur réunie à ſon centre de gravité, on pourra regarder celle du demi-cercle ABC, comme également diſtribuée ſur la circonférence EFG; ainſi l'on voit que le centre de gravité de la ſuperficie du demi-cercle ABC eſt le même que celui de la demi-circonférence EFG. FIG. 49.

Sentiment que l'on

102. Pour inſinuer le ſentiment que l'on doit avoir du centre de gravité

gravité *d'un demi cercle*, afin de faciliter l'intelligence de ce qu'on verra par la ſuite; conſiderez la circonférence ACBD, dont les diametres AB & CD ſe coupent à angles droits; concevons cette circonférence diviſée en un nombre infini de parties égales comme *ab* & *cd*, à chacune deſquelles nous attribuerons une même peſanteur; il eſt conſtant que tirant les lignes EF paralleles au diametre CD à une égale diſtance du centre L, ces lignes qui ſeront diviſées en deux également par le diametre AB, pourront être regardées comme des leviers aux extrémités deſquels ſont ſuſpendus en équilibre, les petites parties peſantes *ab* qui auront pour centre de gravité commun le point K, auquel on peut les ſuppoſer réunies; tirant les lignes GH, comme on a fait les précedentes, on pourra auſſi les prendre pour des leviers, aux extrémités deſquels ſont en équilibre les petites parties peſantes *cd*, qu'on regardera encore réunies à leur centre de gravité commun I: Si l'on fait le même raiſonnement pour toutes les petites parties de la circonférence, on pourra regarder le diametre AB comme un levier, le long des bras duquel ſont ſuſpendus tous les petits poids répandus dans les demi-circonférences CAD, CBD, qui ſeront en équilibre autour du point L.

doit avoir du centre de gravité d'une demie circonférence de cercle.

FIG. 50.

Il ſuit que pour réunir aux points M des rayons LA & LB, les poids qu'on y a ſuppoſé ſuſpendus, pour n'en avoir que deux appliqués aux extrémitez du levier MM, dont le point d'appui eſt dans le milieu L, il faut que la ſomme infinie de tous les produits de chaque 2*ab* ou 2*cd* par ſa diſtance LK ou LI du centre L à ſa ligne de direction ſoit égale au ſeul produit de LM par le poids de chaque demi cercle: alors on pourra regarder le rayon LA ou LB, comme un levier ſeparé dont le point d'appui ſera en M; puiſque les poids ſuſpendus à ces leviers y ſeront réunis comme à leur centre de gravité commun, qui ſera en même tems celui du demi-cercle où il eſt renfermé.

103. Dans un demi-cercle, je dis qu'il y aura même raiſon de la demi-circonférence ABC au diamétre AC, que du rayon DB à la diſtance DE du centre D au centre de gravité E de cette demi-circonférence.

Analogie pour trouver le centre de gravité d'une demi-circonférence.

Pour le prouver, il faut diviſer les quarts du cercle AB & BC en deux également: tirer les cordes AF, FB, BG, GC: diviſant ces cordes également aux points I, H, K, L, chacun de ces points ſera le centre de gravité de la ligne qui lui répond. Si l'on tire les lignes HI & KL, qu'on les diviſe auſſi également, menant la ligne MN, le point E où elle coupe le rayon DB en deux égale-

FIG. 51.

ment ſera le centre de gravité commun des quatre cordes.

Conſiderez que les triangles ſemblables COG, DLN donnent CG, CO :: DL, DN, ou en doublant les deux premiers termes CG+GB, CB :: DL, DN.

De même les triangles ſemblables BCD, DEN donnent CB, CD :: DN, DE : or ſi à la place des conſéquents CB & DN dans la ſeconde proportion, l'on met les conſéquens CD & DE de la troiſiéme : on aura CG+GB, CD :: DL, DE, dont les deux premiers termes étant multipliés par deux, donnent 2CG+2GB, 2CD :: DL, DE; ou CG+GB+BF+FA, AC :: DL, DE.

L'on aura la même proportion en diviſant le demi cercle en un auſſi grand nombre de parties égales pairement paires que l'on voudra; car la ſomme de toutes les cordes ſi petites qu'on puiſſe les imaginer, ſera toujours au diametre AB comme la perpendiculaire DL tirée du centre D ſur une de ces cordes eſt à l'intervalle DE.

Comme la perpendiculaire DL approchera d'autant plus d'égaler le rayon DC que la corde GC ſera plus petite, il ſuit que prenant le cercle pour un poligone d'une infinité de côtés, *la demi-circonférence ſera à ſon diametre, comme le rayon eſt à l'intervalle DE, du centre de grandeur D, au centre de gravité E de la demi-circonférence.*

104. Si l'on prend la moitié des deux premiers termes de la proportion précedente, l'on verra que *le quart de la circonférence eſt au rayon, comme le rayon eſt à l'intervalle du centre du demi-cercle à ſon centre de gravité*; ainſi nommant a, la demi-circonférence, & b, le rayon, on aura $\frac{2bb}{a} = DE$.

Pratique abregée pour trouver le centre de gravité d'une demi-circonférence.

105. Si le rayon d'un cercle étoit la ſixiéme partie de ſa circonférence, l'intervalle du centre d'un demi-cercle à ſon centre de gravité ſeroit les deux tiers du rayon par l'art. précedent, parce que le rayon ſeroit lui-même les deux tiers du quart de la circonférence; mais comme ſelon la proportion commune, la circonférence eſt plus grande que le triple du diamétre de la ſeptiéme partie du même diamétre, il s'en faut la 33e partie du rayon que l'intervalle du centre d'un demi-cercle à ſon centre de gravité ne ſoit les deux tiers du rayon; or, comme il y a des cas où l'on peut n'avoir point égard à une auſſi petite différence, où il eſt même avantageux d'éloigner le centre de gravité un peu plus qu'il ne devroit être de celui du demi cercle, *on peut le ſuppoſer aux deux tiers du rayon*; principalement quand il s'agit de calculer l'effet d'une Manivelle ou

Digitized by Google

de quelqu'autre Machine, ou le centre de gravité dont nous parlons a lieu.

106. Il suit de l'article 104. que la demi-circonférence du cercle qui auroit pour rayon DE, est égale au diamétre AC; car les rayons des cercles étant comme leur demi-citconférence, on aura DC (b) DE ($\frac{2bb}{a}$) :: a, $\frac{2abb}{ab}$ ou $2b$ = AC.

Analogie pour trouver le centre de gravité de la superficie d'un demi-cercle.

Ayant vû, article 101. que le centre de gravité H d'un demi cercle ABC, étoit le même que celui de la demi-circonférence EFG, décrite par les deux tiers du rayon DB, il suit que pour avoir le point, on n'aura qu'à faire DH quatriéme proportionnelle à la demi-circonférence EFG, au diamétre EG, & au rayon DF.

Comme on peut à la place de la circonférence EFG, & du diametre EG, prendre la demi-circonférence ABC, & le diamétre AC; l'on voit qu'on aura encore le point H en faisant DH quatriéme proportionnelle à la demi-circonférence ABC, au diamétre AC, & à la ligne DF, qui est les deux tiers de DB. FIG. 49.

Trouver le centre de gravité d'un arc de cercle.

107. L'on trouvera de même le centre de gravité d'un *arc de cercle* ABC, en faisant DE quatriéme proportionnelle à cet arc, à sa corde AC & au rayon DB: pour en être convaincu, il n'y a qu'à appliquer à la Figure 52. tout ce qu'on a dit dans l'article 103, observant seulement de changer le nom *de demi cercle*, ou de demi-circonférence, en celui *d'arc de cercle*, & le nom de *diamétre* en celui de *corde*; toutes les conséquences que nous avons tirées de cet article, se tireront de même de celui-ci. FIG. 52.

Il y a des Méthodes générales & fort commodes qui dépendent du *calcul intégral* pour découvrir les centres de gravité des lignes des Plans & des solides; mais je n'ai point voulu m'en servir, afin d'être entendu de ceux qui n'ont point la connoissance de calcul. Au reste, voici une application de ce que nous venons d'insinuer sur la maniere de trouver le centre de gravité d'une demi-circonférence de cercle.

Examen des Manivelles simples & composées.

108. Si l'on a un poids Q suspendu à une *Manivelle* BCDE FG qui tourne sur deux appuis H & I, la puissance motrice P qui seroit appliquée à la circonférence d'une roue KL qui a pour essieu la ligne AG, agissant selon une direction tangente MP ou L P à la roue, variera continuellement, parce que la ligne qui ex- FIG. 53.

Digitized by Google

primera la distance de la direction NQ du poids à l'axe AG, sera plus grande ou plus petite, selon que le coude CD de la Manivelle approchera d'être horisontal ou vertical.

Pour rendre ceci plus sensible, considerez la Figure 54. qui est un profil de la même Machine coupée perpendiculairement à l'axe de la Manivelle; le cercle MN représente la roue, & la circonférence OD celle qui décrira le coude de la Manivelle.

FIG. 54.

Lorsque la poignée se trouvera au point E, la ligne de direction EQ du poids se rencontrant dans la verticale CL, le poids sera dans le même cas que s'il étoit suspendu au centre C; ainsi la puissance P n'en soutiendra aucune partie; mais lorsque la roue sera poussée selon la direction PL, le moment du poids ira toujours en croissant, à mesure que le point E décrira le quart de cercle ED; & ensuite décroîtra dans la même raison, à mesure que le même point s'éloignera de l'extrémité D, pour s'approcher de B, ou étant parvenu, le poids se trouvant encore dans la verticale, la puissance sera nulle comme au commencement, ainsi ce n'est que dans l'instant que la Manivelle se trouve horisontale que l'on a $CD \times Q = CL \times P$ pour le plus grand moment de la puissance & du poids; au lieu que quand la manivelle se rencontrera dans la situation CA, on aura $CF \times Q = CL \times P$, qui fait voir que le rayon CL de la roue & le poids Q étant des grandeurs constantes, la puissance P doit augmenter ou diminuer, dans la même proportion que la perpendiculaire CF, tirée du centre C sur la ligne de direction du poids.

Maniere de trouver la viteſſe moyenne d'une Manivelle ſimple.

109. Si la Puissance P étoit un courant qui vint frapper les aubes LG de la roue MN, lorsque la Manivelle est dans une situation horisontale; que la résistance du poids Q fut égale à la force absolue du courant contre l'aube LG, la roue demeureroit immobile; mais si l'impulsion du courant est tant soit peu au-dessus de la résistance du poids, la roue tournera doucement d'abord, & à mesure que le poids montera, la ligne CF allant toujours en diminuant, le courant trouvant moins d'obstacle à surmonter donnera à la roue une viteſſe qui ira toujours en croissant, à mesure que la résistance du poids deviendra moindre; ainsi l'on voit que ce poids montera de la hauteur CB en moins de tems que s'il avoit toujours eu une *viteſſe uniforme*, égale à celle qu'il auroit en partant du point D; il est question de sçavoir quelle devroit être la *viteſſe moyenne* pour monter d'un mouvement uniforme à la hauteur CB dans le même tems qu'il y seroit enlevé avec une viteſſe *accelerée* comme celle que lui donne la Manivelle.

FIG. 54.

Digitized by Google

Suppoſant le demi-cercle EDB diviſé en un nombre de parties égales infiniment petites *Aa*, dont chacune ſoit priſe pour le poids Q, afin qu'elles puiſſent exprimer ce poids à chaque point de la circonférence du demi-cercle où ſe trouvera la Manivelle en montant de E en B; cherchant le centre de gravité de cette demi-circonférence, (103) la ligne CI ſera *le bras de levier moyen* du poids, c'eſt-à-dire, qu'elle tiendra un milieu entre toutes les perpendiculaires CF, ce qui eſt bien évident par l'article 102. car la ſomme de tous les momens infinis de CF par *Aa* ſera égale au moment de CI par *Aa*, répeté autant de fois qu'il y aura de parties égales *Aa* dans la demi-circonférence BDE; par-conſéquent la ſomme de tous les efforts du poids Q contre la puiſſance P, tandis que le bras de la Manivelle monte de C en B, ſera préciſément le même que ſi ce poids avoit éte attaché à une corde qui filât ſur un treuil XTIV; d'où il ſuit que la ſomme de toutes les viteſſes du poids *retardées* & *accelerées* eſt égale à la viteſſe *uniforme* qu'auroit ce poids, ſi étant ſuſpendu au treuil, il montoit dans le même tems d'une hauteur égale à la demi circonférence TIV, ou au diametre BE du demi-cercle BDE (105.) FIG. 54.

110. On voit que pour juger de *l'action moyenne du courant* contre l'Aube LG, on n'aura qu'à dégager P dans l'équation $Q \times CI = P \times CL$; & que ſi l'on veut comparer la ſomme des *viteſſes retardées & accelerées* de la roue & du poids dans le tems qu'il monte de E en B; on n'aura qu'à prendre le diametre BE pour exprimer la viteſſe uniforme du poids, & la demi-circonférence de la roue pour repréſenter celle du courant; alors on aura pour la quantité de mouvement du poids & de la puiſſance $Q \times BE = P \times KNL$.

Trouver l'action moyenne d'un courant contre les aubes d'une roue, dont la viteſſe n'eſt pas uniforme.

La hauteur où l'on peut élever un poids ſuſpendu à une Manivelle, ne pouvant exceder le double de ſon coude, l'uſage de cette machine ſeroit très-bonne, ſi on s'en vouloit ſervir pour élever des corps peſants; auſſi ne l'employe-t'on que pour donner le mouvement aux *piſtons des pompes*, encore n'eſt-ce pas ſans inconvénient.

Suite de l'article des manivelles.

Par exemple, ſi le poids Q repréſentoit un piſton qui fit monter l'eau en refoulant de bas en haut, la manivelle étant parvenue au point B, il faudra pour ramener le piſton d'où il étoit parti qu'elle décrive le demi-cercle BOE; & le poids du piſton ſuffiſant pour le faire deſcendre, ſans qu'il ſoit beſoin que la puiſſance motrice y ait part; l'on voit que cette puiſſance ne fera monter l'eau que par intervalle, & que le tems que le piſton mettra à deſcendre ſera employé à pure perte, eu égard au produit de la pompe; PLAN. 4. FIG. 54

Digitized by Google

cependant, comme on ne peut gueres ſe paſſer des Manivelles dans la plûpart des Machines hydrauliques, on a tâché de les rectifier en les multipliant, afin qu'il n'y eût point de tems perdu dans leurs actions, & que cette action fut la plus uniforme qu'il eſt poſſible : c'eſt ce qu'on va voir dans l'examen des manivelles *doubles, triples & quadruples.*

Examen de la manivelle double.

PLAN. 5. FIG. 55.

111. Pour commencer par la manivelle *double* ABCDEFGHI qui a pour axe KL tournant ſur les appuis M, N, conſiderez que les coudes ou bras de cette manivelle étant dans un même plan, les piſtons P & Q ſuſpendus aux poignées CD, & FG, monteront & deſcendront alternativement ; ainſi tandis que le premier agira pour faire paſſer l'eau dans le reſervoir, le ſecond deſcendra par ſa propre peſanteur, après quoi ce dernier ſera monter l'eau à ſon tour, & l'autre P deſcendra ſans agir.

Il y aura donc toujours une des deux manivelles dans le cas de celle de l'article 109; par conſéquent point de tems perdu, puiſque l'eau paſſera continuellement dans le réſervoir ; il eſt vrai que chaque piſton montera encore avec une viteſſe inégale, mais que l'on conſidérera comme uniforme en le ſupoſant apliqué aux deux tiers du coude de ſa manivelle (109) afin d'avoir le moment du poids ; faiſant attention en calculant la machine que la puiſſance ſe trouvera dans le même cas que s'il n'y avoit qu'un corps de pompe, dont le piſton fit monter l'eau ſans interruption.

Examen de la manivelle triple.

FIG. 56.

112. La manivelle *triple*, que l'on nomme auſſi manivelle *à tiers-point*, eſt compoſée de trois coudes ou bras AB, AC, AD qui partagent en trois parties égales la circonférence d'un cercle dont le centre eſt dans l'axe ; cette manivelle eſt ſujette à moins d'inégalité dans ſon mouvement que la précedente, parce qu'il n'arrive jamais que la puiſſance de l'action ſoit nulle.

Pour juger du plus grand & du moindre effort de cette puiſſance à chaque révolution, il faut chercher quelle eſt la ſituation de la manivelle dans ces deux cas ; en ſupoſant qu'on a ſuſpendu à chaque bras un poids égal qui n'oppoſe de réſiſtance que lorſqu'en montant il ſe trouve renfermé dans le demi-cercle GEH, & qu'auſſi-tôt il commence à deſcendre dans le demi-cercle GIH, ſa peſanteur devient nulle ; c'eſt ce qui convient aux piſtons qui n'agiſſent qu'en montant.

Lorſqu'un des bras AB ſe rencontre dans une ſituation horiſontale IE, les deux autres AC, AD forment avec le rayon AE, chacun un angle CAE, DAE de 60 degrés ; tirant les lignes CE, ED, on aura les triangles équilatéraux ACE, DAE dont la ba-

Digitized by Google

ſe commune AE ſera diviſée en deux également par les directions des poids ſuſpendus aux points C, D, qui ſe rencontrent dans un même plan vertical; par-conſéquent ces deux poids ayant pour bras de levier commun la perpendiculaire AF moitié du rayon AE, n'opoſeront enſemble à la puiſſance P que la réſiſtance dont chacun d'eux ſeroit capable, s'il étoit ſuſpendu à l'extrémité E du rayon AE.

Il ſuit de là que lorſque la manivelle en tournant ſe rencontre dans une ſituation oppoſée à la précedente, le poids Q ſuſpendu à l'extrémité du coude horiſontal AB oppoſe à la puiſſance la même réſiſtance qu'elle ſoutenoit dans le cas précedent, puiſque la peſanteur des deux autres qui répondent au demi-cercle GIH eſt regardée comme nulle. FIG. 57.

Quand le bras AB eſt vertical, la direction du poids qui répond à ce bras ſe trouvant dans l'axe, n'oppoſe aucune réſiſtance à la puiſſance, non plus que le ſeul poids ſuſpendu au bras AD que la puiſſance doit ſoutenir. FIG. 58. & 59.

L'angle LAD étant de 60 degrés, le triangle ALD ſera équilateral; par conſéquent le quarré de la perpendiculaire AF ſera les trois quarts du quarré du rayon AD; ainſi ſuppoſant ce rayon diviſé en huit parties égales, ſon quarré ſera 64, celui de AF 48, dont la racine eſt environ 7; qui fait voir que le rapport de AE à AF eſt à peu près comme 8 à 7.

Les poids ſuſpendus aux bras des manivelles étant égaux; il ſuit que lorſqu'ils ſe rencontreront dans le demi-cercle GEH, leur momens ſeront dans la raiſon des perpendiculaires tirées du centre ſur leurs lignes de directions, puiſque ces perpendiculaires expriment leurs bras de levier: ſi celui de la puiſſance l'eſt toujours par une ligne conſtante AO, cette puiſſance variera dans le rapport des mêmes perpendiculaires; ainſi quand un des coudes de la manivelle ſe trouvera dans une ſituation horiſontale, la puiſſance pourra être exprimée par le rayon AE, & quand le même coude deviendra vertical, elle le ſera par la perpendiculaire AF.

113. Pour peu que l'on y faſſe attention, l'on verra que le moindre effort de la puiſſance ſera exprimé par AF, & le plus grand par AE; car dans la Figure 58e, lorſque le point D approche de G, le point B ayant le même mouvement pour s'approcher de E, la puiſſance ira en croiſſant juſqu'à l'inſtant où la perpendiculaire AF deviendra leur bras de levier commun, comme dans la Figure 56: l'on voit auſſi dans la Figure 59, qu'à

Digitized by Google

meſure que le point D s'approchera de E, la puiſſance croîtra avec la perpendiculaire AF juſqu'au moment où le bras AD deviendra horiſontal comme dans la figure 57e, & décroîtra à meſure qu'il s'élevera au-deſſus de l'horiſon, tant qu'il ſoit parvenu à former avec le rayon AE un angle de 30 degrés, comme dans la figure 58; ce qui fait voir que les inégalités de la puiſſance ſont renfermés dans un arc de cercle de 60 degrés, & que le bras de levier moyen doit être exprimé comme ci-devant par l'intervalle du centre A au centre de gravité R de l'arc LED, que l'on trouvera en faiſant AR quatriéme proportionnelle à l'arc LED, à la corde LD & au rayon AE, ou troiſiéme proportionnelle au même arc & à ſon rayon; parce que cet arc étant de 60 degrés, la corde eſt égale au rayon.

114. Suppoſant que les bras de la manivelle triple ſoient de même longueur que ceux de la manivelle double; nommant l'un & l'autre a, & b, la demi-circonférence qu'ils décrivent, l'on aura $\frac{2aa}{b}$ pour le bras de levier moyen de la manivelle double, (104 & $\frac{3aa}{b}$ pour celui de la manivelle triple; ce qui fait voir que ſi les poids ſuſpendus à ces manivelles ſont les mêmes, ainſi que les bras de levier des puiſſances qui les élevent, ces puiſſances ſeront comme 2 eſt à 3.

Si l'on cherche en nombre le rapport du coude de la manivelle triple à ſon bras de levier moyen, l'on verra qu'il eſt à peu de choſe près comme 16 eſt à 15; ainſi dans les machines où cette manivelle eſt employée, il faudra diviſer la longueur d'un des bras en 16 parties égales, en prendre 15 pour le bras de levier moyen, ou pour le rayon du cercle dont la circonférence exprimera la viteſſe uniforme du poids; faire le calcul de la machine, comme ſi on n'avoit qu'un ſeul corps de pompe dont le piſton refoulât l'eau ſans interruption, & le reſte ſelon les loix ordinaires de la Mécanique.

Examen de la manivelle quadruple.

115. Quoiqu'il ne ſoit gueres d'uſage de faire des manivelles *quadruples* par la difficulté de les rendre aſſez ſolides pour n'être pas ſujettes à ſe rompre ſouvent, nous ne laiſſerons pas que d'en examiner l'effet, pour faire remarquer en paſſant contre toute apparence que cette manivelle a plus d'inégalité dans ſon mouvement que la triple.

FIG. 60. Si l'on imagine que des quatre bras AB, AC, AD, AE, qui forment entr'eux des angles droits, il y en ait deux dans une ſituation

tion *horiſontale*; les deux autres étant dans la *verticale*, la puiſſance n'aura à ſoutenir que le ſeul poids ſuſpendu à l'extrémité E (112), & lorſque les bras de cette manivelle formeront avec l'horiſon des angles de 45 degrés, les directions des poids ſuſpendus aux points F & G ſe trouvant dans un même plan vertical, auront pour bras de levier commun la perpendiculaire AH dont le rapport avec le rayon AE, ſera le même que celui du côté d'un quarré à ſa diagonale; c'eſt-à-dire, à peu près comme 5 eſt à 7 : Si l'on double le nombre 5, à cauſe qu'il y a deux poids qui répondent au point H, le rapport de la plus petite à la plus grande force de la puiſſance, ſera comme 7 eſt à 10, au lieu que ce rapport eſt celui de 15 à 16 pour la manivelle triple. FIG. 60.

Si l'on prolonge AE pour faire AL double de AH, & qu'on décrive de l'intervalle AL le quart de cercle KLM, le rayon AE ſera le plus petit, & AL le plus grand bras de levier du poids; par conſéquent, le bras de levier moyen ſera exprimé par l'intervalle du centre A au centre de gravité N de l'arc KLM.

Le triangle AEK étant rectangle & Iſoſcelle, nommant encore le rayon AE, a, & la demi-circonférence CED, b; la corde KM ſera $2a$; le rayon AK ou AL $\sqrt{2aa}$, & le quart de circonference KLM $\frac{b}{2a}\sqrt{2aa}$; cela poſé, ſi l'on cherche une quatriéme proportionnelle à l'arc KLM $(\frac{b}{2a}\sqrt{2aa})$, à la corde KM $(2a)$ & au rayon AL $(\sqrt{2aa})$, on aura AN $= \frac{2a\sqrt{2aa}}{\frac{b}{2a}\sqrt{2aa}}$ ou AN $= \frac{4aa}{b}$ d'où l'on tire b, $2a :: 2a$, AN qui fait voir que le bras de levier moyen ſera 3e proportionnelle à la demi-circonférence que décrit la manivelle, & au double d'un de ſes bras.

116. Ayant trouvé (104) $\frac{2aa}{b}$ pour l'expreſſion de la puiſſance qui fait agir la manivelle double, $\frac{3aa}{b}$ pour celle de la manivelle triple (114), & $\frac{4aa}{b}$ pour celle de la manivelle quadruple (115), on voit que ces puiſſances ſuivent la proportion du nombre des bras de leurs manivelles ou des piſtons qui refoulent l'eau.

Comme dans la manivelle quadruple le bras de levier moyen entre 7 & 10 eſt à peu-près 9, il faut dire, ſi 7 donne 9, combien donnera la longueur d'un des bras de la manivelle pour le bras de

Digitized by Google

levier moyen qu'on cherche ; la circonférence qui aura pour rayon cette ligne, exprimera la viteſſe du poids ; alors dans le calcul de la machine, on ſuppoſera qu'elle n'eſt compoſée que d'un corps de pompe, dont le piſton qui ſeroit ſuſpendu à l'extrémité du bras de levier moyen agit ſans interruption.

Je pourrois encore raporter des choſes aſſez curieuſes ſur les manivelles plus compoſées ; mais comme il n'y a point d'apparence qu'on en faſſe jamais uſage, je ne m'y arrêterai pas.

Voici quelques principes ſur la force des animaux propres à mouvoir les machines, c'eſt-à-dire ſur celle des hommes & des chevaux, extraits des raiſonnemens & expériences faites ſur ce ſujet par Meſſieurs de la Hire, Sauveur & Parent. Dans la ſuite nous en ferons l'application à la manœuvre de pluſieurs machines eſſentielles à la vie.

Maniere d'eſtimer la force d'un homme qui éleve ou qui porte un fardeau.

117. La force de l'homme & de tout autre animal qu'on employe à mouvoir des fardeaux, dépend des muſcles qui jouent, & de la poſition où eſt ſon corps, & ce n'eſt que par l'expérience qu'on peut connoître la force des différens muſcles.

Un homme d'une taille médiocre & d'une force ordinaire peſe autour de 140 livres : comme cet homme étant à genoux peut ſe rélever en s'appuyant ſeulement ſur la pointe des pieds, & qu'alors les ſeuls muſcles des jambes & des cuiſſes élevent le poids de tout ſon corps, il eſt évident que ces muſcles ont la force de 140 livres.

On voit auſſi par experience qu'un homme ayant les jarrets un peu pliés, peut ſe redreſſer, quoique chargé d'un poids de 150 ſb auquel ajoutant celui de ſon corps de 140, la force des muſcles des jambes & des cuiſſes peut donc élever un poids de 290 livres, pourvû que l'élévation ne ſoit que de deux ou trois pouces au plus.

Un homme peut élever un poids de 100 livres qu'il auroit entre les jambes, ployant ſeulement le corps pour prendre ce poids avec les mains comme avec deux crochets, & ſe redreſſant enſuite ; d'où il ſuit que les ſeuls muſcles des lombes ont la force d'elever un poids de 170 livres ; car ils élévent non-ſeulement le poids de cent livres, mais encore toute la partie ſupérieure de ſon corps depuis la ceinture qu'on eſtime peſer 70 livres, & qu'il avoit panché pour prendre le poids.

Un homme en ſe ſervant d'une

118. A l'égard de la force des bras pour tirer & pour élever un fardeau, elle peut être évaluée à 160 livres : ſi l'on a une corde qui paſſe ſur une poulie, qu'à l'un des bouts il y ait un poids de

140 livres, l'homme que nous avons ſuppoſé avoir cette peſanteur, étant appliqué à l'autre bout de la corde, ne pourra enlever ce poids, parce qu'il ſera en équilibre avec lui, & *qu'on ne peut élever au de-là de ſa peſanteur propre* quelque ſecouſſe que l'on ſe donne, parce que la force des muſcles des bras & des épaules ne peut avoir lieu pour ſoutenir un corps plus peſant que le corps, qu'autant qu'on a un point d'appui qu'on ne quitte pas; ce qui ne peut arriver dans le cas dont nous parlons, où l'on ne peut faire agir tout le poids du corps ſans perdre terre.

poulie fixe ne peut enlever un poids au-deſſus de ſa peſanteur propre.

119. Monſieur de la Hire, après avoir établi ce que nous venons d'expoſer, conſidere l'effort de l'homme pour tirer ou pour pouſſer horiſontalement; pour cela, il le ſuppoſe appliqué à la manivelle d'un treuil dont le rayon ſeroit égal au coude de la manivelle, afin de comparer la force de l'homme ſans aucun avantage de la part de la machine

La force d'un homme appliqué à une manivelle pour la faire tourner n'eſt au plus que de 27 liv. en agiſſant avec une viteſſe de mille toiſes par heure.

Si le coude de la manivelle eſt placé horiſontalement à la hauteur des genoux, l'effort de l'homme qui la reléve, peut élever en même tems un poids de 150 livres qui ſeroit attaché à l'extrémité de la corde apliquée au travail, en prenant tous les avantages poſſibles, puiſqu'il ſera dans le même cas que ci-devant pour élever ce poids; mais ſi au contraire il veut abaiſſer la manivelle, ſon effort ne peut être que de 140 livres, ne pouvant apuyer que du poids de tout ſon corps.

Si le coude de la manivelle eſt placé verticalement, & que la poignée ſoit à la hauteur des épaules, il eſt certain qu'un homme ne pourra faire aucun effort pour la faire tourner en tirant ou en pouſſant avec la main, ſi ſes deux pieds ſont l'un contre l'autre & que le corps ſoit droit, puiſque dans cette poſition, ni la force de tout le corps ou de ſes parties, ni ſa peſanteur, ne peuvent faire aucun effort pour pouſſer ou pour tirer.

Mais ſi la manivelle eſt plus haute ou plus baſſe que la hauteur des épaules, l'homme pourra avoir quelque force pour pouſſer ou pour tirer, & cette force dépend de la ſeule peſanteur de ſon corps, que l'on doit conſiderer comme réunie dans ſon centre de gravité, qui eſt à peu-près à la hauteur du nombril pour déterminer l'équilibre; car l'effort des muſcles des jambes & des cuiſſes, ne ſert que pour conſerver cet équilibre en marchant.

120. Il n'y a donc que lorſque le corps eſt incliné, qu'un homme peut pouſſer horiſontalement avec le bras, & l'inclinaiſon la plus commode pour agir, eſt de faire un angle de 60 degrés avec l'horiſon; alors la force de l'homme ſe réduit ſeulement à 27 livres

Digitized by Google

pour pouſſer horiſontalement avec les bras, ou pour tirer une corde en marchant, le corps incliné en devant, la corde attachée vers les épaules, ou au milieu du corps.

Ceux qui n'ont point examiné de près la force d'un homme dans la ſituation que nous venons de ſupoſer, ne ſçauroient ſe perſuader qu'elle ſe réduiſe ſeulement à 27 livres : Cependant on eſt ſur qu'à peine elle va juſques là, puiſque ſelon les expériences qu'a fait Mr Sauveur, il a trouvé que la force d'un homme apliquée à une manivelle, ou qui tire une corde horiſontalement, ne pouvoit être eſtimée que de 24 à 25 livres : pour en juger il a attaché une poulie au-deſſus d'un puits à une hauteur convenable, a acroché differens poids à un des bouts de la corde qui étoit dans le puits, & l'autre bout étoit tiré horiſontalement par l'homme qui faiſoit monter le poids.

121. Il convient de remarquer que quand on réduit la force d'un homme à 25 livres, lorſqu'il agit de la façon que nous venons de dire, on le conſidere en état de ſoutenir un travail moderé d'une ou deux heures de ſuite; encore faut-il avoir égard à ſa *viteſſe, qui* ne peut gueres s'étendre au-delà de *mille toiſes par heure*, ſoit qu'il marche ou qu'il manœuvre circulairement.

122. Il ſuit que *l'effet d'une machine mue par un homme, ne peut jamais être au-deſſus de l'effet naturel, c'eſt-à-dire au-deſſus du produit de mille toiſes en une heure par 25 livres*, de quelque maniere que ce produit ſoit formé par le poids & par la viteſſe, puiſqu'on aura toujours la même quantité de mouvement; ainſi un homme faiſaiſant cent toiſes en une heure peut élever un poids de 25000 livres, pourvû que ce poids ne faſſe qu'une toiſe de chemin dans le même tems. Il en ſera de même de toutes les autres machines à l'infini dont peut être formé le produit de 25000; l'effet machinal a donc néceſſairement pour bornes, l'effet naturel de la puiſſance qui meut la machine, puiſqu'il eſt impoſſible de tirer du néant une nouvelle force.

La force d'un cheval qui tire eſt équivalente à celle de ſept hommes, ou d'environ 175 liv. avec une viteſſe de 180 toiſes par heure.

123. Il reſte à comparer la force des hommes à celle des chevaux pour tirer; mais comme elle ne dépend pas entierement de leur peſanteur comme celle des hommes, mais principalement des muſcles de leur corps, & de la diſpoſition générale de ſes parties qui ont un très-grand avantage pour pouſſer en avant, on doit ſe contenter de l'expérience commune, par laquelle *on ſçait qu'un cheval tire horiſontalement autant que ſept hommes*, c'eſt-à-dire environ 180 livres, qui eſt peu de choſe par raport à l'idée que l'on a de la force de cet animal; mais on la conſidere ordinai-

Digitized by Google

ment appliquée à quelque machine à roue, laquelle roulant sur un plan horisontal, il ne faut gueres au cheval qu'autant de force qu'il est nécessaire pour vaincre le frottement des essieux.

124. Monsieur Sauveur ayant aussi fait des expériences sur la force moyenne d'un cheval, a trouvé qu'il tiroit d'un puits un poids d'environ 175 livres avec une vitesse de 1800 toises par heure : ainsi l'on peut encore dire que *quelque art qu'on employe à composer une machine mue par un cheval, son effet sera toujours moindre à cause des frottemens que le produit de* 170 *livres par* 1800 *toises de vitesse en une heure* ; puisque ce produit limite nécessairement la quantité de mouvement du poids : cependant il m'a paru par nombre d'observations que j'ai faites sur les machines mues par des chevaux, que la vitesse d'un cheval ordinaire attelé & qui travailloit pendant deux heures & demi ou trois heures de suite, pouvoit aller à deux mille toises par heure.

Regle du mouvement & du choc des corps en général.

La théorie des eaux ne pouvant être traitée avec exactitude sans le secours des regles du mouvement, voici ce qu'il convient d'en sçavoir pour l'intelligence de l'Architecture Hydraulique.

125. Les regles du mouvement dépendent de six choses principales ; 1° *de la force motrice* qui est appliquée aux corps ; 2° de *la masse* des mêmes corps ; 3° de *la vitesse* avec laquelle ils sont mûs ; 4° du *tems* ou *de la durée* du mouvement ; 5° *de l'espace* parcouru pendant ce tems ; 6° de la *force du choc* dont ces mêmes corps sont capables.

Pour rendre plus simples les expressions des règles que nous allons établir, nous supposerons, comme on le fait ordinairement, que *les masses des corps sont proportionnelles à leur pesanteur* ; c'est pourquoi nous ne ferons mention que de leurs masses.

126. On appelle force *simplement motrice* celle qui n'est appliquée à un corps qu'autant de tems qu'il en faut pour lui imprimer un certain degré de vitesse, après quoi le corps se sépare de la force motrice ; alors son mouvement est *uniforme*, c'est-à-dire parcourt des espaces égaux en temps égaux.

127. L'on nomme *force acceleratrice* celle qui étant toujours apliquée au corps, renouvelle sans cesse son impression, augmente dans le second instant l'effet du premier ; dans le troisiéme, l'effet du second, ainsi de suite ; de sorte que la vitesse va toujours en croissant.

Digitized by Google

128. Il eſt évident que l'effet de la force motrice ſimple eſt un certain eſpace parcouru en un certain tems, pendant lequel le corps eſt mû, & que cette force ſera d'autant plus grande que l'eſpace ſera plus grand & le tems plus court, *donc ſa meſure ou ſon expreſſion ſera l'eſpace diviſé par le tems employé à le parcourir.*

Maniere d'exprimer la viteſſe, l'eſpace, le tems, la maſſe & la force d'un corps mû d'un mouvement uniforme.

129. Comme l'eſpace n'aura été parcouru qu'en vertu de la viteſſe que la force motrice aura imprimée au corps, il ſuit que plus cet eſpace ſera grand & le tems petit, plus la viteſſe ſera grande, & que ſa meſure ou ſon expreſſion ſera encore *l'eſpace diviſé par le tems*; ainſi nommant V la viteſſe, E l'eſpace, & T le tems, on aura $V = \frac{E}{T}$, donc $VT = E$, & $T = \frac{E}{V}$; qui fait voir qu'on pourra toujours exprimer l'eſpace qu'un corps parcourt d'un mouvement uniforme *par le produit de ſa viteſſe & du tems qu'il a mis à la parcourir*, & qu'on pourra exprimer le tems *par l'eſpace diviſé par la viteſſe.*

130. Quant à la force ou quantité de mouvement dont un corps peut être capable pour choquer une ſurface ou un autre corps qui lui ſeroit oppoſé; il eſt conſtant, comme nous l'avons dit ailleurs (85) qu'elle doit être exprimée *par le produit de ſa maſſe & de ſa viteſſe*; ainſi nommant F la force ou quantité de mouvement, M la maſſe, & V la viteſſe, on aura $F = MV$; donc $\frac{F}{V} = M$, & $\frac{F}{M} = V$, *qui fait voir qu'on aura toujours la maſſe d'un corps en diviſant ſa force ou ſa quantité de mouvement par la viteſſe, & qu'on aura ſa viteſſe, en diviſant ſa force ou ſa quantité de mouvement par ſa maſſe.*

Pour eſtimer l'action d'un corps contre une ſurface, il faut avoir égard à la direction ſelon laquelle ce corps eſt mû.

131. Lorſqu'un corps mû avec une certaine viteſſe frappe perpendiculairement une ſurface ou un corps en repos, il fait toute l'impreſſion qu'il peut jamais faire étant mû avec cette viteſſe; mais s'il le frappe obliquement avec la même viteſſe, l'impreſſion ſera moindre; c'eſt pourquoi il faut toujours conſidérer ſelon quel angle ou quelle direction agit la force appliquée au corps.

Quand deux forces agiſſent *pleinement*, c'eſt-à-dire ſelon des directions perpendiculaires, leurs effets ou impulſions ſont dans la raiſon compoſée de leurs maſſes & de leurs viteſſes; mais quand ces deux forces ont leur action diminuée par les circonſtances, les effets ſont proportionnels aux forces ou cauſes modifiées, comme elles doivent l'être. Par exemple, *ſi de deux corps différens, l'un donne un choc perpendiculaire, l'autre un oblique, les deux impreſſions*

Digitized by Google

ſeront comme la maſſe du premier multiplié par ſa viteſſe, & le produit par le ſinus total, eſt à la maſſe du ſecond multiplié par ſa viteſſe, & le produit par le ſinus de l'angle d'incidence. (24)

132. Il ſuit que ſi les maſſes & les viteſſes ſont égales, les chocs ſeront comme les ſinus correſpondans; & que ſi les maſſes ſont égales, & que les viteſſes ſoient différentes, ainſi que les directions, les chocs ſeront dans la raiſon compoſée des viteſſes & des ſinus correſpondans.

Regle générale du choc des corps.

133. Tout le monde convient que dans les corps *ſans reſſort* le mouvement ſe perd par un mouvement contraire, c'eſt-à-dire par celui d'un corps qui va d'un ſens directement oppoſé: d'où il ſuit que *ſi deux corps vont d'un ſens oppoſé, & qu'ils ayent des quantités de mouvement égales, venant à ſe rencontrer directement, ils s'arrêteront tous deux, & demeureront en repos après le choc*, parce que chaque quantité de mouvement détruira l'autre qui lui eſt égale & contraire. (87)

134. *Si un corps en mouvement en rencontre une autre en repos, la quantité de mouvement ſubſiſtera entiere après le choc*, puiſqu'il n'y en a point de contraire qui la détruiſe; mais elle ſera partagée entre les deux corps, c'eſt-à-dire qu'il arrivera la même choſe que ſi la maſſe du corps mû étoit augmentée de celle du corps en repos, & que ſi ſa viteſſe fût diminuée à proportion de l'augmentation de la maſſe; ainſi *diviſant la quantité de mouvement qu'avoit le corps mû par la ſomme des deux maſſes, on aura la viteſſe avec laquelle les deux corps iront enſemble du même côté.* (130)

135. *Si les deux corps ſe choquent ſelon les directions oppoſées avec des quantités de mouvement inégales; le corps qui en aura le plus détruira totalement la quantité de mouvement du corps qui en aura le moins, & il ne reſtera pour toute quantité de mouvement que l'excès de ce que l'un avoit au-deſſus de l'autre*; alors il arrivera la même choſe que ſi le plus fort avec ce qui lui reſte de force avoit rencontré l'autre en repos.

136. Enfin, *ſi deux corps allant d'un même côté, en ſuivant la même direction, viennent à ſe rencontrer avec des viteſſes inégales, leurs quantités de mouvement demeureront entieres après le choc*, puiſqu'elles n'ont rien de contraire l'une à l'autre: il arrivera la même choſe que ſi ces deux corps n'en faiſoient plus qu'un; c'eſt pourquoi on aura leurs viteſſes communes, en diviſant la ſomme de leurs quantités de mouvement par la ſomme de leurs maſſes. (130.

137. Pour établir les regles générales du mouvement uniforme, j'avertis une fois pour toutes que nous continuerons à nom-

Digitized by Google

mer V la viteſſe d'un mobile, M ſa maſſe, F ſa force ou quantité de mouvement, E l'eſpace parcouru, & T le tems employé à le parcourir, & que nous nommerons auſſi par les lettres ſemblables, v, m, f, e, t, la viteſſe, la maſſe, la force, l'eſpace & le tems appartenant à l'action d'un autre mobile.

Formules générales d'où l'on tire toutes les regles du mouvement uniforme.

138. Selon ce qui a été dit ci-devant (129 & 130) l'on aura $V = \frac{E}{T}$, $u = \frac{e}{t}$, $F = MV$, $f = mu$; par conſéquent $F, f :: MV, mu$, où mettant à la place des viteſſes leurs valeurs, il vient $F, f :: \frac{ME}{T}, \frac{me}{t}$, par conſéquent $\frac{Fme}{t} = \frac{fME}{T}$, ou en faiſant évanouir les fractions $FT\ me = ft\ ME$, dont on pourra ſe ſervir pour une regle générale des mouvemens uniformes.

139. Ayant auſſi $V, u :: \frac{E}{T}\ \frac{e}{t}$, on tirera de même $\frac{Ve}{t} = \frac{uE}{T}$, ou $VT\ e = ut\ E$, pour une ſeconde regle qui comprend les viteſſes.

140. Enfin, puiſqu'on a $F, f :: MV, mu$, on en tirera encore $Fmu = fMV$ pour une 3e regle. Ces trois regles comprennent ſi généralement tout ce qui regarde les mouvemens uniformes, qu'on les peut appliquer à toutes les hypoteſes imaginables.

Application de la premiere regle ou formule à différentes hypotheſes.

141. On pourra tirer de la premiere regle (138), $FT\ me = ft\ ME$ autant d'analogies qu'elle comprend de racines, en prenant d'abord les grandeurs de même eſpece, en voici une pour exemple; $F, f :: ME\ t, me\ T$; c'eſt-à-dire que *les forces ſont dans la raiſon compoſée des produits des maſſes & des eſpaces directement par les tems réciproquement* : on énoncera les autres de la même maniere.

142. Pour tirer de la même regle d'autres analogies plus ſimples, on fera autant deſuppoſitions que l'équation comprend de racines différentes; par exemple, ſi l'on ſuppoſe $F = f$, ou aura $T\ me = t\ ME$, d'où l'on tire 1° $T, t :: ME, me$: 2° $M, m ::, Te, tE$: 3° $E, e :: Tm, tM$, c'eſt-à-dire que lorſque les forces ſont égales, 1° les tems ſont comme les produits des maſſes par les eſpaces; 2° les maſſes ſont comme les produits des tems pris directement par les eſpaces réciproquement : 3° les eſpaces ſont comme les produits des tems directement par les maſſes réciproquement.

143. De même ſuppoſant $M = m$, on aura 1° $F, f :: E\ t, e\ T$; 2° $T, t :: E f, e F$; 3° $E, e :: TF, tf$; c'eſt-à-dire que ſi les maſſes ſont égales, 1° les forces ſont dans la raiſon compoſée des eſpaces directement & des tems réciproquement : 2° les tems ſont entr'eux dans la raiſon compoſée des eſpaces directement & des forces réciproquement; 3° les eſpaces ſont entr'eux dans la raiſon compoſée des tems & des forces, l'un & l'autre pris directement. 144. Si

144. Si $T = t$, on aura 1° $F, f :: ME, me$, 2° $M, m :: Fe, fE$, 3° $E, e :: Fm, fM$; c'eſt-à-dire, que ſi les tems ſont égaux, 1° les forces ſeront dans la raiſon compoſée des maſſes & des eſpaces, l'un & l'autre pris directement. 2° Les maſſes ſont entr'elles dans la raiſon compoſée des forces directement, & des eſpaces réciproquement. 3° Les eſpaces ſeront dans la raiſon compoſée des forces directement, & des maſſes reciproquement.

145. Enfin ſi $E = e$, on aura, 1° $F, f :: Mt, Tm$, 2° $M, m :: FT, ft$; 3° $T, t :: Mf, mF$; c'eſt-à-dire, que ſi les eſpaces ſont égaux, 1° les forces ſeront dans la raiſon compoſée des maſſes directement & des tems reciproquement : 2° les maſſes ſeront entr'elles dans la raiſon compoſée des forces & des tems, l'un & l'autre pris directement ; 3° les tems ſeront entr'eux dans la raiſon compoſée des maſſes directement & des forces reciproquement.

146. La ſeconde regle $VTe = utE$, donnera auſſi autant d'analogies qu'elle a de racines 1° $E, e :: VT, ut$; 2° $V, u :: Et, eT$. 3° $T, t :: Eu, eV$: la premiere montre que les eſpaces parcourus ſont dans la raiſon compoſée des viteſſes & des tems : la 2e que les viteſſes ſont entr'elles dans la raiſon compoſée des eſpaces directement & des tems reciproquement ; la 3e que les tems ſont entr'eux dans la raiſon compoſée des eſpaces directement & des viteſſes reciproquement. *Application de la ſeconde Regle.*

147. L'on tirera encore de la même regle autant d'analogies qu'on peut faire de ſuppoſitions différentes ; ainſi $T = t$, donnera $V, u :: E, e$, qui fait voir que lorſque les tems ſont égaux, les viteſſes ſont comme les eſpaces parcourus.

148. De même $V = u$, donne $E, e :: T, t$; c'eſt-à-dire que lorſque les viteſſes ſeront égales, les eſpaces parcourus ſeront comme les tems.

Si $E = e$, on aura $V, u :: t, T$, c'eſt-à-dire, que ſi les eſpaces ſont égaux, les viteſſes ſeront en raiſon réciproque des tems.

149. Enfin l'on déduira encore de la 3e regle $Fmu = fMV$, pluſieurs conſéquences comme l'on a fait à l'égard des deux autres ; car on aura d'abord $F, f :: MV, mu$; $M, m :: Fu, fV$; $V, u, :: mF, Mf$: la premiere montre comme on a déja dit que les forces ſont dans la raiſon compoſée des maſſes des corps & de leurs viteſſes : la 2e que les maſſes ſont dans la raiſon compoſée des forces directement & des viteſſes reciproquement : la troiſiéme que les viteſſes ſont dans la raiſon compoſée des forces directement & des maſſes reciproquement. *Application de la troiſiéme.*

Digitized by Google

150. Si l'on ſuppoſe $V = u$, on aura $F, f :: M, m$, c'eſt-à-dire, que ſi les viteſſes ſont égales, les forces ſeront comme les maſſes.

151. De même ſi $M = m$, on aura $F, f :: V, u$, qui montre que ſi les maſſes ſont égales, les forces ſeront comme les viteſſes.

152. Enfin ſi $F = f$, on aura $M, m :: u, V$, qui fait voir que lorſque les forces ſont égales, les viteſſes ſont en raiſon reciproque des maſſes.

Du mouvement accéléré.

153. L'expérience montre que la viteſſe d'un corps peſant qui tombe augmente inceſſamment, ou qu'il parcourt un plus grand eſpace dans le deuxiéme inſtant que dans le premier; plus grand dans le troiſiéme que dans le deuxiéme, ainſi de ſuite.

Principe de Galilée ſur la chûte des corps.

154. Galilée en regardant *la peſanteur* comme une *force accélératrice* (127) & faiſant abſtraction de la réſiſtance de l'air, a aſſuré le premier *qu'un corps reçoit à chaque inſtant de la durée de ſa chûte un degré égal de viteſſe, & que ce degré de viteſſe ſe conſervoit entier dans les inſtans ſuivans pendant leſquels il en acquiert toujours de nouveaux*, ou ce qui revient au même, *l'action de la peſanteur agit également ſur un corps dans tous les inſtans de ſa chûte*; c'eſt-à-dire, que ſi l'on partage la durée de la chûte en un nombre d'inſtans égaux infiniment petits; le premier degré de viteſſe s'acquerra depuis le repos juſqu'à la fin du premier inſtant, & demeurera entier dans les autres inſtans ſuivans: pendant le deuxiéme inſtant le corps acquerra un ſecond degré égal au premier, & ſera tout acquis à la fin du ſecond inſtant ou le corps aura acquis deux dégrés de viteſſe: de même le troiſiéme degré s'acquerra pendant le troiſiéme inſtant, & ſera tout acquis à la fin de ce troiſiéme inſtant; alors le corps aura trois degrés de viteſſes, ainſi de ſuite: c'eſt dequoi tous les ſçavans conviennent.

Les viteſſes acquiſes ſont dans la raiſon des tems écoulés.

155. Puiſque les degrés de viteſſe d'un corps qui tombe croiſſent comme les inſtans écoulés depuis le repos, il ſuit que *les viteſſes acquiſes à la fin de deux tems différens ſeront entr'elles dans la raiſon des mêmes tems*; c'eſt-à-dire, par exemple, que ſi un corps dans le tems T, a acquis la viteſſe V, & que dans un autre tems t, il ait acquis la viteſſe u; l'on aura $V, u :: T, t$, par conſéquent $Vt = uT$.

156. Si l'on fait attention que la ſuite des inſtans qui s'écoulent en commençant depuis le premier compoſent une progreſſion

Digitized by Google

arithmetique; l'on verra que la ſuite des viteſſes qui leur répondent doit compoſer auſſi une progreſſion arithmetique dont le plus petit terme peut être regardé comme zero, & dont le plus grand ſera la viteſſe acquiſe à la fin du tems total; or comme entre la plus petite & la plus grande viteſſe, il y en a une *moyenne* avec laquelle le corps étant mû d'un mouvement uniforme parcourroit dans le même tems le même eſpace que le corps a parcouru d'un mouvement acceleré, il ſuit que *multipliant cette viteſſe moyenne par le tems total, le produit exprimera l'eſpace parcouru.* (129.)

Comme les élémens d'un triangle, en commençant depuis le ſommet, compoſent une progreſſion arithmétique infinie, dont la moitié de la baſe ou du plus grand terme eſt égale au terme moyen, il ſuit que les viteſſes qu'un corps acquiert en tombant depuis le repos croiſſans dans le même ordre que les élémens d'un triangle, *la viteſſe moyenne ſera égale à la moitié de la viteſſe acquiſe à la fin du tems total.* Si V exprime la viteſſe acquiſe à la fin du tems T, $\frac{V}{2}$ exprimera exactement la viteſſe moyenne, par conſéquent $\frac{TV}{2}$ l'eſpace parcouru d'un mouvement acceleré.

157. Il ſuit que *l'eſpace qu'un corps parcourt en accelerant depuis ſon repos dans un tems determiné T, eſt la moitié de l'eſpace que ce corps parcourroit dans le même tems d'un mouvement uniforme avec la viteſſe V acquiſe à la fin du dernier inſtant de ſa chûte;* car ſi le mouvement eſt uniforme, l'eſpace ſera exprimé par TV, (129) au lieu qu'il ne l'eſt que par $\frac{TV}{2}$ quand le mouvement eſt acceleré (156); par conſéquent ſi un corps peſant étant deſcendu depuis le repos pen dan un tems T, a parcouru l'eſpace E, & qu'il ait acquis à la fin de ſa chûte la viteſſe V, il parcourra d'un mouvement uniforme, avec cette même viteſſe acquiſe, un eſpace 2E dans le même tems T.

158. L'on tire de l'article précedent le moyen de réduire le mouvement acceleré au mouvement uniforme; pour cela *il faut prendre la viteſſe du mouvement acceleré toute acquiſe, & la concevoir comme demeurant uniforme, & ſi l'on prend le même tems, il faudra doubler l'eſpace parcouru d'un mouvement acceleré, & regarder cet eſpace double comme ayant été parcouru d'un mouvement uniforme avec la derniere viteſſe acquiſe.*

Maniere de réduire le mouvement acceleré au mouvement uniforme.

159. Il ſuit que ſi un mobile a parcouru en accélerant depuis le repos les eſpaces E*e*, en deux tems différens T, *t*, & qu'il ait acquis à la fin des mêmes eſpaces les viteſſes V, *u*, on aura 2E pour

l'eſpace que parcourra la viteſſe V d'un mouvement uniforme dans le tems T, & 2e pour l'eſpace que parcourra le même mobile avec la viteſſe v, auſſi d'un mouvement uniforme dans le tems t, alors ſi $T=t$, on aura $V, u :: 2E, 2e$. (147)

160. Si l'on veut regarder l'eſpace parcouru d'un mouvement acceleré, comme ayant été parcouru d'un mouvement uniforme avec la viteſſe acquiſe à la fin de ſa chûte, il faudra prendre la moitié du tems & regarder $\frac{T}{2}$ comme le tems que le corps a employé à parcourir l'eſpace E avec la viteſſe uniforme V; car l'eſpace ſera toujours le même, ſoit qu'il ait été parcouru dans le tems $\frac{T}{2}$ avec la viteſſe d'un mouvement uniforme, ou qu'il ait été parcouru dans le tems entier T, avec la viteſſe $\frac{V}{2}$ priſe auſſi pour uniforme, comme dans l'article 157. puiſque dans l'un & l'autre cas, on aura toujours $\frac{TV}{2}=E$, d'où l'on tire $\frac{V}{2}=\frac{E}{T}$.

Un corps qui eſt repouſſé de bas en haut avec la viteſſe qu'il a acquiſe en tombant, doit remonter à la hauteur d'où il eſt tombé.

161. On remarquera que *ſi un corps, après être tombé d'une certaine hauteur, étoit repouſſé de bas en haut avec la viteſſe acquiſe à la fin de ſa chûte, il remontera d'où il étoit parti dans un tems égal à celui de ſa chûte, & perdra dans des inſtans égaux les degrés égaux de viteſſe qu'il avoit acquis en deſcendant*, parce que l'action de ſa peſanteur fera diminuer ſa viteſſe en montant dans la même proportion qu'elle l'avoit augmentée en deſcendant, & cette viteſſe ſera totalement détruite à l'inſtant qu'il ſera parvenu au point d'où il étoit parti; c'eſt-là ce qu'on nomme *mouvement retardé*.

Les eſpaces parcourus ſont entre eux comme les quarrés des tems.

162. Puiſque dans le mouvement uniformement acceleré, les viteſſes acquiſes à la fin de deux tems différens ſont entr'elles dans la raiſon des mêmes tems, (155) ou $V, u ::$ T, t, ou $\frac{V}{2}, \frac{u}{2} ::$ T, t: comme $\frac{V}{2}=\frac{E}{T}$, & $\frac{u}{2}=\frac{e}{t}$ (129) on aura $\frac{E}{T}\ \frac{e}{t} ::$ T, t, qui donne $\frac{Et}{T}=\frac{eT}{t}$ ou $Ett=eTT$, en faiſant évanouir les fractions, d'où l'on tire E, $e ::$ TT, tt; qui fait voir en général que *dans le mouvement uniformement acceleré, les eſpaces parcourus par un mobile depuis le repos en deux tems différens, ſont entr'eux comme les quarrés des mêmes tems.*

163. Donc ſi un mobile tombant librement depuis le repos A, parcourt AB pendant une ſeconde; AC pendant deux ſecondes;

Digitized by Google

AD pendant trois ſecondes; & AE pendant quatre ſecondes; on aura AB, AC :: 1, 4, de même AC, AD :: 4, 9; de même AD, AE :: 9, 16 : AC, AE :: 4, 16, ainſi des autres. FIG. 61.

164. Si l'on prend ſéparement l'eſpace parcouru dans chaque ſeconde, celui de la premiere ſera 1, de la ſeconde 3; de la troiſiéme 5; de la quatriéme 7; de la cinquiéme 9: ainſi de ſuite ſelon l'ordre des nombres impairs, 1, 3, 5, 7, 9.

165. Un mobile ayant parcouru les eſpaces FG, & FI dans les tems t, T, voulant connoître le rapport de ces tems ou des viteſſes acquiſes aux points G, I; il faut décrire le demi-cercle FHI; élever la perpendiculaire GH, afin d'avoir la ligne FH moyenne proportionnelle entre FG & FI, & le rapport de FG à FH, ſera le même que celui de t à T ou de u à V; car les trois lignes FG, FH, FI, étant en proportion continue, donnent FG, FI :: $\overline{FG}^2$, $\overline{FH}^2$: comme on a auſſi FG, FI :: tt, TT, on aura donc $\overline{FG}^2$, $\overline{FH}^2$ :: tt, TT, ou FG, FH :: t, T, par conſéquent FG, FH :: u, V. FIG. 62.

166. L'action de la peſanteur ou les forces accélératrices qui pouſſent les corps vers le centre de la terre, allant toujours en croiſſant comme les viteſſes dont elles ſont les cauſes; on aura F, f :: V, u, d'où l'on tire $Fu = fV$, qui étant multiplié par $Ett = eTT$, donne $FuEtt = fVeTT$ qu'on peut regarder comme une premiere regle générale du mouvement acceleré, qui comprend les forces, les viteſſes, les eſpaces & les quarrés des tems. *Regle ou formule générale pour le mouvement accelerè.*

167. Puiſque F, f :: V, u; (166) on aura auſſi F, f, :: T. t. par conſéquent $Ft = fT$, qui étant multiplié par $Vt = uT$, donne $FVtt = fuTT$ qui eſt une ſeconde regle générale dont nous nous ſervirons par la ſuite, ainſi que de la précedente pour découvrir tout ce qui peut appartenir aux corps qui roulent ſur des plans inclinés.

168. Ayant V, u :: T, t, on aura auſſi VV, uu :: TT, tt; or ſi dans la proportion précedente E, e :: TT, tt, on met les quarrés des viteſſes à la place de ceux des tems, on aura E, e :: VV, uu, qui fait voir que *les eſpaces parcourus ſont entr'eux comme les quarrés des viteſſes acquiſes à la fin des mêmes eſpaces.*

169. Si l'on extrait la racine quarrée de la proportion E, e :: VV, uu, l'on aura $\sqrt{E}$, $\sqrt{e}$ :: V, u, qui fait voir que *dans le mouvement uniformement acceleré, on peut exprimer les viteſſes acquiſes par les racines quarrées des eſpaces parcourus à la fin de deux hauteurs différentes.* *Les viteſſes acquiſes ſont dans la raiſon des racines*

quarrés des espaces parcourus.

170. Puiſqu'en réduiſant le mouvement acceleré au mouvement uniforme, on a V, u :: 2E; $2e$, (159) lorſque les tems ſont égaux, on aura par conſéquent $\sqrt{E}$, $\sqrt{e}$ :: 2E, $2e$.

171. La force ou la quantité de mouvement de deux corps différens devant être exprimée par le produit de leurs maſſes M, m, & de leurs viteſſes V, u; (85) il ſuit que ſi ces viteſſes ont été acquiſes d'un mouvement acceleré, en parcourant depuis le repos les eſpaces E, e, que puiſque $\sqrt{E}$, $\sqrt{e}$ :: V, u, on aura $M\sqrt{E}$, $m\sqrt{e}$ :: MV, mu; qui fait voir que *lorſque deux corps ſont tombés de deux hauteurs différentes, on aura le rapport des forces de ces deux corps ou de leur quantité de mouvement, en multipliant la maſſe de chacun par la racine des hauteurs d'où il ſera tombé.*

Expériences faites pour connoître l'eſpace qu'un corps parcourt depuis le repos dans une ſeconde.

172. Pluſieurs célébres Mathématiciens ont fait un grand nombre d'expériences, pour ſçavoir quelle hauteur un corps parcouroit depuis le repos dans un tems déterminé en tombant librement dans l'air: Galilée a trouvé qu'une bale de plomb parcouroit 12 pieds dans la premiere ſeconde; le Pere *Sebaſtien* & Monſieur *Mariote* ont trouvé que cette bale en parcouroit 13; Monſieur *de la Hire* prétend par les expériences qu'il a fait à l'Obſervatoire qu'elle en parcourt 14: enfin Monſieur *Hughens* prétend par les ſiennes que *la bale parcourt 15 pieds dans la premiere ſeconde*; c'eſt auſſi le ſentiment de Mr *Newton*, & qui paroit le plus généralement ſuivi; en effet, c'eſt celui qui quadre le mieux avec la théorie, comme je le démontrerai à la fin de ce chapitre; c'eſt pourquoi nous compterons là-deſſus comme ſur un principe certain pour tous les calculs qui ſe rapporteront à la chûte des corps; ainſi *on pourra regarder une viteſſe uniforme de 30 pieds par ſeconde comme ayant été acquiſe à la fin de la chûte d'un corps qui ſeroit tombé de 15 pieds de hauteur* (158).

Dans le vuide tous les corps tendent également vers le centre de la terre.

173. La plûpart de ceux qui ne jugent des choſes que par les ſens, s'imaginent que de deux corps inégaux en peſanteur qu'on laiſſe tomber librement d'un même point de repos, le plus peſant doit aller plus vite que l'autre par la ſeule raiſon qu'il a plus de peſanteur: quoiqu'il ſoit facile de prouver par le raiſonnement que ce ſentiment n'eſt pas juſte, il me ſuffira de dire que l'expérience y eſt contraire; ayant éprouvé nombre de fois que laiſſant tomber dans le même inſtant de la hauteur de 10 ou 12 toiſes une bale de fuſil & un boulet de canon de 24 livres, ils arrivoient à terre ſenſiblement dans le même tems; c'eſt de quoi tous les ſçavans conviennent; il eſt bien vrai que ſi on laiſſe tomber d'un même point un globe *de liege*, & un autre *de plomb* de même diamétre, que le

Digitized by Google

premier deſcendra moins vite que l'autre ; parce qu'ayant plus de ſurface, eu égard à ſa maſſe, que le ſecond n'en a, eu égard à la ſienne, le globe de liege trouvera plus de réſiſtance de la part de l'air que le globe de plomb ; mais dans le vuide ils doivent tomber avec la même viteſſe ; des expériences faites avec un très-grand ſoin par Mr Newton ont fait voir que le moindre brin de duvet ſe précipite de haut en bas d'un long récipient avec autant de viteſſe qu'une bale de plomb ; ainſi en faiſant abſtraction de la réſiſtance de l'air, on peut dire que la force accéleratrice eſt la même dans tous les corps.

Application des regles du mouvement accelerés à pluſieurs exemples.

174. Prévenu qu'un corps parcourt 15 pieds dans la premiere ſeconde, & que les eſpaces ſont entr'eux comme les quarrés des tems (162) ; ſi l'on vouloit connoître celui que le même corps parcourra en 5 ſecondes, il faudra dire ſi le quarré d'une ſeconde donne 15 pieds pour l'eſpace parcouru, que donnera le quarré de 5 ſecondes pour l'eſpace que l'on cherche ; on le trouvera de 375 pieds.

175. De même voulant ſçavoir le tems qu'un corps mettra à parcourir 240 pieds de hauteur depuis ſon repos ; on dira comme l'eſpace 15 eſt à l'eſpace 240, ainſi le quarré d'une ſeconde eſt au quarré du temps que l'on cherche, qu'on trouvera de 16, dont la racine quarrée montre que le corps mettra 4 ſecondes à parcourir l'eſpace donné.

176. Voulant connoître la viteſſe uniforme d'un corps par ſecondes après avoir acquis cette viteſſe en tombant d'une hauteur de 6 pieds, je conſidere qu'un corps eſt capable de parcourir d'un mouvement uniforme avec une viteſſe acquiſe en tombant d'une certaine hauteur un eſpace double de celui qu'il a parcouru dans le même tems pour acquerir cette viteſſe (158) ; que par conſéquent ſi un corps parcourt 15 pieds dans une ſeconde d'un mouvement acceleré, il en parcourra 30 dans le même tems d'un mouvement uniforme (172) ; or, comme les viteſſes acquiſes ſont entr'elles dans la raiſon des racines des eſpaces parcourus (169) ; nommant x l'eſpace que nous cherchons ; on aura cette proportion $\sqrt{15}, 30 :: \sqrt{6}\ x$, dont on fera évanouir les ſignes radicaux en quarrant les termes pour avoir $15, 900 :: 6, xx$, qui donne 360 pour le quatriéme terme, dont extrayant la racine quarrée, on la trouvera de 18 pieds 11 pouce 8 lignes pour le chemin que le corps parcourra dans chaque ſeconde d'un mouvement uniforme avec la viteſſe acquiſe en tombant d'une hauteur de 6 pieds.

177. Suppoſant qu'un corps parcourt 10 pieds par ſeconde d'u-

Digitized by Google

ne viteſſe uniforme, on demande de quelle hauteur il auroit dû tomber pour avoir acquis cette viteſſe à la fin de ſa chûte.

Une viteſſe uniforme de 30 pieds par ſeconde, pouvant avoir été acquiſe par une chûte de 15 pieds de hauteur (172) & les viteſſes uniformes étant entr'elles, (quand les tems ſont égaux) dans la raiſon des racines quarrées des hauteurs qu'un corps auroit parcouru pour acquerir les mêmes viteſſes; (169 & 170) nommant x la hauteur que l'on cherche; on aura 30, $\sqrt{15}$ :: 10, $\sqrt{x}$, dont quarrant les quatre termes, il vient 900, 15 :: 100, x, qui donne un pied huit pouces pour la hauteur que l'on cherche.

De la deſcente des Corps peſants ſur des plans inclinés.

178. Quand des corps peſants roulent ſur des plans *inclinés* pour aller dans le lieu le plus bas, ils deſcendent d'un mouvement uniformement acceleré, mais avec moins de viteſſe que s'ils tomboient librement dans l'air, parce que l'action de leur peſanteur, ou celle des forces qui les pouſſent eſt moindre que s'ils tomboient perpendiculairement dans la raiſon de leur peſanteur abſolue à leur peſanteur rélative.

FIG. 63. Par exemple ayant un corps ſphérique P, poſé ſur un plan incliné AC, faiſant le parallelogramme rectangle LM; ſi la diagonale IK exprime la peſanteur abſolue du corps ou la force qui le pouſſe ſelon ſa direction naturelle, les côtés IL & IM exprimeront deux forces qui agiſſant enſemble feront le même effet que la ſeule IK; or cette derniere étant une force *acceleratrice*, les deux autres ſeront auſſi acceleratrices; mais comme il y en a une IL dont la direction étant perpendiculaire au plan, n'en peut ſurmonter la réſiſtance, il n'y aura que la ſeule IM qui a ſa direction parallele au plan qui fera deſcendre le corps d'un mouvement acceleré *avec une viteſſe qui ſera moindre à chaque inſtant de la deſcente que ſi ſa direction étoit verticale dans la raiſon de IM à IK, ou de AB à AC;* (94) *& ce rapport ſera toujours le même à quelque point que le corps ſe trouvera de ſa deſcente.*

FIG. 63. 64. 65. Ayant le plan incliné ABC, nous nommerons H ſa hauteur; E ſa longueur ou l'eſpace parcouru par le corps; T le tems employé à le parcourir; V la viteſſe que le corps a à la fin de cet eſpace; F ſa force abſolue; ainſi on aura $\frac{AI}{AK}$ pour ſa force relative.

Nous nommerons encore par des lettres ſemblables h, e, t, u, f, la hauteur, la longueur d'un autre plan incliné DGI; le tems, la viteſſe

& la force abſolue qui répondent au corps Q ; ainſi ſa force relative ſera $\frac{g}{h}$.

179. Si dans la premiere & ſeconde équation générale $FuEtt = fVeTT$, $FVtt = fuTT$ que nous avons formé dans les art. 166 & 167, l'on ſubſtitue à la place des forces abſolues F, f, leurs expreſſions modifiées, comme elles doivent l'être ſur des plans inclinés, on aura $\frac{FuEEtt}{H} = \frac{fVeeTT}{h}$ & $\frac{EVFtt}{H} = \frac{tufTT}{h}$; or ſi l'on multiplie ces deux équations par Hh, & qu'on efface dans la premiere les grandeurs égales Fu, fV (166), & dans la ſeconde Ft, fT, qui ſont auſſi égales (167), on aura $hEEtt = HeeTT$ pour la premiere, & $hVEt = HueT$ pour la ſeconde, qui comprennent ce qui regarde les corps qui roulent ſur des plans inclinés.

On fera le même uſage de ces deux regles que l'on a fait pour celle du mouvement uniforme ; c'eſt-à-dire, qu'on commencera par en tirer autant d'analogies générales qu'elles comprennent de racines, & qu'enſuite on en tirera autant d'autres particulieres que l'on peut faire de ſuppoſitions différentes.

180. Premiere Regle $hEEtt = HeeTT$. Seconde Regle $hVEt = HueT$.

Les analogies générales de la premiere regle ſont 1°. $H, h :: EEtt, eeTT$. 2°. $\sqrt{H}, \sqrt{h} :: Et, eT$. 3°. $E, e :: T\sqrt{H}, t\sqrt{h}$; 4°. $T, t :: E\sqrt{h}, e\sqrt{H}$.

C'eſt-à-dire que dans les chûtes des corps qui roulent le long des plans inclinés quelconques, l'on a pour la premiere Analogie que les hauteurs de ces plans où les chûtes, ſont toujours dans la raiſon compoſée des quarrés des eſpaces ou des longueurs des plans pris directement, & des quarrés des tems pris réciproquement ; on énoncera les autres de la même façon.

181. Les analogies générales de la ſeconde Regle ſont 1° $H, h :: VEt, ueT$. 2° $E, e :: HTu, htV$. 3°. $T, t :: EVh, euH$. 4°. $V, u :: HTe, htE$.

C'eſt-à-dire pour la premiere, que les hauteurs des Plans ſont dans la raiſon compoſée des eſpaces & des viteſſes directement, & des tems réciproquement ; je paſſe encore ſous ſilence l'énoncé des autres.

182. Quant aux Analogies particulieres, ſi l'on ſuppoſe dans la premiere Regle $H = h$, on aura $EEtt = eeTT$, ou $Et = eT$; en extrayant les racines de part & d'autre, d'où l'on tire $T, t :: E, e$, qui fait voir que *lorſque deux plans AC & AI ont la même hauteur*,

Digitized by Google

les tems ſont dans la raiſon des longueurs des plans parcourus dans le même tems.

Comme cette conſéquence eſt génerale quelle que ſoit la longueur des Plans, l'on voit que ſi le premier AC étoit beaucoup plus roide, comme eſt AK ou AB que l'analogie ſera encore la même, c'eſt-à-dire que les tems de la deſcente de A en B, & de A en I, ſeront encore comme AB eſt à AI.

FIG. 65. & 66.

183. *Il ſuit que lorſqu'on n'a qu'un ſeul plan, le tems de la deſcente ſuivant ſa hauteur, eſt au tems de ſa deſcente ſuivant ſa longueur, comme ſa hauteur FH eſt à ſa longueur FG.*

184. Si T = *t* dans la premiere Regle, on aura H, *h* :: EE, *ee*, ou $\sqrt{H}$, $\sqrt{h}$ :: E, *e*; qui fait voir que lorſque les tems des chûtes ſont égaux, les hauteurs des plans ſont comme les quarrés de leurs longueurs, ou que les racines quarrées des hauteurs ſont comme les longueurs des plans; donc lorſque l'un ou l'autre de ces deux analogies ſe rencontrent, les tems ſont égaux.

185. Si E = *e*, dans la même regle; on aura H, *h* :: *tt*, TT, ou T, *t* :: $\sqrt{h}$, $\sqrt{H}$; c'eſt-à-dire, que lorſque les longueurs parcourues ſont égales, les hauteurs des plans ſont en raiſon réciproque des quarrés des tems, & que les tems ſont en raiſon réciproque des racines quarrées des hauteurs.

186. De même dans la ſeconde regle ſi T = *t*, on aura H, *h* :: VE, *ue*, & comme on a eu ci-devant (184) H *h* :: EE, *ee*, on aura VE, *ue* :: EE, *ee*, ou V, *e* :: E, *e*, c'eſt-à-dire que lorſque les tems ſont égaux, les viteſſes ſont dans la raiſon des longueurs parcourues, quelle que ſoit la longueur des plans.

187. Si l'on ſuppoſe auſſi dans la ſeconde regle H = *h*, on aura VE*t* = *ue*T; & comme nous avons eu dans l'art. 182. E*t* = *e*T; en ſuppoſant de même H = *h*, effaçant de l'équation VE*t* = *ue*T, les grandeurs égales E*t* & *e*T, il reſtera V = *u*, *qui fait voir que lorſque deux Plans AC & AI ont la même hauteur AB, les viteſſes dernieres acquiſes le long de ces plans ſont égales.*

FIG. 65. & 66.

188. Comme cette conſéquence eſt générale pour tous les plans qui ont la même hauteur, quelques ſoient leurs longueurs, ſi l'on ſupoſe, comme dans l'article 182 que le plan AC ſe racourciſſe de plus en plus, & devienne égal aux verticales AB, il arrivera encore que la derniere viteſſe acquiſe d'un mobile en tombant de A en B, ſera égale à celle qu'il acquerra en roulant de A en I; d'où il ſuit que *la derniere viteſſe qu'un corps acquiert le long d'un plan incliné IG, eſt égale à celle qu'il acquerroit en tombant de la hauteur FG ou KG du même plan;* mais nous avons vû, (169) que la der-

Digitized by Google

niere viteſſe d'un corps qui tomboit librement, pouvoit s'exprimer par la racine quarrée de l'eſpace parcouru; donc la viteſſe qu'un corps aura acquis en roulant de F en G le long d'un plan incliné, ſera $\sqrt{FH}$ ou $\sqrt{KG}$.

189. Si $E = e$ dans la ſeconde regle, on aura $H, h :: Vt, uT$; mais comme nous avons eu dans l'article 185, $H, h :: tt, TT$, on aura donc $Vt, uT :: TT, tt$, ou $V, u :: t, T$; c'eſt-à-dire que lorſque les longueurs des plans ſont égales, les viteſſes dernieres ſont toujours en raiſon réciproque des tems, quelle que ſoit la hauteur des plans.

190. Si les deux plans AC & DI répondent à des triangles ſemblables, on aura $H, h :: E, e$; par conſéquent $He = hE$, & ſi l'on retranche de la premiere Regle ces deux grandeurs égales, il reſtera $Ett = eTT$, d'où l'on tire $E, e :: TT, tt$, qui fait voir que lorſque les hauteurs des plans ſont comme leurs longueurs, les eſpaces parcourus ſont comme les quarrés des tems. FIG. 63. 64.

191. Si l'on fait la même ſuppoſition pour la ſeconde Regle, elle ſe changera en celle-ci $Vt = uT$, qui donne $T, t :: V, u$, ou $TT, tt :: VV, uu$, ou $E, e :: VV, uu$, qui fait voir que quand les hauteurs des plans ſont comme leurs longueurs, les eſpaces parcourus ſont auſſi comme les quarrés des dernieres viteſſes.

192. Il ſuit de-là qu'un corps qui roule ſur *un plan incliné parcourt des eſpaces FG & FI qui ſont entr'eux dans la raiſon des quarrés des tems qu'ils ont employé à les parcourir, ou des quarrés des viteſſes acquiſes aux points G & I*; puiſque les eſpaces ne ſont autre choſe que les longueurs des plans FG, FI, dont les hauteurs FM & FN leur ſont proportionnelles; ce qui fait voir que le mouvement d'un corps qui roule ſur un plan incliné donne la même analogie que s'il tomboit librement dans l'air. (162) FIG. 67.

193. Par conſéquent, ſi l'on décrit le demi-cercle FHI, qu'on éleve la perpendiculaire GH, & qu'on tire les lignes FH, HI; la premiere FH étant moyenne proportionnelle entre FG & FI, par la propriété du triangle rectangle, les lignes FG & FH ſeront dans le rapport des tems employés à parcourir les eſpaces FG & FI, ou des viteſſes acquiſes aux points G & I. (165)

194. Comme HI eſt auſſi moyenne proportionnelle entre GI & FI, ſi le corps avoit parcouru dans le premier tems l'eſpace FI, & dans le deuxiéme l'eſpace GI, les dernieres viteſſes acquiſes au point I à la fin de ces deux eſpaces ſeront comme IH eſt à IG.

195. *Si un corps en tombant librement du point de repos F, parcourt* FIG. 62.

en deſcendant un eſpace FI, troiſiéme proportionnelle à la hauteur FG d'un plan incliné & à ſa longueur FH; je dis que le tems de la deſcente ſelon la verticale FI, ſera égal au tems de la deſcente le long du plan incliné FH.

Conſiderez que ſi FH eſt moyenne proportionnelle entre FG & FI, les lignes FG, FH pourront exprimer les tems que le mobile mettra à parcourir les eſpaces FG & FI; (193) or, comme le tems de la deſcente d'un corps ſuivant la hauteur d'un plan incliné eſt au tems de la deſcente ſuivant ſa longueur, comme la hauteur du même plan eſt à ſa longueur, (183) l'on voit que FG ne pourra exprimer le tems de la deſcente ſelon la hauteur d'un plan, ſans que FH n'exprime celui de la deſcente ſelon ſa longueur; que par conſéquent les tems de la deſcente ſelon le plan incliné FH & ſelon la verticale FI ſeront égaux.

Propriété ſinguliere du cercle.

196. La ligne FH ne pouvant être moyenne proportionnelle entre FG & FI, ſans qu'elle ne vienne aboutir au point H de la circonférence d'un demi-cercle dont FI doit être le diametre; l'on voit que *ſi une corde FH tirée d'une des extrémités du diametre repréſente un plan incliné, tandis que le diametre repréſentera un plan vertical, que le tems de la deſcente d'un corps le long de la corde FH, ſera égal au tems de la deſcente le long du diametre FI.*

197. Comme cette propriété du cercle eſt générale par toutes les cordes FA, FB, FC, FD, FH qui repréſenteroient des plans inclinés venant aboutir à l'extrémité F du diametre vertical FI, il ſuit que *le tems de la deſcente d'un corps le long de chacun de ces plans ſera le même que le tems de la deſcente le long du diametre, & que par conſéquent les tems des chûtes le long de tous ces plans ſeront tous égaux.*

FIG. 68.

Il ſuit encore que ſi par l'autre extrémité I du diametre, on tire autant de lignes qu'on voudra IA, IB, IC, IH, ID, *les corps qui partiroient dans le même inſtant des points, D, H, F, A, B, C, en roulant le long des cordes précedentes priſes pour des plans ſe rencontreront tous dans le meme inſtant au point I.*

Il nous reſte à examiner ce qui doit arriver aux corps qui tombent le long de pluſieurs plans contigus & inclinés, afin d'en tirer des connoiſſances qui nous ſerviront à traiter avec plus de préciſion qu'on n'a encore fait certains cas qui appartiennent au mouvement des eaux.

FIG. 69. & 70

198. On ſuppoſe que les lignes AB & BC repréſentent deux plans contigus, le long deſquels tombe un corps en partant du point A, *il s'agit de déterminer la viteſſe qu'il aura au point C, par*

Digitized by Google

rapport à celle qu'il auroit s'il tomboit librement ſuivant la verticale AG.

Examen du mouvement des corps qui tombent le long de pluſieurs plans contigus.

Menant du point A la ligne horiſontale AF, qui aille rencontrer le plan CB prolongé juſqu'en F, on décrira ſur BF, comme diamétre le demi-cercle FNB; enſuite on prolongera le plan BA juſqu'à la rencontre de la circonférence au point N, duquel on abbaiſſera la perpendiculaire NE, & l'on fera les parallelogrammes rectangles & ſemblables EM, LD.

Prenant la diagonale BK, pour exprimer la viteſſe que le corps acquerra au point B en tombant de A en B, il eſt conſtant que cette viteſſe ſera la même que ſi elle venoit du concours de deux forces qui agiſſant enſemble ſur ce corps au point B, l'une fût capable de lui imprimer la viteſſe BD ſelon la direction EB, & l'autre la viteſſe BL ſelon la direction MB; mais cette derniere force agiſſant ſelon une direction perpendiculaire au plan, n'en pourra ſurmonter la réſiſtance; il ne reſtera à ce corps que l'impreſſion de la force capable de la viteſſe BD ſelon la direction EB; ainſi la viteſſe qu'il acquerra au point B en tombant de A en B pour ſuivre la direction BK, eſt à ce que lui en laiſſera la rencontre du plan BC ſelon la direction EC, comme BK eſt à BD, ou comme BN eſt à BE. (178)

La ligne FA étant horiſontale, la viteſſe que le corps acquerra en tombant de F en B ſuivant la direction du plan incliné FB, ſera égale à celle qu'il acquerra en tombant de A en B, puiſque ces deux plans ont la même hauteur; (187) ainſi ces deux viteſſes pourront être exprimées par la même ligne BK.

La ligne NB étant moyenne entre FB & EB, ſi le corps en partant des points de repos F, E, parcourt en des tems différens les eſpaces FB & EB, les lignes BN, BE ſeront entr'elles dans le rapport des mêmes tems (193 & 194) & comme on a BN, BE :: BK, BD, il ſuit que ſi le corps doit parcourir l'eſpace FB pour acquerir la viteſſe BK, il faudra qu'il parcourre l'eſpace EB pour acquerir la viteſſe BD; ce qui fait voir que celle qui lui reſtera au point B pour ſuivre la direction BC après être tombé de A en B eſt égale à celle qu'il auroit acquiſe en tombant de E en B; & que la viteſſe qu'il aura au point C en tombant du point A ſuivant les plans contigus AB & BC, ſera la même que ſi étant parti du point E, il avoit ſuivi la ſeule direction EC; par conſéquent la même que s'il étoit tombé de la hauteur E, du plan incliné EC.

199. Si l'on prend la ligne BK pour le ſinus total, la ligne BD ſera le ſinus de l'angle BKD ou de ſon égal ABM complement

de l'angle ABC, d'où il ſuit que *la viteſſe que le corps acquerra en tombant de A en B, eſt à celle qui lui reſtera au point B pour ſuivre la direction BC, comme le ſinus total eſt au ſinus du complement de l'angle formé par les deux plans contigus.*

200. Si l'on vouloit ſçavoir de quelle hauteur un corps devroit tomber librement dans l'air pour acquerir une viteſſe égale à celle qu'il acquerroit en tombant le long de pluſieurs plans contigus ABCD; il faut du point A mener comme ci-devant la ligne horiſontale AF qui rencontrera les plans DC & CB prolongés en F & en G; décrire ſur GB le demi-cercle GNB; prolonger le plan BA juſqu'au point N, d'où abbaiſſant la perpendiculaire NE, l'on aura le point E duquel devroit tomber le corps pour acquerir, en ſuivant la direction EB, la même viteſſe au point B, qu'il auroit en tombant de A en B, ou la même viteſſe au point C en ſuivant le plan incliné EC, que s'il étoit tombé le long de deux plans contigus ABC. (198)

FIG. 71.

Menant auſſi du point E la ligne horiſontale EI juſqu'à la rencontre de la ligne FD, il faut encore décrire le demi-cercle IHC, prolonger le côté CE juſqu'au point H, d'où l'on abbaiſſera la perpendiculaire HK pour avoir le point K, duquel le corps devroit tomber pour acquerir en deſcendant ſuivant la direction KC, la même viteſſe au point C, que s'il étoit tombé de A en C, ou la même viteſſe au point D, ſuivant la direction KD ou KM, que s'il avoit ſuivi les plans contigus ECD ou ABCD.

Mr Varignon eſt le premier qui ait traité ce ſujet avec préciſion dans un Memoire qu'il donna à l'Académie Royale des Sciences en 1693, où il releve l'erreur de Galilée qui penſoit comme ont fait pluſieurs autres qui ont écrit après lui que la viteſſe qu'un corps acquiert en tombant le long de pluſieurs plans inclinés ABCD étoit la même que s'il tomboit librement de la hauteur AL qui eſt celle du point de repos A au-deſſus de l'horiſontale MD; n'ayant point fait attention que la viteſſe acquiſe en parcourant le premier plan, étoit diminuée par la rencontre du ſecond; que celle qu'il avoit à la fin du ſecond, étoit auſſi diminuée par la rencontre du troiſiéme; ainſi des autres.

Une ſurface courbe AM, pouvant être regardée comme compoſée d'une infinité de plans contigus, on ne peut pas dire que la viteſſe d'un corps qui deſcendroit le long d'un tel plan, augmente à chaque inſtant d'une égale quantité, mais ſelon une loi qui eſt particuliere à la courbe ſur laquelle le corps deſcend; ainſi tout ce que nous avons dit ſur les plans inclinés, ne peut faire tirer aucune

FIG. 74.

Digitized by Google

conſéquence au ſujet des courbes ; & ſi nous allons découvrir quelque choſe qui leur ſoit commun, ce ſera par un principe entierement indépendant de celui qui a ſervi pour le plan incliné.

Examen du mouvement des corps qui roulent ſur des ſurfaces Curvilignes.

201. *Si un corps deſcend par le mouvement de ſa peſanteur, ſoit ſur un plan, ſoit ſur une courbe convexe, ou concave, je dis que ſa viteſſe ſera toujours exprimée par la racine quarrée de la hauteur verticale d'où il eſt deſcendu depuis le commencement de ſa chûte ; ou que cette viteſſe eſt égale à celle que le mobile auroit acquiſe en tombant verticalement de la même hauteur.*

Suppoſons que les tems que le mobile a mis à parcourir les eſpaces AM & A*m* depuis le point de repos, ſont exprimés par les abſciſſes BN, B*n* d'une courbe (Fig. 75) dont les ordonnées NS, *ns* expriment les viteſſes acquiſes à la fin de ces tems : ſoit l'eſpace AM droit ou courbe $= z$, M*m* $= dz$; la hauteur verticale AP $= x$, MR $= dx$, BN $= t$, N*n* $= dt =$ *la viteſſe acceleratrice*, NS $= u$, *q*S $= du$; ainſi l'eſpace AM (z) a ete parcouru pendant le tems t, pendant lequel s'eſt acquiſe la viteſſe u qu'il faut trouver : pour cela remarquez que NS (u) étant la viteſſe que le corps a dans l'inſtant N*n* (dt), NS pourra exprimer l'eſpace qu'il parcourt pendant cet inſtant, & la ſuperficie curviligne BNS exprimera l'eſpace parcouru pendant le tems BN (t) ; mais pendant ce tems le mobile a parcouru l'eſpace AM ; donc l'on aura AM (z) $=$ BNS $=$ S. udt, donc $dz = udt$: ce qui ſe doit entendre d'une égalité de rapport, d'où l'on tire $dt = \frac{dz}{u}$; de plus u étant la viteſſe que le corps a au point M, *q*S (du) ſera la quantité dont elle s'augmente ſur le plan inclinéMR*m* pendant l'inſtant dt ; mais ſans ce plan elle ſe ſeroit augmentée de dt, ainſi l'augmentation de viteſſe ſur le plan MR*m* eſt à dt, comme MR eſt à M*m* ; ce qui donne $du, dt :: dx, dz$; donc $dudz = dtdx$; mettant dans cette équation pour dt ſa valeur $\frac{dz}{u}$, elle deviendra $dudz = \frac{dzdx}{u}$, ou $du = \frac{dx}{u}$, ou $udu = dx$; prenant l'intégrale $\frac{1}{2} uu = x$; ce qui donne $u = \sqrt{2x}$; donc la viteſſe que le corps a au point M eſt égale à celle qu'il auroit acquiſe en tombant de la hauteur AP ; car il eſt facile de voir que cette derniere eſt égale à $\sqrt{2x}$.

FIG. 72. 73. 74. 75.

Nous venons de voir que la viteſſe d'un corps qui eſt tombé le long d'un plan, ſoit rectiligne ou curviligne, eſt égale à celle qu'il auroit acquiſe en tombant perpendiculairement de la même hau-

Digitized by Google

teur; mais comme le tems qu'il employe à parcourir ces plans eſt différent, nous allons donner dans le Probléme ſuivant une formule générale pour le trouver, qui étant enſuite particulariſée par l'eſſence de la courbe priſe de ſon équation, donnera le tems employé à parcourir cette courbe.

Formule pour le mouvement des Corps qui roulent le long des courbes.

202. Ayant trouvé ci-devant $dudz = dtdx$, on en tirera $dt = \frac{dudz}{dx}$ ou mettant pour du, ſa valeur $\frac{dx}{u}$, il vient $dt = \frac{dz}{u}$; ainſi $\frac{dz}{u}$ ſera la différentielle ou l'élément du tems; ce qui eſt bien évident; car cette différentielle n'eſt autre choſe que le tems qu'il faut pour parcourir le côté Mm (du) qui étant parcouru avec la viteſſe u, doit être $\frac{dz}{u}$, l'on a donc $t = S.\frac{dz}{u} = S.\frac{dz}{\sqrt{x}}$: préſentement ſi l'on met pour dz la valeur que l'équation de la courbe lui donne, l'on aura la différentielle du tems exprimée par une ſeule variable; & ſa différence dont l'integrale ſera le tems cherché. Nous ſuppoſerons dans la ſuite $u = \sqrt{x}$, parce que cela eſt plus ſimple, & le rapport des choſes en demeurera toujours le même; ainſi tout ſera également vrai.

L'on pourroit appliquer la formule $S.\frac{dz}{\sqrt{x}}$ à quantité de courbes; mais la plûpart de ces courbes changent cette formule dans une différentielle qui n'a point d'intégrale finie, ce qui n'offre rien de ſimple ni de curieux; c'eſt pourquoi je vais ſeulement l'appliquer à la *Cycloide ſimple*, à cauſe qu'elle y fait découvrir pluſieurs choſes nouvelles & curieuſes.

FIG. 76.

Application de la formule précédente à la Cycloïde.

203. Si l'on a une Cycloïde BME qui ait pour origine le point E, & pour cercle générateur le cercle ADE: *Si un corps commence à tomber du point B le long de la courbe BME, je dis que les tems qu'il mettra à parcourir les arcs de Cycloïde BM, Mm, BE, ME, &c. ſeront entr'eux comme les arcs de cercles correſpondans AD, Dd, AE, DE*; la ligne CP & ſes ſemblables étant perpendiculaires ſur AE.

Soit $AE = a$: $EC = x$, $Cc = MR = dx$; $Mm = dz$; AC ou BP ſera $= ax$: le tems t ſera $= S.\frac{dz}{\sqrt{a-x}}$: l'équation différentielle de la Cycloïde eſt $dz = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{x}}$: mettant cette valeur de dz dans la formule du tems, l'on aura $dt = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{ax-xx}}$ pour le tems employé à parcourir l'arc Mm : préſentement les triangles ſemblables

blables CDL, SdD donnent CD ($\sqrt{ax-xx}$) LD ($\frac{a}{2}$) :: dS (dx) $Dd = \frac{adx}{2\sqrt{ax-xx}}$: or cette valeur de Dd fait voir que Dd & dt ſont toujours en raiſon conſtante : donc le tems employé à parcourir Mm eſt exprimé par l'arc Dd, & comme cela arrive toujours en quelqu'endroit qu'on prenne les arcs Mm, Dd, il ſuit que le tems employé à parcourir tel arc fini comme BM, ſera exprimé par l'arc AD ſon correſpondant, & ainſi de tous les autres.

204. Le corps étant parvenu par ſa deſcente le long de la Cycloïde au point M, le chemin qu'il aura fait ſera exprimé par l'arc de Cycloïde BM, le tems qu'il a mis à le faire ſera exprimé par l'arc de cercle AD, & la viteſſe acquiſe à la fin de ce tems par la racine quarrée de AC; d'où il ſuit que dans la courbe BNS (Fig. 75) dont les abciſſes BN exprimeroient les tems de la deſcente d'un corps ſur une Cycloïde, & les ordonnées NS, les viteſſes à la fin de ces tems; ſi les abciſſes de cette courbe ſont égales à des arcs de cercle, les ordonnées correſpondantes ſeront égales aux racines quarrées des ſinus verſes de ces arcs. FIG. 76. FIG. 75.

205. *Le tems que le mobile met à parcourir la Cycloide BME par ſa peſanteur eſt au tems qu'il mettroit à tomber de la hauteur AE du diamétre du cercle générateur, comme la demi-circonférence d'un cercle eſt à ſon diamétre.* FIG. 76.

Nous venons de trouver que l'élément du tems, (203) eſt $\frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{ax-xx}}$ qui étant multiplié par $\frac{\sqrt{a}}{2}$ ſera l'élément Dd de la demi-circonférence; donc l'intégrale de cet élément étant multipliée par $\frac{\sqrt{a}}{2}$ ſera l'intégrale de l'élément Dd, qui eſt la demi-circonférence ADE: donc cette demi-circonférence étant multipliée par $\frac{2}{\sqrt{a}}$ ſera l'intégrale de $\frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{ax-xx}}$; donc $t = S.\frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{ax-xx}}$ = la demi-circonférence ADE $\times \frac{2}{\sqrt{a}}$, mais le tems que le mobile met à tomber de la hauteur AE eſt $\frac{2a}{\sqrt{a}}$; donc ce tems eſt au tems t, comme $\frac{2a}{\sqrt{a}}$ eſt à $\frac{2ADE}{\sqrt{a}}$ :: AE (a) eſt à ADE.

206. Le tems employé à parcourir la Cycloïde eſt ADE $\times \frac{2}{\sqrt{a}}$;

le tems employé à parcourir la ligne BE eſt $\frac{2BE}{\sqrt{a}}$; donc ce tems eſt au précedent, comme $\frac{2BE}{\sqrt{a}}$ eſt à $\frac{ADE}{\sqrt{a}}$, ou comme BE eſt à ADE, ou comme BE eſt à AB; c'eſt-à-dire comme la racine quarrée de la ſomme des quarrés de la demi-circonférence d'un cercle & de ſon diamétre eſt à la même demi-circonférence. Pour avoir ce rapport en nombres, l'on remarquera que AE étant 7, ADE ou AB ſera 11. BE ſera $\sqrt{170}$ = à peu-près 13 : ainſi le tems que le mobile met à parcourir la Cycloïde eſt à celui qu'il met à parcourir la ligne BE, comme 11 eſt à 13.

FIG. 77. 207. *Si un mobile parcourt un arc quelconque KE de Cycloïde, le tems qu'il y employera eſt égal au tems qu'il employeroit à parcourir la Cycloïde entiere ou tout autre arc.*

Soit décrit le cercle KTI qui ait pour diamétre KI = c parallele à AE, & ſoit comme ci-deſſus AE = a, EC = x, &c. $Mm = dz = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{x}}$ par la propriété de la Cycloïde : mettant cette valeur de dz dans l'élément du tems $dt = \frac{dz}{\sqrt{KP = ac - x}}$; l'on aura $dt = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{cx - xx}}$: les triangles ſemblables OPN, nSN donnent PN ($\sqrt{cx - xx}$) ON ($\frac{c}{2}$) :: NS (dx) $Nn = \frac{cdx}{2\sqrt{cx - xx}}$; donc $dt = Nn \times \frac{2\sqrt{a}}{c}$, donc S. $dt = t$ = S. $Nn \times \frac{2\sqrt{a}}{c}$ = la demi-circonférence KTI $\times \frac{2\sqrt{a}}{c}$: donc le tems employé à parcourir l'arc de Cycloïde KME eſt égal à KTI $\times \frac{2\sqrt{a}}{c}$: or le tems employé à parcourir la Cycloïde entiere eſt $\frac{2ADE}{\sqrt{a}}$; mais $\frac{2KTI\sqrt{a}}{c} = \frac{2ADE}{\sqrt{a}}$, car cette équation ſe réduit à KTI $\times a$ = ADE $\times c$, qui eſt évidente par la proportion qui s'en tire ; donc ſi un corps commence à tomber d'un point quelconque d'une Cycloïde, il mettra toujours le même tems; ce qui a été découvert depuis long-tems, & ſi je le démontre icy, c'eſt que cela ſe tire naturellement des principes que je viens d'établir.

208. Ayant $dt = Nn \times \frac{2\sqrt{a}}{c}$, il s'enſuit que Nn exprime par tout le tems employé à parcourir l'arc Mm; ainſi l'accéleration de viteſſe ſur l'arc de Cycloïde KME, eſt reglée par la demi-circonférence KTI, tout comme l'accéleration ſur la Cycloïde entiere

Digitized by Google

eſt reglée par la demi-circonférence du cercle générateur, & tout ce que l'on a dit de celle-ci ſe doit entendre de celle-là.

209. Si l'on a une Cycloïde BIC, qui ait pour origine le point B, & pour cercle générateur BHF, *il eſt démontré que ſi l'on ſuſpend à ſon extrémité C un pendule CG dont la longueur ſoit égale à 2BI, que ce pendule enveloppant la Cycloïde CIB en faiſant ſes vibrations, décrira par ſon extrémité, G une autre Cycloïde EGB égale à la premiere*, & qui aura pour origine le point E, & pour cercle générateur le cercle ADE égal au cercle BHF : cela étant, lorſque ce pendule fait ces vibrations, ſon poids G eſt préciſément dans le même cas que s'il deſcendoit librement le long de la Cycloïde BKE; par conſéquent *la durée d'une vibration d'un pendule eſt le double du tems qu'un corps mettroit à tomber ſur la Cycloïde; donc la durée de cette vibration eſt au tems qu'un corps mettroit à tomber de A en E, comme la circonférence d'un cercle eſt à ſon diamétre, ou comme 22 eſt à 7.* (205) FIG. 79. *Application de la Cycloïde pour la régularité des pendules.*

210. Préſentement ſi l'on a un autre *pendule* CG qui ne ſoit point ſitué entre deux Cycloïdes, il décrira des arcs de cercle en faiſant ſes vibrations : or l'expérience apprend que ce pendule étant de même longueur que le précedent, ſes vibrations ſeront auſſi de la même durée, ſur-tout ſi elles ſont fort courtes; l'on ſe ſert toujours de ce pendule pour la meſure du tems avec le même ſuccès que du pendule entre les Cycloïdes; ainſi ce qui convient à l'un, convient également à l'autre. FIG. 78.

211. *Le pendule qui bat les ſecondes en France, & dans une grande partie de l'Europe, eſt de 3 pieds 8 lignes & $\frac{1}{2}$ de longueur*; c'eſt-à-dire, que ſi l'on attache une balle de fuſil à un fil ſuſpendu à un point fixe, & que depuis ce point juſqu'au centre de la bale il y ait 3 pieds 8 lignes & $\frac{1}{2}$ d'intervalle, & qu'on faſſe décrire à la bale des petites vibrations, chacune ſe fera dans une ſeconde de tems. *Longueur du pendule à ſeconde.*

Il ſeroit à ſouhaiter que notre pied de France fût de deux lignes & $\frac{5}{6}$ plus long qu'il n'eſt, parce que trois de ces pieds feroient juſtement la longueur du pendule à ſeconde; cette meſure ſeroit priſe de la nature même, & auroit l'avantage d'être conſervée & connue dans tous les ſiécles à venir, par les révolutions journalieres des aſtres.

212. Si l'on ſe rappelle ce qui eſt dit dans les articles 209 & 210, l'on verra que *la durée des vibrations d'un pendule entre des Cycloïdes, ou d'un pendule qui décrit des arcs de cercle fort petits, eſt au tems qu'un corps met à tomber d'une hauteur égale à la moitié de la longueur du pendule, comme 22 eſt à 7, ou comme une ſeconde eſt à $\frac{7}{22}$ de ſecondes,* *Regle pour trouver l'eſpace qu'un corps parcourt en tombant depuis le repos pendant une ſeconde.*

qui eſt le tems qu'il faut à un corps pour tomber de la hauteur de 1 pied 6 pouces 4 lignes & $\frac{1}{4}$.

213. Préſentement pour connoître l'eſpace qu'un corps doit parcourir en tombant pendant la durée d'une ſeconde, l'on fera la proportion ordinaire : (174) en diſant comme $\frac{49}{464}$ quarré du tems employé à parcourir 18 pouces 4 lignes & $\frac{1}{4}$, eſt à cette même longueur ; ainſi le quarré d'une ſeconde eſt *à l'eſpace que le corps parcourra pendant cette ſeconde qui ſe trouvera de 15 pieds 1 pouce 3 lignes.* L'on peut donc compter là-deſſus comme ſur une choſe exactement déterminée, ce qui eſt aſſez conforme à l'opinion commune; mais qui n'étoit fondée que ſur des expériences fort douteuſes ; cependant l'on fera attention que dans la ſuite de cet Ouvrage, *nous ne prendrons que 15 pieds ſeulement pour l'eſpace qu'un corps doit parcourir en tombant dans le tems d'une ſeconde*, & nous n'aurons point égard aux 15 lignes qu'on trouve de plus, afin de rendre les calculs plus commodes.

Expériences faites ſur la longueur du pendule en Afrique & en Amerique.

214. Des Obſervations faites à la *Caïenne* ſituée à 5 degrés de latitude ſeptentrionale ſur la côte Orientale de l'Amérique, ont appris que le pendule qui y bat les ſecondes eſt plus court que celui qui les bat en France de 1 ligne & $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire qu'il n'eſt que de 3 pieds 7 lignes & $\frac{1}{4}$. De pareilles Obſervations ont fait voir qu'en *l'Iſle de Gorée* à 15 degrés de latitude ſeptentrionale, ſituée près la côte Occidentale de l'Afrique, le pendule qui y bat les ſecondes n'eſt que de 3 pieds 6 lignes & $\frac{1}{2}$: Si l'on applique à ces Obſervations le principe précedent, on verra qu'à la Caïenne les corps parcourent en tombant pendant une ſeconde 15 pieds 9 lignes ; & à Gorée ils parcourent pendant le même tems 14 pieds 4 pouces 3 lignes ; ce qui fait une différence aſſez conſidérable avec ce qui arrive en France : il en eſt apparament de même dans tous les pays ſitués près de l'Equateur, ſelon les conjectures de pluſieurs grand Mathématiciens qui ont cherché dans la plus profonde Phyſique la cauſe de ces différentes longueurs des pendules.

Regle pour trouver la longueur du pendule, pour que chaque vibration ſe faſſe dans un tems dé-

215. L'on trouvera par le moyen du pendule à ſeconde quelle doit être la longueur d'un autre pendule, pour que chaque vibration ſe faſſe dans le tems que l'on voudra, ou bien pour qu'il faſſe dans un tems donné un nombre déterminé de vibrations; pour cela il faut conſiderer 1°. *Que ſi l'on a deux pendules de différentes longueurs, le quarré du tems d'une vibration du premier pendule CG eſt au quarré du tems d'une vibration du ſecond AD, comme la longueur du premier,*

Digitized by Google

Digitized by Google

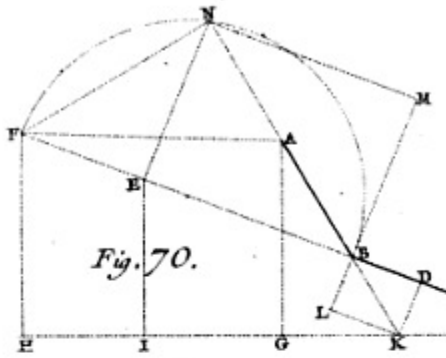


Fig. 70.

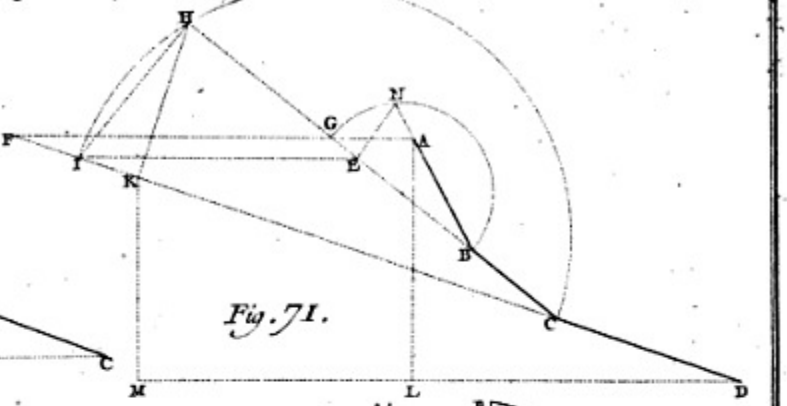


Fig. 71.

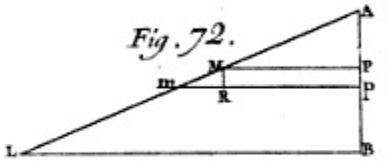


Fig. 72.

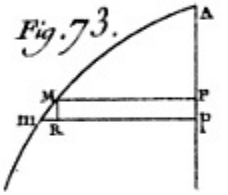


Fig. 73.

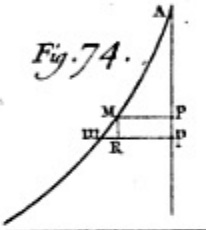


Fig. 74.

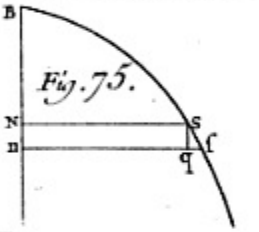


Fig. 75.

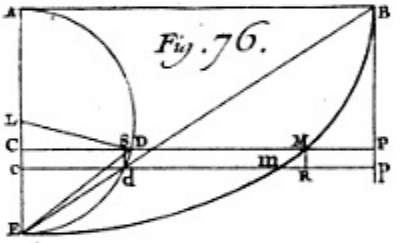


Fig. 76.

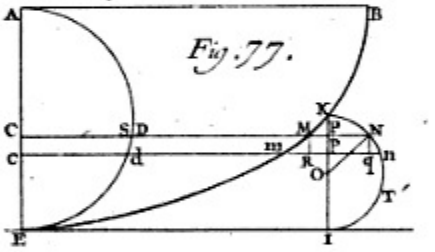


Fig. 77.

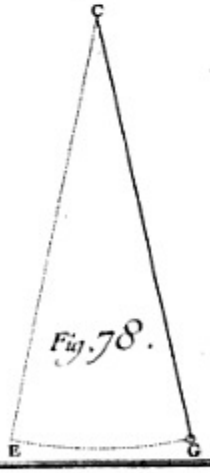


Fig. 78.

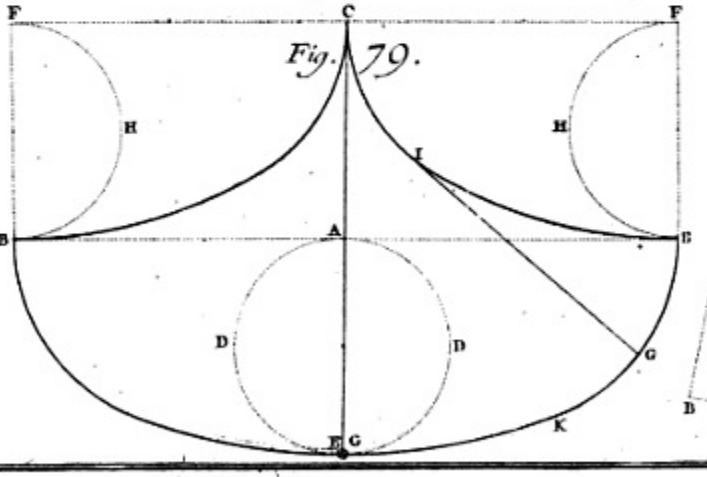


Fig. 79.

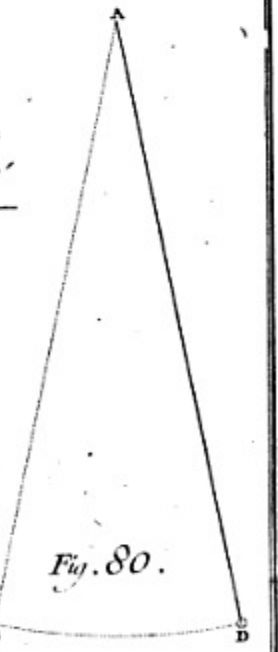


Fig. 80.

Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 55.

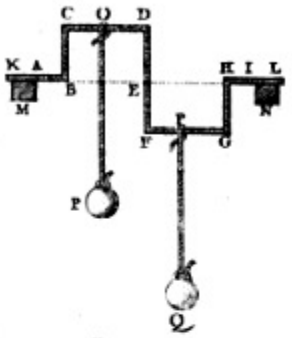


Fig. 56.

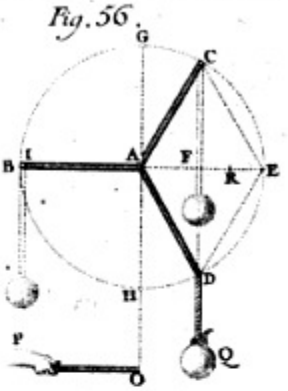


Fig. 57.

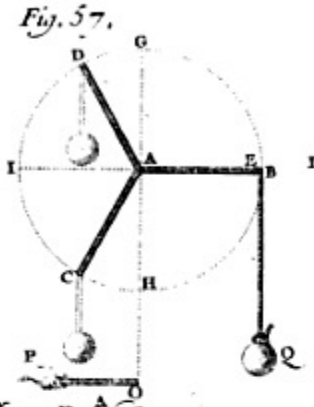


Fig. 58.

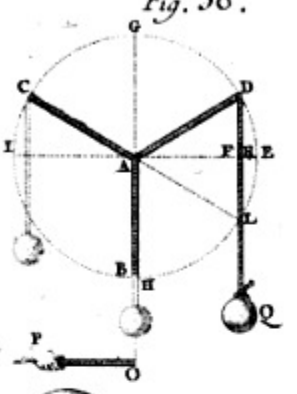


Fig. 59.

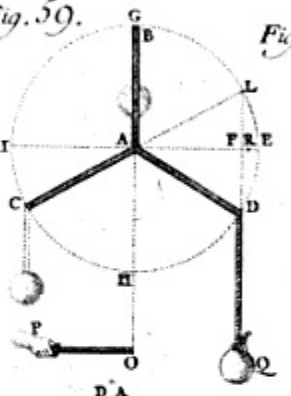


Fig. 60.

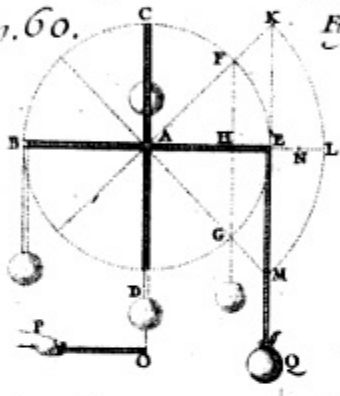
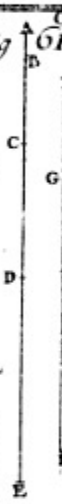


Fig 61



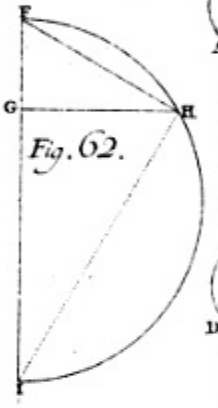


Fig. 62.

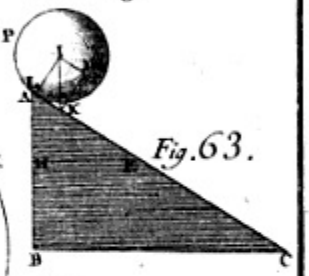


Fig. 63.

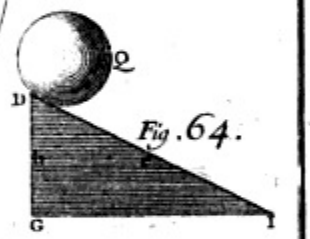


Fig. 64.

Fig. 65.

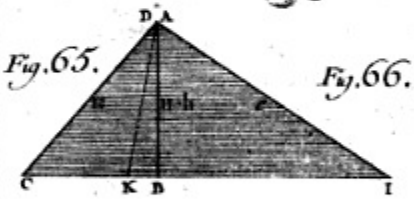


Fig. 66.

Fig. 67.

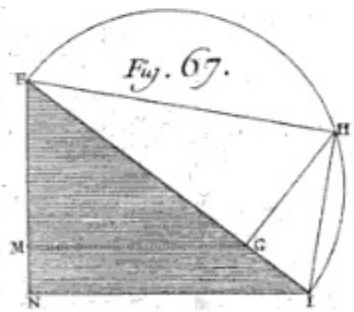


Fig. 68.

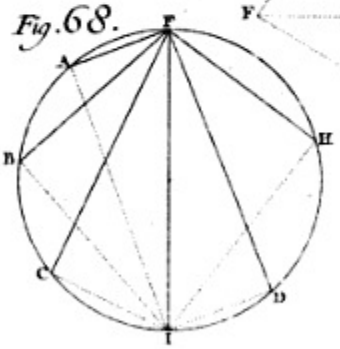
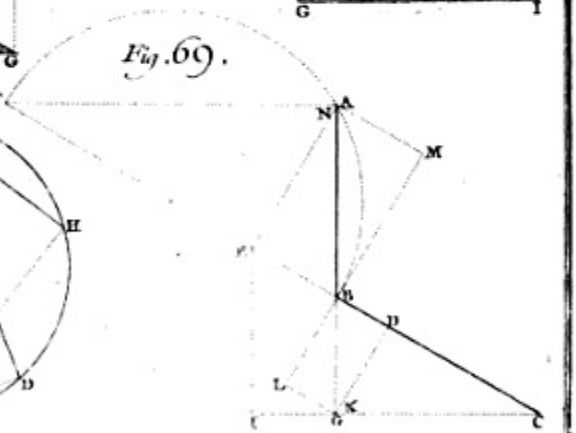


Fig. 69.



Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 39.

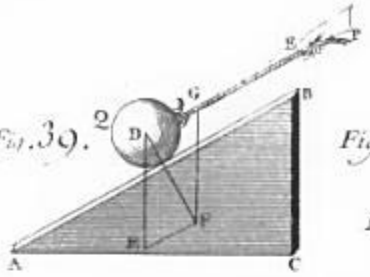


Fig. 40.

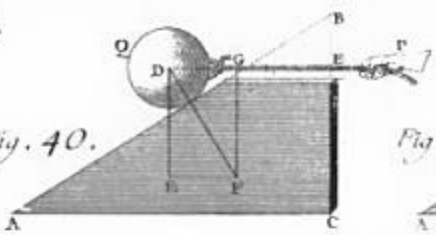


Fig. 41.

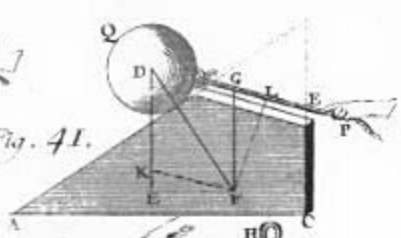


Fig. 42.

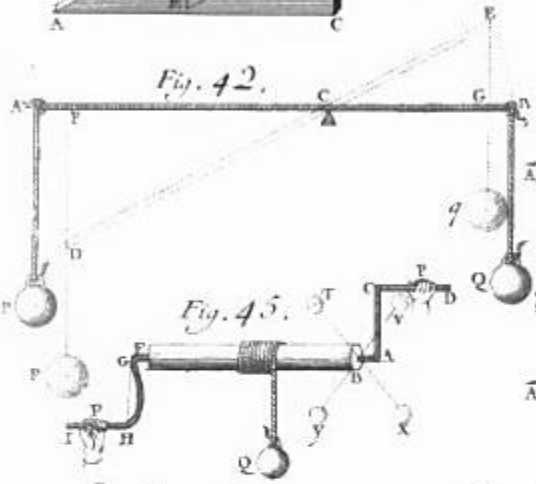


Fig. 43.

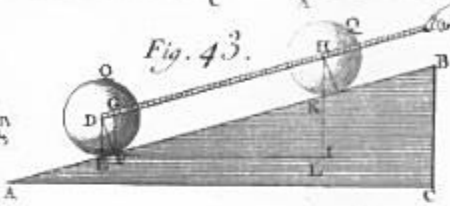


Fig. 44.

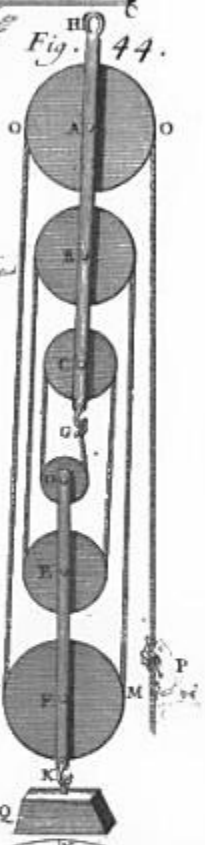


Fig. 45.

Fig. 46.

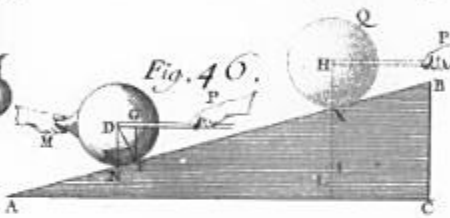


Fig. 47.

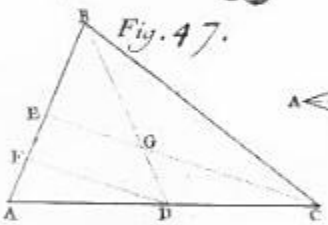


Fig. 48.

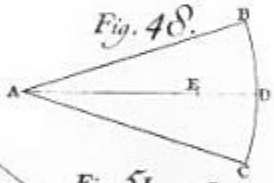


Fig. 49.

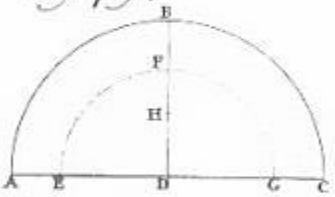


Fig. 50.

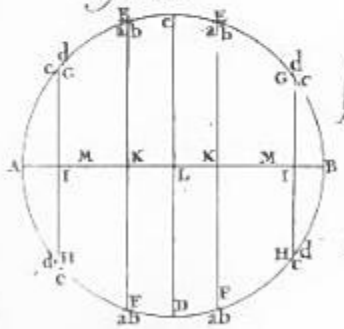


Fig. 51.

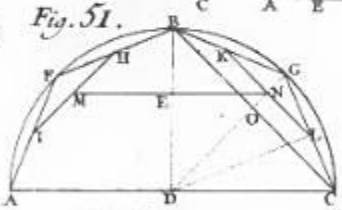


Fig. 52.

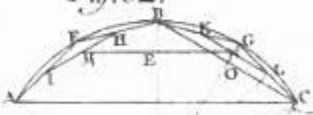


Fig. 53.

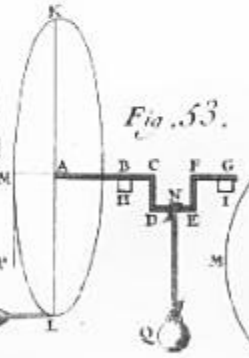
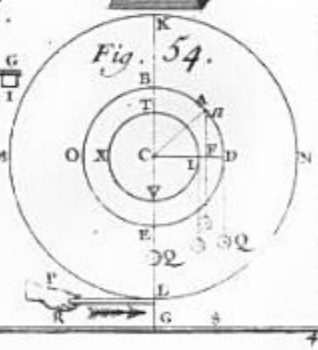
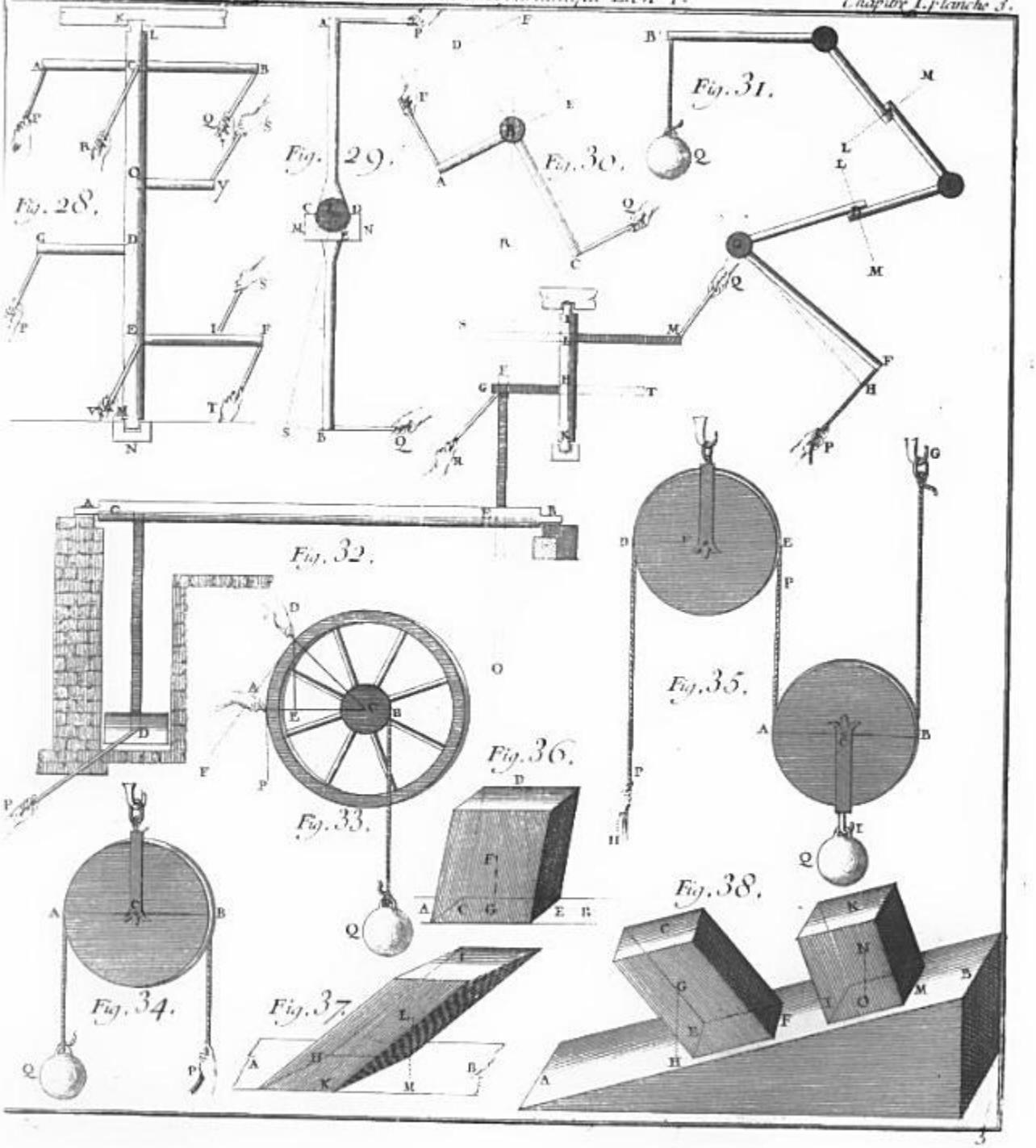


Fig. 54.



Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

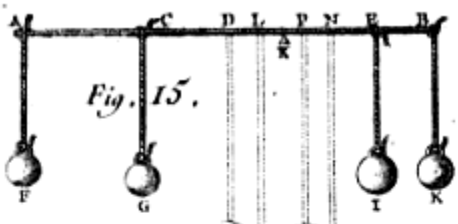


Fig. 15.

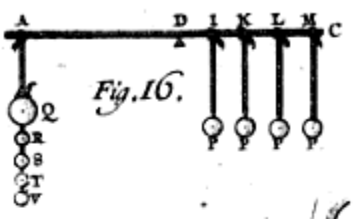


Fig. 16.

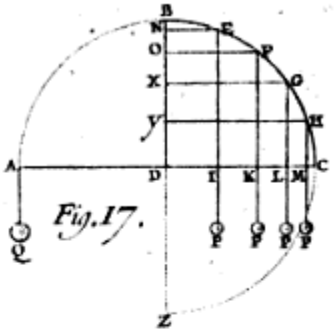


Fig. 17.

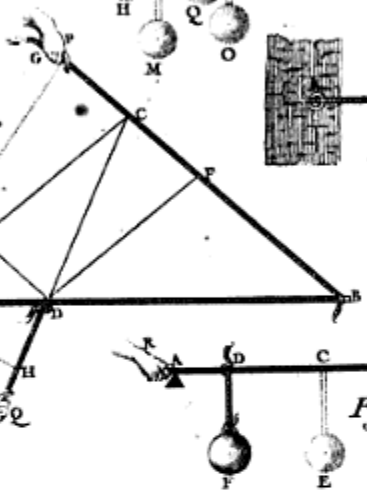


Fig. 18.

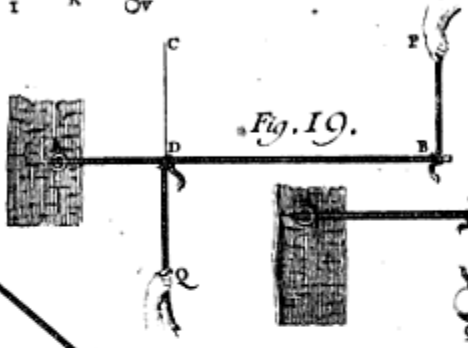


Fig. 19.

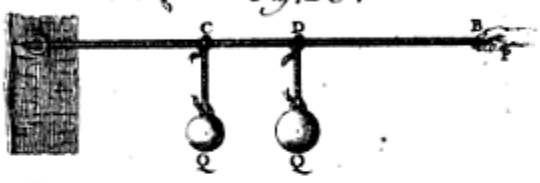


Fig. 20.

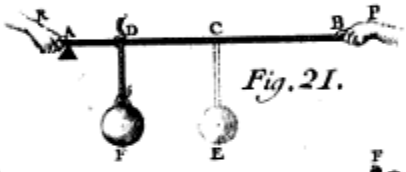


Fig. 21.

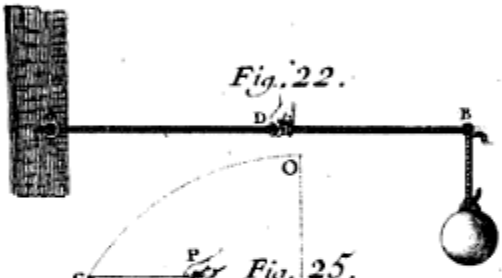


Fig. 22.

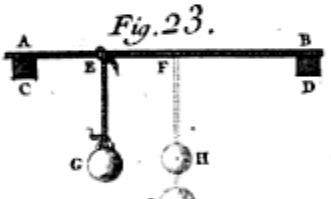


Fig. 23.

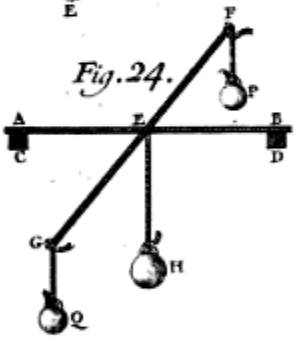


Fig. 24.

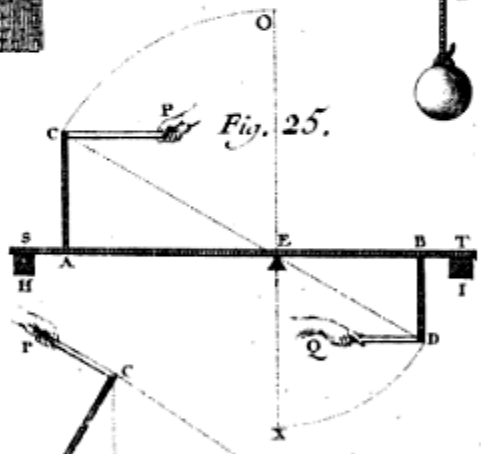


Fig. 25.

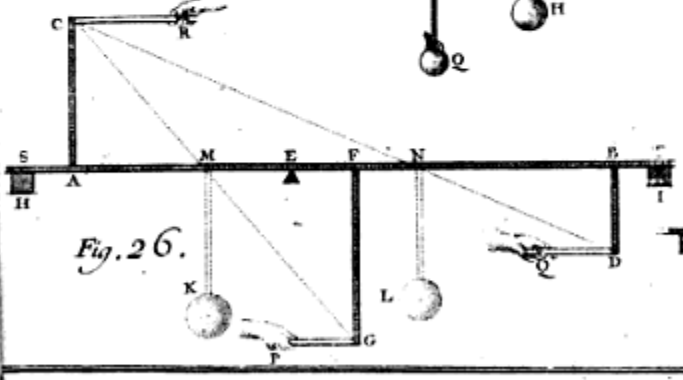


Fig. 26.

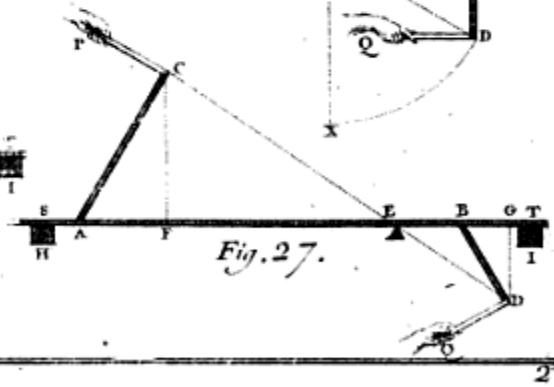


Fig. 27.

Digitized by Google

Digitized by Google

pendule eſt à la longueur du ſecond. 2°. *Que la longueur du premier pendule eſt à la longueur du ſecond réciproquement, comme le quarré du nombre des vibrations du ſecond pendule pendant tel tems qu'on voudra, eſt au quarré du nombre des vibrations du premier pendant le même tems.* Ces deux analogies ſont une ſuite de la théorie précédente.

terminé; ou la longueur du pendule étant déterminée, trouver le tems de ſes vibrations.

216. Voulant ſçavoir par exemple la longueur qu'il faut donner à un pendule, dont chaque vibration ſoit d'une demi-ſeconde, il faut dire, *comme le quarré d'une ſeconde qui eſt* 1 *eſt au quarré d'une demi-ſeconde qui eſt* $\frac{1}{4}$; *ainſi* 3 *pieds* 8 *lignes &* $\frac{1}{2}$ *de longueur du pendule à ſeconde eſt au quatriéme terme, qu'on trouvera de* 9 *pouces* 2 *lignes &* $\frac{1}{8}$; c'eſt-à-dire que ſi l'on ſuſpend une bale de plomb de 4 à 5 lignes de diamétre à un fil de ſoye; & que l'intervalle entre le centre de la bale & le point de ſuſpenſion ſoit exactement de 9 pouces 2 lignes & $\frac{1}{8}$ ce pendule étant mis en branle, enſorte que la bale à chaque vibration ne faſſe au commencement qu'environ 3 pouces de chemin, fera 120 vibrations en une minute, & ſera encore plus commode que le pendule à ſeconde pour meſurer la durée du tems qu'on employera à faire quelque expérience; cependant ſi l'on vouloit ſe ſervir de ce dernier, on obſervera auſſi que la bale ne faſſe au commencement qu'environ 10 ou 12 pouces de chemin à chaque vibration BD. (Fig. 78) FIG. 78. & 80.

217. De même voulant avoir un pendule qui faſſe par exemple 140 vibrations par minute, il faut dire, *comme le quarré de* 140 *eſt au quarré de* 60, *ainſi* 3 *pieds* 8 *lignes &* $\frac{1}{2}$ *longueur du pendule à ſeconde, eſt à un quairiéme terme,* qu'on trouvera de 6 pouces & environ 9 lignes pour la longueur qu'il faut donner au pendule que l'on cherche.

Digitized by Google

CHAPITRE II.

Du frottement & de la maniere d'en calculer l'effet dans les Machines.

Les Auteurs qui ont écrit ſur la Mécanique, ont fait des ſuppoſitions qui ne peuvent avoir lieu dans la pratique.

LES Auteurs dont nous avons des Traités de Mécanique, ont ſuppoſé, comme nous l'avons fait dans le Chapitre précedent, que les parties qui devoient ſe mouvoir les unes ſur les autres étoient parfaitement polies, laiſſant à la diſcrétion de ceux qui auroient des machines à faire conſtruire, le ſoin de diminuer le poids, ou d'augmenter la puiſſance autant qu'il ſeroit néceſſaire pour ſurmonter la réſiſtance cauſée par les frottemens, ſans donner aucune regle qui pût ſeulement ſervir à en faire une eſtimation groſſiere; cependant comme l'effet du frottement eſt beaucoup plus grand qu'on ne ſe l'imagine, & qu'on ne peut porter un jugement exact d'aucune machine, ſans y avoir égard auſſi ſcrupuleuſement qu'au rapport des différens bras de levier qui communiquent le mouvement, ſur-tout quand elles ſont deſtinées à élever de l'eau, j'ai cru ne pouvoir me diſpenſer de donner ce Chapitre, qu'il faut s'appliquer à bien entendre, comme un des plus eſſentiels de cet Ouvrage.

M. Amontons eſt le premier qui ſe ſoit appliqué à donner des regles pour calculer le frottement, qu'il a établies ſur un grand nombre d'expériences; cependant, comme les conſéquences qu'il en a tirées n'avoient d'autre fondement que ces mêmes expériences, Mr Parent a eſſayé de traiter ce ſujet géométriquement dans pluſieurs Memoires; mais par une fatalité aſſez ordinaire aux découvertes les plus utiles, qui n'arrivent que rarement à la connoiſſance de ceux à qui elles ſeroient le plus néceſſaires, il ne paroît pas que les Machiniſtes en ayent fait juſqu'ici aucune application: il eſt vrai que ce qu'en dit Mr Parent n'eſt gueres à leur portée, ce ſont des calculs algébriques à perte de vûe capables de les effrayer, au lieu qu'il en avoit déduit les conſequences en forme de maximes, on les auroit ſuivies avec la confiance que l'on a ordinairement pour tout ce que l'on ſçait être établi ſur des principes de Mathématique, quoique l'on ignore la voye par laquelle on y eſt arrivé. Pour ne point tomber dans le même inconvénient, je vais donner ce qu'il importe le plus de ſçavoir ſur les frottemens, que je ferai en ſorte de mettre à la portée de ceux qui n'ont que les pre-

Digitized by Google

miers élemens de Mathématiques, cette matiere pouvant être traitée plus cavalierement que celles qui ſont de pure Géométrie.

218. Pour peu que l'on faſſe attention à la cauſe du frottement, c'eſt-à-dire à la réſiſtance mutuelle que deux corps éprouvent lorſqu'on veut les faire gliſſer l'un ſur l'autre, l'on verra qu'elle vient des parties dont leurs ſurfaces ſont hériſſées, quoique ſouvent elles ne ſoient point ſenſibles. Si ces parties ſont dures ſans pouvoir être uſées ni briſées qu'après un tems conſiderable, comme ſont celles du bois, du cuivre & du fer qu'on employe ordinairement dans les machines, il faut néceſſairement pour dégager deux ſurfaces appliquées l'une ſur l'autre que ſi l'on en fait gliſſer une, elle s'éleve tant ſoit peu, & la difficulté que l'on trouvera à la mouvoir dépendra principalement du poids dont elle ſera chargée.

Quelle eſt la cauſe des frottemens.

Pour mieux inſinuer de quelle maniere ſe font les frottemens de cette eſpece qui ſe rencontrent le plus dans la pratique de la Mécanique, il faut ſuppoſer que deux corps AE & FK étant appliqués l'un ſur l'autre, les ſurfaces qui ſe touchent ſont horiſontales, & toutes hériſſées de petites demi-ſpheres oppoſées & égales entr'elles; de ſorte que les ſphéres ſupérieures ſont engagées dans les interſtices des inférieures; c'eſt-à-dire qu'il y aura toujours trois demi-ſphéres inférieures comme A, B, C, qui laiſſeront entr'elles un vuide D pour recevoir une des ſupérieures; ce qui nous facilitera le moyen de calculer l'effort qu'il faudroit que fit une puiſſance P, pour commencer à mouvoir tant ſoit peu le corps Q, ſelon une direction LP, parallele aux deux ſurfaces dont l'inférieure AC eſt ſuppoſée immobile.

On peut ſuppoſer que les ſurfaces qui frottent ſont hériſſées de demi-ſpheres.

PLAN. 1. FIG. 1. 2. 3. & 4.

219. Quelle que ſoit la difficulté que la puiſſance P trouvera à mouvoir le corps Q, il eſt conſtant que la grandeur FH de ſa baſe n'y entrera pour rien; car ſi on ſuppoſe ce corps diviſé en deux parties égales, & que l'on applique une de ſes moitiés FR ſur l'autre NK, la puiſſance P ſera toujours la même, quoique la baſe ne ſoit que moitié de ce qu'elle étoit, parce que chacune des parties égales de cette derniere ſera chargée d'un poids double de celui dont elle étoit preſſée en premier lieu; d'où il ſuit en général que de pluſieurs ſurfaces de différentes étendues chargées de poids égaux, chacune des parties qui compoſent les grandes eſt moins chargée que chacune des parties de moindre étendue, qui compoſent les petites dans la raiſon reciproque de ces ſurfaces; & comme c'eſt la même choſe à une puiſſance, d'élever à l'aide d'un plan incliné un nombre de petites ſphéres à la fois, ou de n'en élever qu'une ſeule, dont la peſanteur ſeroit égale à celle de toutes

La réſiſtance cauſée par le frottement eſt proportionnée au poids dont les ſurfaces ſont chargées, & non par à l'étendue des mêmes ſurfaces.

Digitized by Google

les petites prises ensemble, il sera indifférent à la puissance P qu'il y ait par exemple mille demi-spheres de la base du corps Q, engagées dans les interstices que laissent celles de la surface AC, ou qu'il n'y en ait qu'une chargée elle seule du poids total, puisqu'elle sera capable d'une pression mille fois plus grande que chacune des précedentes; & comme la hauteur où il faudra que la puissance éleve cette demi-sphére pour la dégager d'avec les inférieures, sera la même où il faudroit que chacune des autres s'élevassent, l'action de la puissance ne changera point, qu'il y ait un grand nombre de demi-sphéres, ou qu'il n'y en ait qu'une, parce que dans l'état d'équilibre, sa quantité de mouvement sera toujours exprimée par le produit du poids attribué à plusieurs demi-sphéres ou à une seule, par la hauteur où il faudra l'élever dans le même tems.

Maniere de connoître par raisonnement, le rapport du poids, à la résistance du frotement qu'il peut causer.

220. Nous supposerons donc que voulant faire glisser un corps sur un autre, toutes les particules de la base du premier & qui causent la résistance qu'il s'agit de surmonter sont réduits à une seule demi-sphere DFE, soutenue par trois autres M, P, Q, appartenantes à la surface du corps inférieur; ainsi cette demi-sphere sera engagée dans l'interstice des trois autres, qu'elle touchera chacune en un point D, F, E; la demi-sphere supérieure étant chargée de tout le poids que nous lui attribuons, tendra à écarter les autres M, P, Q: la premiere M sera poussée selon la direction OA qui joint les centres OA, & qui passe par le point d'attouchement D, de même la seconde P sera poussée selon la direction OC, qui joint leurs centres O, C, en passant par le point d'attouchement, F: enfin la troisiéme Q selon la direction OB qui passe par le point d'attouchement E.

FIG. 5.

Présentement si la demi-sphere supérieure est tirée par une puissance R, selon une direction horisontale OR, partant du centre O, il est question de sçavoir le rapport de cette puissance au poids attribué à la demi-sphére supérieure, pour que cette puissance soit prête à la mouvoir.

Dans le moment que la demi-sphere O est disposée à suivre la puissance R, il est évident qu'elle cesse de presser la demi-sphere M au point D, & qu'elle ne s'appuye plus que contre les autres P & Q, qui la repoussent selon les directions BO & CO; ou si l'on veut, selon une seule direction TO, composée des deux précedentes, avec une force que nous pouvons exprimer aussi par la même ligne TO.

Si l'on tire les lignes AB, AC, BC, pour joindre les centres des trois demi-spheres inférieures, elles passeront par les points où ces demi-

demi-ſpheres ſe touchent, & formeront un triangle équilatéral ABC; tirant auſſi la perpendiculaire AT, elle coupera à angles droits la verticale OG, & l'on aura le triangle rectangle OGT, dont les trois côtés pourront exprimer les trois puiſſances qui ſont équilibre entr'elles pour ſoutenir la demi-ſphére ſupérieure; car ayant pris OT pour l'action de la ſphére ſupérieure contre les deux inférieures P & Q; OG pourra être pris pour le poids de cette demi-ſphére, & GT pour l'action de la puiſſance R que l'on cherche; il reſte donc à trouver le rapport de GT à GO. FIG. 5.

Pour y parvenir, je conſidere que les lignes OA, OB, OC, AB, AC, BC, ſont égales entr'elles, & forment les arrêtes d'un *Tetraedre* qui a pour axe la perpendiculaire OG, car elles ſont chacune double du rayon d'une des demi-ſpheres; ainſi BC ſera diviſé en deux également au point T: or ſi l'on ſuppoſe que BO ſoit compoſé de ſix parties égales, à cauſe du triangle rectangle OBT, le quarré de BO valant 36, & le quarré de BT 9, celui de OT ſera de 27; d'autre part l'on ſcait que le centre de gravité d'un triangle équilateral eſt le même que celui de grandeur, & la figure ACBO étant une piramide reguliere, le point G ſera le centre de gravité de cette baſe, & ſe trouvera au tiers de la ligne AT, tirée de l'angle A au milieu de ſon côté oppoſé; (100) ainſi GT ſera le tiers de la perpendiculaire OT, & le quarré de OT étant de 27, celui de GT qui en eſt la neuviéme partie ſera de 3, & celui de OG de 24, à cauſe du triangle rectangle OGT.

221. Si l'on multiplie ces deux nombres par 10000 pour en avoir les racines plus exactement, l'on trouvera qu'elles peuvent être exprimées par 173 & 489, ces deux nombres étant à peu-près dans le rapport de 1 à 3; il ſuit que dans la pratique la puiſſance R pourra être conſiderée comme égale au tiers de la demi-ſphere; d'autant mieux qu'il arrive rarement que le frottement qui ſe rencontre dans les machines ſoit tout-à-fait ſi grand que nous le ſuppoſons ici, par le ſoin qu'on prend de polir les ſurfaces des parties qui doivent ſe toucher, & de les enduire de vieux oing pour en rendre le mouvement plus doux. En effet, quand la graiſſe s'eſt inſinuée dans les concavités imperceptibles que laiſſent entr'elles les particules ſaillantes, elles ne s'engrainent plus tant; on peut donc conclure que ſi la demi-ſphere ſupérieure peſoit 60 ℔, il faudroit environ 20 ℔ de force à la puiſſance pour commencer à la tirer à ſoi, & que ſi ce poids de 60 ℔, au lieu de n'appartenir qu'à une ſeule demi-ſphére, étoit également diſtribué à un grand nombre d'autres unies à une même ſurface comme dans la premiere

Pour qu'une puiſſance puiſſe ſurmonter la réſiſtance du frottement, il faut qu'elle ſoit égale au tiers du poids qui le cauſe.

Digitized by Google

Figure ; il faudroit de même 20 ℔ de force à la puiſſance P, pour commencer à mouvoir le corps Q, ſans ſe mettre en peine de la grandeur de ſa baſe, qui n'a rien de commun avec l'action de ſa peſanteur, comme je l'ai déja inſinué.

Expériences faites avec différentes matieres, par leſquelles on a reconnu que le Frottement étoit toujours le tiers du poids.

222. J'ai dit que M. Amontons avoit fait un grand nombre d'expériences ſur le Frottement, j'ajouterai qu'il a trouvé que faiſant gliſſer du fer, du cuivre, du plomb, du bois l'un ſur l'autre, que ces matieres fuſſent de même eſpece ou variées entr'elles, la réſiſtance cauſée par le Frottement étoit toujours à peu-près le tiers de la peſanteur du corps qu'on vouloit mouvoir, lorſque les ſurfaces qui ſe touchoient étoient enduites de vieux oing; que cette réſiſtance ſuivoit toujours la proportion des poids, ſans que la grandeur des ſurfaces cauſât aucun changement. J'en ai fait auſſi où j'ai obſervé les mêmes choſes; & pour montrer combien devoit être exacte la façon dont je m'y ſuis pris, je m'y arrêterai un moment.

La meilleure maniere de faire des expériences ſur le Frottement, eſt de ſe ſervir d'un plan incliné.

223. Si l'on a un corps D, poſé ſur un plan incliné AB, enſorte que la ligne de direction GH, tirée de ſon centre de gravité G, paſſe par ſa baſe EF, il demeurera en repos ſi les particules de la baſe du corps, & celles du plan incliné s'accrochent de maniere à contrebalancer la partie du poids qui tend à le faire gliſſer; mais il eſt viſible que ce corps ne ſe ſoutiendra pas ainſi ſur toutes ſortes de plans, & qu'il y en aura qui ſeront trop élevés, c'eſt-à-dire trop roides, & où la partie du poids qui tend à le faire gliſſer ſera ſupérieure à la réſiſtance cauſée par le Frottement : un plan peut donc être incliné, de façon que la partie du poids dont je parle ſoit en équilibre avec le Frottement; & ſuppoſant que l'on ait trouvé par expérience l'angle ſous lequel le plan doit être incliné pour que cela arrive, l'on connoîtra enſuite le rapport de la puiſſance qui doit être en équilibre avec le Frottement, à la partie du poids dont le plan incliné eſt chargé.

FIG. 6.

Si du centre de gravité G, on abbaiſſe la perpendiculaire GI ſur le plan; qu'on tire la ligne GP parallele à AB, & qu'on faſſe le parallelograme HL; prenant le côté GH pour exprimer le poids D, la diagonale GI exprimera la preſſion du même poids ſur le plan incliné; & le côté GL, la partie du poids qui tend à faire gliſſer le corps D, ou la puiſſance P qui s'y oppoſe. Si le plan eſt incliné de façon à le mettre en état d'être tout prêt à gliſſer, le rapport du frottement à la preſſion du poids ſera comme GL eſt à GI, ou comme BC eſt à CA; c'eſt à-dire, comme la hauteur du plan incliné eſt à ſa baſe, à cauſe des triangles ſemblables GLI & ABC.

Digitized by Google

224. Il ſuit de-là que lorſqu'on voudra connoître le Frottement dont deux corps ſont capables, il faudra incliner celui qui ſert de baſe, tant que l'autre qui eſt deſſus commence à gliſſer imperceptiblement, & obſerver quel eſt l'angle ſous lequel cela arrivera; le rapport de la tangente de cet angle au ſinus total, donnera celui du Frottement à la partie du poids qui le cauſe. J'ai remarqué dans les expériences que j'ai faites ainſi, que l'angle d'inclinaiſon BAC étoit d'environ 18 degrés 20 minutes, qui donne BC, AC :: 33136, 100000, ou BC, AC :: 1, 3.

Un corps commence à gliſſer ſur un plan incliné, quand ce plan fait avec l'horiſon un angle de 18 degrés 20 minutes.

Quand on aura trouvé le rapport du Frottement d'un corps à la partie de ſon poids qui preſſe un plan incliné, on aura auſſi le rapport du Frottement du même corps à ſa peſanteur ſur un plan horiſontal; puiſque le frottement augmentant dans la raiſon des preſſions, ce rapport ſera toujours le même; c'eſt-à-dire que ſi ſur un plan incliné le Frottement eſt le tiers de la peſanteur relative du corps, ſur un plan horiſontal le Frottement ſera auſſi le tiers de la peſanteur abſolue du même corps; mais voilà ce principe ſuffiſamment établi.

225. Il y a des cas où l'on ne pourroit ſans erreur faire abſtraction de la grandeur des ſurfaces pour en eſtimer le Frottement. Par exemple, ſi l'on en avoit deux extrémement polies appliquées l'une contre l'autre, & qu'il n'y eût point d'air entre-deux, dont le reſſort pût contre-balancer le poids de l'atmoſphére, la preſſion ſeroit d'autant plus grande que la ſurface ſupérieure préſenteroit une plus grande baſe à la colonne d'air, dans la raiſon même de la grandeur des ſurfaces preſſées; mais parce que dans les machines les parties qui ſe frottent ſont preſque toujours curvilignes, comme ſont les tourillons, les fuſeaux des lanternes, les dents des roues, celles des pignons, &c. Quand on en veut calculer le Frottement, il eſt inutile d'avoir égard à la preſſion cauſée par la peſanteur de l'air.

Quand la peſanteur de l'air agit ſur une ſurface, il faut alors avoir égard à l'étendue de cette ſurface pour en eſtimer le frottement.

226. Il arrive quelquefois que la peſanteur d'un ſeul corps produit une multiplication de Frottement dont il eſt à propos d'examiner la cauſe : ſoit un plan EF preſſé entre deux autres AB & CD, dont le premier eſt chargé d'un poids G. Si le plan CD eſt immobile, & l'autre AB retenu au point fixe H, la puiſſance P, voulant tirer le plan EF à ſoi, éprouvera de la part du Frottement une réſiſtance double de celle que peut cauſer naturellement le poids G.

Cet ſingulier où un même corps peut cauſer une multiplication de Frottement.

FIG. 7.

Il eſt conſtant que la puiſſance P ne pouvant attirer le plan EF, ſans ſurmonter le Frottement de la ſurface ſupérieure contre l'in-

férieure du plan AB; ce ſera la même choſe à la puiſſance de dégager les particules d'en bas d'avec celles d'en haut, ou de dégager ces dernieres d'avec les précedentes; puiſque le mouvement vertical du poids G, ſera le même d'une maniere comme de l'autre; il faudra donc que le plan AB s'éleve autant au-deſſus du plan EF, que ce dernier s'élevera au-deſſus de CD; ainſi la puiſſance P ne pourra tirer le plan EF à ſoi, ſans que le poids n'ait une quantité de mouvement double de celle qu'il auroit s'il n'étoit point arrêté; mais comme c'eſt la même choſe d'élever un certain poids à une hauteur double d'un autre, ou d'élever un poids double à une hauteur ſimple dans le même tems; (98) il faut donc pour que la puiſſance P ſoit en équilibre avec le Frottement des deux ſurfaces du plan EF, qu'elle ait une force double de celle qu'il lui faudroit, s'il n'étoit queſtion que du Frottement d'une ſeule ſurface.

Si au lieu de deux plans on en avoit un grand nombre comme A, tous conſiderés ſans peſanteur, arrêtés en B, & qu'il y eût entre-deux d'autres plans C preſſés par un ſeul poids G; la puiſſance P qui voudroit tirer tous ces plans à ſoi ſera obligée d'employer une force proportionnée à leur nombre; c'eſt-à-dire que s'il y en avoit douze, compoſant enſemble 24 ſurfaces, & que le poids fût de 30 ℔, le frottement de ce poids contre une des ſurfaces étant de 10 ℔, il faudra à la puiſſance 240 ℔ de force pour ſurmonter le frottement total; car le poids s'élevera 24 fois plus haut pour laiſſer à toutes les ſurfaces la liberté de ſe dégager, que ſi l'on n'avoit à vaincre que le frottement d'une ſeule ſurface, puiſque par la raiſon que je viens d'inſinuer, il tiendra lieu d'un poids de 720 ℔; ce qui fait voir qu'il y a des cas où un poids médiocre peut cauſer beaucoup de réſiſtance.

FIG. 8.

Le Frottement d'un corps contre une ſurface verticale ſera inſenſible, ſi ce corps eſt ſoutenu en l'air, par ſon centre de gravité.

227. Ayant une ſurface verticale AB, contre laquelle ſeroit appliquée une des faces du corps EG, & qu'une puiſſance P fit monter ou deſcendre ce corps le long de cette ſurface par une direction FP, partant du centre de gravité du corps, & parallele à la ſurface; il eſt conſtant que cette puiſſance ſoutenant tout le poids, quelque grand qu'il ſoit, que le frottement d'une des faces du corps ſera très-peu de choſe, puiſqu'on peut dire qu'il n'y a point de frottement où il n'y a point de preſſion; cependant ſi les deux ſurfaces qui ſe touchent ſont dans le cas d'avoir des parties ſaillantes qui s'engrainent mutuellement, comme nous l'avons conçu juſqu'ici, le corps ne pourra monter ſans s'écarter tant ſoit peu de la verticale pour ſe degager d'avec la ſurface AB, & ſans que la puiſſance P ne faſſe un effort un peu au-deſſus de celui du poids

FIG. 9.

Digitized by Google

à quoi ſe réduit le frottement qui ſe rencontre ici, qu'il ne faut pas confondre avec celui qui naît de la peſanteur abſolue du poids. Par exemple, il eſt bien vrai que les piſtons frottent contre les parois du corps de pompe; mais comme c'eſt le cercle du piſton qui ſoutient tout le poids de la colonne d'eau, & non pas la ſurface, que d'ailleurs le cuir dont elle eſt entourée pour s'unir plus intimement au corps de pompe eſt flexible; quelle que ſoit la meſure de ce frottement, il n'a rien de commun avec la peſanteur de la colonne d'eau, & quand on s'eſt laiſſé éblouir par les avantages d'un piſton ſans frottement, c'eſt qu'on n'a pas fait aſſez attention à la nature de celui qui ſe trouve en pareil cas.

228. S'il y avoit une ſeconde puiſſance Q qui pouſſât le corps D ſelon une direction QD, perpendiculaire à la face EG, il faudra que la premiere P pour faire monter ce corps ſoit au-deſſus de ce que nous l'avons ſuppoſée, puiſqu'elle aura encore à ſurmonter le frottement cauſé par la preſſion de la puiſſance Q, ſuppoſant cette preſſion de 30 ℔, & le poids de 40, il faudra que la puiſſance P ſoit de 50, parce qu'agiſſant ſelon une direction parallele au plan AB, la réſiſtance cauſée par le frottement ſera le tiers de la puiſſance.

Si une ſurface verticale eſt pouſſée perpendiculairement par une autre ſurface, le Frottement ſera encore le tiers de la preſſion.

Si l'on fait abſtraction de la puiſſance P, & que le corps EG repoſe ſur un plan horiſontal HCIK, tandis qu'il eſt pouſſé par la puiſſance Q contre la ſurface verticale AB comme ci-devant, & par une autre puiſſance M ſelon une direction horiſontale ML, & parallele à la ſurface AB, il arrivera que la puiſſance M aura deux obſtacles à ſurmonter, celui du frottement du corps contre la ſurface verticale, & celui du même corps contre le plan horiſontal HI; car la preſſion contre la ſurface verticale, quelque force qu'on attribue à la puiſſance Q, ne diminue point l'action de la peſanteur du corps qui n'en preſſera pas moins le plan horiſontal que ſi la puiſſance Q n'y étoit pas: (68) ainſi la puiſſance M ſera exprimée par le tiers de la puiſſance Q, plus le tiers de la peſanteur du corps. FIG. 9.

229. Il ſuit que ſi l'on avoit une ſurface verticale & inflexible EFGH, engagée dans deux couliſſes AB & CD, & qu'une puiſſance Q la pouſſât ſelon une direction perpendiculaire QI; que la Puiſſance P qui voudroit élever cette ſurface doit être égale à ſon poids, plus au tiers de la puiſſance Q, ou de la preſſion qu'elle cauſe; ce qui fait voir que dans les *écluſes*, la difficulté que l'on éprouve à élever une *vanne* qui ſoutient de l'eau vient de deux cauſes; la premiere du poids de la vanne, la ſeconde de la pouſſée de FIG. 10.

l'eau contre la même vanne, laquelle ayant pour appuis les couliſſes, elle les preſſe ſelon une direction perpendiculaire, & cauſe un frottement dont il eſt aiſé de faire l'eſtimation.

230. Pour faire mention des différens cas où le frottement a lieu, & qui ſe rencontrent ordinairement dans les machines, comme on en jugera par les exemples que je donnerai dans la ſuite; imaginons que le rectangle AB repréſente une piece de bois équarrie, comme ſont ordinairement dans certains moulins les pilons qui ſe trouvent enclavés entre des pieces de traverſes EF & MN nommées *priſons*; elles ſervent à les diriger lorſqu'ils montent & retombent par l'action d'une puiſſance P, que nous ſuppoſerons appliquée au point V du *mentonet* SV pour le faire monter de V en O, ſelon une direction PV perpendiculaire à la face ST: comme il faut donner un peu de jeu entre les priſons, il arrive que la puiſſance P, n'agiſſant point dans la direction KY qui paſſe par le centre de gravité du pilon, fait qu'il appuye & frotte contre le bord des faces C & D. Pour calculer ces deux frottemens, je ſuppoſe qu'une puiſſance Q repouſſe le pilon, ſelon une direction QC perpendiculaire à VG, avec une force égale à la preſſion qui ſe fait au point C: alors regardant le point V comme un point d'appui, & le poids L comme celui qu'on veut élever, il y aura même raiſon de ce poids à la puiſſance Q, que de la perpendiculaire VG à la perpendiculaire VI; ce qui donne $\frac{VI \times L}{VG} = Q$: de même pour ſçavoir la preſſion qui ſe fait au point D, nous ſuppoſerons auſſi que la puiſſance R qui agit ſelon une direction perpendiculaire RD lui fait équilibre; ce qui donne encore, le poids L eſt à la puiſſance R comme la perpendiculaire VH eſt à la perpendiculaire VI, ou $\frac{VI \times L}{VH} = R$.

FIG. 11.

Dans les deux diviſions précedentes, les dividendes étant les mêmes, les quotiens ſeront en raiſon réciproque des diviſeurs; par conſéquent le frottement au point C ſera à celui du point D, comme HV eſt à VG; ce qui donne lieu à pluſieurs remarques que nous allons rendre ſenſibles à l'aide de la Figure 12, dont voici la conſtruction.

Application des propriétés de l'hyperbole à la variété des Frottemens des pilons.

231. Il faut tirer la ligne *gh* égale à la verticale GH de la figure précedente, & par ſes extrémités mener les paralleles *gi* & *hl*, pour faire les angles alternes *igh* & *ghl* de telle ouverture que l'on voudra; on prendra ſur la ligne *gh* en partant de ſes extrémités les parties *ga* & *ha*, chacune égale à la diſtance IV, où ſe trouve la puiſſance P de la ligne de direction du poids L; enſuite on tirera la li-

FIG. 11. & 12.

gne *ab*, parallele à *gi* ou à *hl* que l'on fera d'une grandeur arbitraire; & prenant les côtés des angles *igh* & *ghl* pour des aſſymptotes, on fera paſſer par chacun des points *b* une *hyperbole*.

Il s'agit préſentement de faire voir quelle eſt la preſſion du pilon dans les différentes élévations du mentonet: il faut par le point *u* mener à l'aſſymptote *gi* la parallele *qſ* terminée par les deux hyperboles; & ſi l'on ſuppoſe le mentonet à la hauteur *u* priſe au-deſſous du point *n*, milieu de *gh*, je dis que *uſ* exprimera la preſſion qui ſe fait au point C, & *uq* celle qui ſe fait au point D, & que le rapport de chacune de ces lignes à la conſtante *ab*, ſera le même que celui de chaque preſſion au poids L; car par la propriété de l'hyperbole, on aura $gu \times u\ſ = ga \times ab$, & $hu \times uq = ga \times ab$, qui eſt la même choſe que $GV \times Q = IV \times L$, & $VH \times R = IV \times L$.

232. Il ſuit premierement que quand le mentonet ſe trouve à la hauteur *n*, milieu de la verticale *gh*, que la parallele *mo* à l'aſſymptote *gi*, étant alors diviſée en deux également, la preſſion contre les points C & D eſt égale; & que dans ce cas-là, la ſomme de ces deux preſſions eſt la moindre de toutes celles qui peuvent naître des différentes élévations du mentonet, parce que la parallele *mo* eſt la plus petite de toutes celles qu'on peut tirer d'une hyperbole à l'autre.

Cas où le Frottement des pilons eſt le moindre de tous.

233. Secondement, lorſque le mentonet touchera les priſons E ou N, ſi les lignes égales *gd* & *hd* en marquent l'épaiſſeur, la preſſion ſera la plus grande de toutes, parce que les paralleles *c e*, ſeront les plus grandes de toutes celles qu'on peut mener dans l'intervalle *d*, *d*.

Cas où le Frottement des pilons eſt le plus grand.

234. Troiſiémement, ſi le point V du mentonnet ne rencontroit nul obſtacle, & qu'il pût parvenir au niveau des points C ou D; les points *d* ſe confondant avec *g* & *h*, la ligne *de* ſe confondra auſſi avec l'aſſymptote *gi* ou *hl*, il y aura une des deux preſſions qui ſera infinie, & l'autre *gf* ſera la moindre de toutes celles que peut recevoir la priſon oppoſée.

Cas où le Frottement d'un pilon peut devenir infini.

235. Quatriémement, lorſque le jeu du mentonet ſe fait au-deſſous du point *n*, comme de *u* en *t*, l'on voit qu'à meſure qu'il monte, le frottement diminue, le rapport du grand au moindre étant comme *qſ* eſt à *rx*.

Cas où le Frottement des pilons va en diminuant.

236. Cinquiémement, lorſque le mentonet ſe trouvera à une égale diſtance du point *n* au-deſſus & au-deſſous, les preſſions ſeront égales, & d'autant plus petites que le mentonet ſera moins éloigné du point *u*; ce qui fait voir que dans la conſtruction des pilons, il faut pour qu'il y ait le moins de frottement qu'il eſt poſſi-

Situation qu'il faut donner au mentonet pour que les pilons ayent

Digitized by Google

le moins de Frottement qu'il eſt poſſible.

ble, placer le mentonet de maniere que le chemin qu'il doit faire ſoit partagé en deux également par le milieu de l'intervalle des priſons.

Le Frottement des pilons dépend auſſi de la longueur du mentonet.

237. Comme la ligne *ga* exprime le bras de levier IV, ſi cette ligne augmentoit tandis que *ab* ou le poids auroit toujours la même valeur, la preſſion ou le frottement augmentera dans la même raiſon, parce que le ſommet de chaque hyperbole s'éloignera des points *g* & *h*; ainſi ſuppoſant que lorſque le mentonet commence à monter, la puiſſance P ſoit appliquée au point S, & qu'elle aille de S en V d'un mouvement uniforme, dans le tems qu'elle fait monter le pilon du V en O, au premier inſtant, il faudra que la ligne *ga* ſoit égale à IS, & la parallele *qf* ſera autant au-deſſous de ce qu'elle eſt préſentement, que IS eſt au-deſſous de IV; ce qui fait voir que la puiſſance en montant diminuera dans un ſens, & augmentera de l'autre; mais elle diminue beaucoup moins à proportion qu'elle n'augmente par la longueur du bras de levier qui va toujours en croiſſant; ce que l'on peut exprimer d'une maniere générale: nous nommerons *z*, la diſtance où la puiſſance P pourra ſe trouver du point I; *y* la hauteur DS ou HV du mentonet au-deſſus de la ligne horiſontale DR, *d* la verticale GH; par conſéquent GV ſera $d-y$: ainſi on aura $\frac{Lz}{y}$ pour la preſſion au point D, & $\frac{Lz}{d-y}$ pour la preſſion au point C; & ſi le rapport de la preſſion au frottement eſt celui de *m* à *n*, on aura $\frac{nLz}{my}+\frac{nLz}{md-my}$ pour le frottement, à quoi ajoutant le poids L, il viendra enfin $L+\frac{nLz}{my}+\frac{nLz}{md-my}=P$.

FIG. 11. & 12.

Il faut calculer le frottement des pilons dans le cas du plus grand effort que la puiſſance ſera obligée de faire.

238. Nous avons dit (236) qu'il falloit que le chemin que fait le mentonet eût ſes extrémités également éloignées des deux points où ſe fait la preſſion; dans ce cas, ſi la puiſſance reſtoit à la même diſtance de la ligne de direction du poids, elle iroit toujours en décroiſſant juſqu'au milieu du chemin qu'elle doit parcourir, (235) & enſuite augmentera juſqu'à devenir égale à ce qu'elle étoit au commencement de la montée: or quand on voudra déterminer cette puiſſance par rapport au poids & au frottement qu'elle doit ſurmonter, il faudra l'eſtimer dans le cas du plus grand effort qu'elle ſera obligée de faire au commencement & à la fin du chemin qu'elle a à parcourir, ſans ſe mettre en peine ſi elle varie entre ces deux extrémités; alors *y* pourra être regardée comme une quantité conſtante que l'on déterminera par la hauteur HV, où le mentonet

Digitized by Google

mentonet ſe trouve au-deſſus de la ligne DH lorſqu'il commence à monter; & nommant cette hauteur C, l'on aura au lieu de l'expreſſion précedente $L + \frac{2L}{mc} = P$, & ſi $m, n :: 3, 1$, on aura $L + \frac{2Lz}{3c} = P$, dont nous ferons uſage par la ſuite. Quelquefois le mentonet au lieu de ſe trouver entre les deux points où ſe fait le frottement, eſt placé vers le bas du pilon au-deſſous de la priſon inférieure; mais de quelque maniere qu'il ſoit ſitué, ce que je viens de dire doit ſuffire pour en calculer le frottement.

Ce qui précede fait bien voir que quand on veut examiner de près le jeu des parties d'une machine pour en avoir des idées juſtes, afin d'en calculer exactement l'effet, on y découvre mille choſes qu'on n'apperçoit qu'après un circuit de recherches; il eſt vrai qu'on peut ſe diſpenſer d'être auſſi ſcrupuleux, mais on ſe relâche toujours aſſez quand on vient à l'exécution, & ſi l'on vouloit traiter dans la rigueur géométrique tout ce qui appartient aux pilons ſeulement, on ſe trouveroit engagé dans des difficultés de calcul qui ne ſeroient pas aiſées à réſoudre.

239. Nous avons ſuppoſé juſqu'ici que la puiſſance qui ſurmontoit le frottemant agiſſoit en ligne droite, & que ſa viteſſe étoit la même que celle du poids; mais dans les machines les mouvemens étant preſque toujours circulaires, & la viteſſe du poids & de la puiſſance étant différente, nous allons faire voir que la puiſſance qui doit ſurmonter le frottement, croît ou diminue ſelon ſa viteſſe par rapport à celle du poids, ou ce qui revient au même ſelon la grandeur des bras de levier qui répondent à l'un & à l'autre, & que par conſéquent pour calculer les frottemens, il faut ſuivre les loix ordinaires de la Mécanique.

Les Frottemens qui ſe font par un mouvement circulaire, doivent être calculés, comme s'ils ſe faiſoient en ligne droite, & l'on doit avoir egard aux bras de levier qui répondent au poids & à la puiſſance.

Si l'on a un corps A poſé ſur un plan horiſontal, attaché par ſon centre de gravité à une verge inflexible AC, dont le point d'appui B eſt dans le milieu; & qu'à l'extrémité C il y ait une puiſſance qui tire toujours ſelon une direction CH perpendiculaire au levier, le centre de gravité du poids ira de A en I, & décrira une circonférence, ainſi que le point C, l'un & l'autre avec la même viteſſe; par conſéquent cette puiſſance ſera équivalente au tiers du poids, comme ſi elle agiſſoit ſelon une ligne droite AE. FIG. 13.

Si la puiſſance étoit appliquée au point D, milieu de BC, elle décrira la circonférence LM, moitié de IK, & ſa viteſſe n'étant que moitié de celle du poids, il lui faudra une force double de celle qu'elle avoit à l'extrémité C, c'eſt-à-dire dans la raiſon récipro-

que de ſon bras de levier à celui du poids ; ainſi il faudra qu'elle ſoit les deux tiers de la peſanteur du corps A : mais ſi au contraire le bras de levier BF étoit double de BA, la viteſſe de la puiſſance ſeroit double de celle du poids, & ſa force égale à la ſixiéme partie de la peſanteur du même poids.

Quand un corps eſt mû autour d'un point fixe, le bras de levier qui répond au Frottement doit être exprimé par la diſtance du point fixe au centre de gravité de la ſurface qui frotte.

240. Lorſqu'on fait mouvoir un corps ſur un plan autour d'un point fixe, les parties de la ſurface qui frotte, ont plus ou moins de viteſſe ſelon leur éloignement de ce point : pour avoir une viteſſe moyenne, il faut déterminer la longueur du bras de levier qui doit appartenir au poids par la diſtance du point fixe au centre de gravité de la ſurface. Par exemple, ſi l'on avoit un corps cylindrique ROQS, comme une meule à moulin poſée à plat qu'on voulût faire tourner autour de ſon centre B ; la baſe étant un cercle, on pourra ſuppoſer que la peſanteur de ce corps eſt également diſtribuée ſur la circonférence LM, qui a pour rayon la ligne BD qui doit être les deux tiers de BT, (101) & même ſi l'on veut en un ſeul point D qui aura pour bras de levier la ligne BD : ainſi lorſqu'une meule à moulin ſe meut d'un mouvement uniforme, l'on peut dire que ſa quantité de mouvement eſt le produit de ſa peſanteur par la circonférence LM, ou par les deux tiers de celle de ſon grand cercle.

FIG. 13.

Il ſuit de-là que lorſque l'arbre d'une machine eſt dans une ſituation verticale, & qu'il aboutit par le pied à un pivot qui tourne dans une crapaudine, le frottement de ce pivot a pour bras de levier les deux tiers de ſon rayon.

FIG. 14. 15.

241. Ayant un cylindre ADCH poſé horiſontalement ſur deux palliers taillés en portion de cercle, comme on le voit à l'endroit KHZ du profil ; pour ſervir à une puiſſance Q à élever un poids P, ſelon une direction perpendiculaire au diamétre horiſontal AC, à l'aide d'une corde qu'on ſuppoſe faire pluſieurs tours ſur le cylindre pour le contraindre à tourner dans les palliers KHZ ; il eſt certain que dans l'état d'équilibre, s'il n'y avoit point de frottement, la puiſſance ſera égale au poids, par conſéquent ſi ce poids eſt de 60 ℔, l'appui ſera chargé de 120, le frottement du cylindre contre le pallier étant le tiers de la preſſion, il faudra ajouter 40 ℔ à la puiſſance, parce que la viteſſe de la ſurface qui frotte, eſt égale à celle de la puiſſance qu'on peut ſuppoſer appliquée au point C, l'une & l'autre étant également éloignée du centre : la puiſſance ainſi augmentée, la preſſion du cylindre contre l'appui la ſera auſſi, & cauſera un ſurcroît de frottement égal au tiers de cette augmentation, c'eſt-à-dire au tiers de 40 ℔, qui eſt $13\frac{1}{3}$, qu'il

Il y a des cas où une puiſſance qui agit pour élever un poids contribue à en augmenter le Frotſement.

Digitized by Google

faut encore ajouter à la puiſſance; mais cette ſeconde augmentation va cauſer une nouvelle preſſion, par conſéquent un nouveau frottement; il faudra donc prendre le tiers de $13\frac{1}{3}$, & encore le tiers du tiers, ainſi de ſuite, tant qu'on ſoit parvenu à un poids ſi petit qu'il ne mérite pas qu'on en tienne compte, & l'on trouvera que le frottement donne $40 + 13\frac{1}{3} + 4\frac{4}{9} + 1\frac{13}{27} + \frac{40}{81} + \frac{40}{243} = 59 + \frac{221}{243}$, qui étant ajouté à 60, on aura $119\frac{221}{243}$ pour la valeur de la puiſſance, afin qu'elle ſoit en équilibre avec le poids & le frottement; de ſorte que ſi on l'augmentoit tant ſoit peu, elle feroit monter le poids.

Maniere de trouver la ſomme des termes d'une progreſſion géométrique.

242. Comme les quantités dont il faut augmenter la puiſſance compoſent une progreſſion géométrique, dont les termes doivent aller en décroiſſant juſqu'à zero, l'on trouvera tout d'un coup la ſomme de tous ces termes par une regle générale démontrée dans les élémens d'Algébre, la voici.

Si l'on a une progreſſion géométrique, allant en décroiſſant juſqu'à zero, on aura la ſomme de tous les termes qui ſuivent le premier, en multipliant le premier par le ſecond, & en diviſant le produit par la différence du premier au ſecond; ainſi les deux premiers termes étant a & b, la ſomme de tous les termes qui ſuivent le premier ſera $\frac{ab}{a-b}$. Préſentement, ſi l'on ſuppoſe que a exprime la ſomme du poids & de la puiſſance dans l'état d'équilibre; le premier terme de la progreſſion ſera $\frac{a}{3}$ & le ſecond $\frac{a}{9}$; d'où l'on tire $\frac{\frac{a}{3}\times\frac{a}{9}}{\frac{a}{3}-\frac{a}{9}}$ ou $\frac{\frac{aa}{27}}{\frac{2a}{9}} = \frac{a}{6}$,

qui fait voir que *quand le rapport qui regne dans la progreſſion, eſt celui de 3 à 1, la ſomme de tous les termes qui ſuivent le premier, eſt égale à la moitié du premier*; par conſéquent on aura pour tous les termes enſemble $\frac{a}{3} + \frac{a}{6}$ ou $\frac{a}{2}$, pour l'expreſſion du frottement; on peut donc établir cette regle générale.

Regle generale pour calculer les frottements dans le cas où l'action de la puiſſance ſe joint à celle du poids.

243. *Quand l'action d'une puiſſance ſe joindra à celle du poids pour en augmenter la preſſion ſur le point d'appui, & que leurs directions ſeront paralleles, il faut que cette puiſſance, pour être en équilibre avec le frottement ſeul, ſoit égale à la moitié de la preſſion que ſoutient l'appui, lorſque la puiſſance & la ſurface qui frottent ont la même viteſſe.*

Voulant donc ſçavoir la force qu'il faut à la puiſſance Q pour

ſurmonter le frottement du cylindre, il ſuffira tout d'un coup de prendre la moitié de ſa preſſion, on aura 60 lb au lieu de $59\frac{223}{243}$, qui eſt un peu moindre, parce que nous n'avions pas pouſſé les termes de la progreſſion aſſez loin.

Attention qu'il faut avoir lorſque la direction de la puiſſance n'eſt pas parallele à celle du poids.

244. Quand les directions du poids & de la puiſſance ne ſont pas paralleles, l'appui n'étant point preſſé par la force abſolue de l'un & de l'autre, le frotement eſt moindre que la moitié de leur ſomme. Par exemple, ſi la puiſſance étoit appliquée en R, & qu'elle tirât ſelon une direction horiſontale DR, parallele au diamétre AC, on peut ſuppoſer que la corde eſt attachée au centre B, que la puiſſance tire ſelon une direction BY, & que le poids eſt ſuſpendu au même centre: or comme dans l'état d'équilibre la puiſſance eſt égale au poids, on pourra prendre le rayon BC pour la puiſſance, & le rayon BH pour la peſanteur du poids; alors ſi l'on mene la ligne HO, parallele à BC, on aura le parallelograme des forces HBCO, dont la diagonale BO exprimera l'action du poids au point Z; le frottement étant égal à la moitié de cette preſſion par l'article précedent, BV marquera ce qu'il faut ajouter à la puiſſance quand elle ſera exprimée par le rayon; c'eſt pourquoi ſans faire de parallelograme, il ſuffit de tirer la corde HC qui joint les directions du poids & de la puiſſance, & de prendre pour l'expreſſion du frottement la perpendiculaire tirée du centre ſur cette corde pour avoir R = BC + BV.

245. Si la puiſſance tiroit ſelon une direction ES, la ſuppoſant encore appliquée au centre B, de même que le poids; c'eſt comme ſi elle agiſſoit ſelon BX, parallele à ES, le frottement ſe fera au point M, & l'on aura S = BN + BL : quand le point E ſe confondra avec la perpendiculaire, BL égalera le rayon, la direction ES ſera parallele à celle du poids, & l'on retombera dans le premier cas, puiſque la puiſſance S ſera double du rayon.

246. Si la puiſſance tiroit ſelon une direction NT, c'eſt encore comme ſi elle agiſſoit ſelon la direction BG, parallele à la précedente; la preſſion ſe fera au point K, & l'on aura toujours T = BH + BI.

247. Enfin ſi la puiſſance agiſſoit ſelon la direction A4, qui feroit la même que celle du poids, elle ſoutiendra ce poids ſans que ni l'un ni l'autre preſſe l'appui, & il n'y aura d'autre frottement que celui que peut cauſer la ſeule peſanteur du cylindre.

Examen des différ-

248. Ce que nous venons de dire s'applique de ſoi-même à ce qui arrive à une puiſſance qui éleve un poids à l'aide d'un treuil &

Digitized by Google

d'une manivelle : car ſi le coude de la manivelle eſt égal au rayon du treuil ; qu'elle agiſſe toujours ſelon une direction tangente au cercle qu'elle décrit, ſa viteſſe étant la même que celle de la ſurface qui frotte ; cette puiſſance ſera bien à la vérité égale au poids dans l'état d'équilibre, mais lorſqu'elle aura le frottement à ſurmonter, elle variera continuellement, parce que ſa direction ne ſera pas toujours la même que celle du poids ; ce n'eſt que dans le moment qu'elle ſera perpendiculaire à l'horiſon, que les deux directions étant paralleles, le point d'appui ſera chargé de ſa force abſolue, auſſi bien que de celle du poids, & que le frottement ſera la moitié du poids total, au lieu que quand la direction de la la puiſſance agiſſant de bas en haut ſe trouve oppoſée à la précedente, ne preſſant point l'appui, elle ſoutient le poids ſeulement, & n'a rien de plus à ſurmonter, ne tenant point compte du frottement cauſé par la peſanteur du treuil ; de ſorte qu'on peut dire qu'à chaque révolution la puiſſance va en croiſſant juſqu'à devenir double du poids, & puis décroit juſqu'à lui devenir égale.

rens degrés de force d'une puiſſance qui éleve un poids à l'aide d'une manivelle.

Les mêmes remarques ſubſiſteront encore, quoique le coude de la manivelle ſoit plus grand que le rayon du treuil, dès qu'on aura égard à la viteſſe de la puiſſance par rapport à celle de la ſurface qui frotte, comme nous le ferons voir après avoir parlé de la balance.

249. Si l'on a une balance AC, dont l'eſſieu ſoit dans le milieu repréſenté par le cercle DGH poſé ſur un appui EF, qu'il y ait aux extrémités A & C, un poids de 150 ℔, & que la peſanteur de la balance ſoit de 20, l'appui EF ſera chargé de 320 : pour qu'un de ces poids emporte l'autre, il faudra charger l'un des bras de la balance d'un nouveau poids pour ſurmonter le frottement de l'eſſieu contre l'appui : ſi l'on vouloit qu'il fut ſuſpendu à l'extrémité I du rayon BI, comme eſt le poids K, il faudroit qu'il fût égal à la moitié de la preſſion que cauſent les poids P & Q, joints à celui de la balance, (243) parce que la viteſſe du point I où eſt appliquée la puiſſance ſera la même que celle du point D de la ſurface qui frotte, par conſéquent de 160 ℔ : mais ſi on applique ce poids à l'extrémité C, comme ſeroit le poids L, alors il faudra qu'il y ait même raiſon de L à K que de la viteſſe du point D à celle du point C, ou de BD à BC ; car DBC peut être conſidéré comme un levier coudé dont le point d'appui eſt en B : ainſi ſuppoſant BD d'un demi pouce, & BC de vingt, l'on aura 40, 1 :: K, L, ou 40, 1 :: 160, L = 4.

Maniere de calculer les frottemens des tourillons ou eſſieux d'une balance,

Si les bras de la balance étoient inégaux, les poids ſuſpendus à leurs extrémités le ſeroient auſſi ; mais la puiſſance qui doit ſur-

monter le frottement ſera toujours à la moitié de la charge que ſoutient l'appui, comme le rayon de l'eſſieu eſt à la diſtance de cette puiſſance au centre de l'eſſieu.

Application de l'article précedent au frottemens de l'eſſieu d'un treuil.

250. Pour reprendre ce qui nous reſte à dire ſur la manivelle, ſuppoſons qu'il ſoit queſtion d'élever un poids P de 100 ℔, à l'aide d'un treuil de 6 pouces de rayon, & d'une manivelle de 15 pouces de coude; pour connoître la puiſſance appliquée à la poignée BC, il faut commencer par la poſer dans la ſituation la plus déſavantageuſe, où elle ſe rencontre à chaque tour, qui eſt lorſqu'agiſſant de haut en bas, ſa direction eſt parallele à celle du poids ſelon l'article 248; alors le coude de AB de la manivelle ſe trouvant horiſontal, formera avec le rayon AD du treuil une balance DB, dont l'eſſieu ſera celui du treuil; & dans l'état d'équilibre, le bras AB de 15 pouces ſera au bras AD de 6, réciproquement comme le poids P de 100 ℔ eſt à la puiſſance Q qui ſera de 40; (43) ainſi le poids & la puiſſance enſemble ſeront de 140; à quoi ajoutant le poids du treuil, y compris celui des manivelles que je ſuppoſe enſemble de 60 ℔, l'appui ſera chargé de 200 ℔, dont il faudroit prendre la moitié, ſi la viteſſe de la puiſſance égaloit celle de la ſurface des tourillons; mais le rayon du tourillon étant d'un demi-pouce, il ſera la trentiéme partie du coude de la manivelle; par conſéquent la puiſſance ne doit être augmentée que de la trentiéme partie de 100 ℔, qui eſt 3 ℔ $\frac{1}{3}$, & ſera de 43 $\frac{1}{3}$.

FIG. 17. & 18.

Maniere de calculer le Frottemens de l'eſſieu d'une roue.

251. Ayant une roue avec ſon eſſieu, ſi l'on prend leurs rayons dans le même alignement, ils compoſeront enſemble un levier, dont le point d'appui ſera au centre commun de la roue & des tourillons; car je ſuppoſe que ce ſont deux tourillons qui repoſent ſur les appuis, comme cela eſt ordinairement; ainſi deux poids P & Q étant en équilibre aux extrémités A & D, ſi l'on veut que le poids Q emporte P, il faudra ajouter au premier Q un autre capable de ſurmonter le frottemeut du tourillon ſur les appuis; c'eſt pourquoi, ſelon l'article précedent, on ajoutera à la ſomme des poids P & Q, celui de la roue & de l'eſſieu, on en prendra la moitié, on la multipliera par le rayon du tourillon, & on diviſera le produit par le rayon de la roue, le quotient donnera le poids que l'on cherche.

FIG. 19.

Obſervation ſur les différentes directions d'une puiſſance qui

252. Il eſt à remarquer que ſi le poids P étoit en équilibre avec une puiſſance, qui agiſſant ſelon une direction EF tangente à la roue, ſeroit appliquée à l'extrémité d'un rayon CE, qui feroit un angle conſtant ACE avec celui de l'eſſieu, comme cela arrive quelquefois aux roues des moulins à eau, qu'à ne conſiderer que

Digitized by Google

la réſiſtance cauſée par le frottement, on peut ſuppoſer, comme dans l'article 244, le poids P ſuſpendu au centre C, & la puiſſance F agira auſſi ſur le même centre ſelon la direction CG parallele à EF, les directions du poids & de la puiſſance faiſant enſemble l'angle GCI, n'agiront pas ſur l'appui avec leurs forces abſolues, puiſqu'elles ſe détruiront en partie; c'eſt pourquoi ſi l'on prend la ligne CI pour exprimer le poids, & CG la puiſſance; & qu'on faſſe le parallelogramme GI, le frottement cauſé par l'action du poids & de la puiſſance ſur le point d'appui, ne ſera exprimé que par la moitié de la diagonale CH: on dira donc comme CI eſt à CH diviſé par 2: ainſi P eſt à un quatriéme terme, qu'il faudra multiplier par le rayon du tourillon, & diviſer le produit par le rayon de la roue, le quotient donnera ce qu'il faut ajouter à la puiſſance F.

Eleve un poids à l'aide d'une roue.

253. Ce que nous avons dit de la balance peut s'appliquer de même aux poulies, eû égard au frottement de leur pallier contre l'eſſieu. Par exemple ayant une poulie BD ſuſpendue à un point fixe, à l'aide d'une écharpe dont nous n'avons fait voir que l'intérieur BH pour ne point couvrir les parties qui intéreſſent le plus; l'on prendra le cercle KFL pour l'eſſieu, & l'autre IEFG pour le palier que nous ſuppoſerons égal au précedent à peu de choſe près, ne les ayant fait inégaux que pour les mieux diſtinguer; car dans l'uſage il ſuffit que le pallier ſoit aſſez grand pour le jeu du boulon; cela poſé, ſi l'on fait paſſer ſur cette poulie une corde dont on fait abſtraction du diamétre & de la roideur; qu'à ſes extrémités il y ait deux poids égaux P & Q en équilibre, le ſecond ne pourra emporter le premier, ou ſeulement le faire monter tant ſoit peu, qu'on ne lui en ajoute une autre S capable de ſurmonter la réſiſtance du frottement, que les poids dont la poulie eſt chargée, cauſeront ſur l'eſſieu au point F: comme l'eſſieu à cet endroit eſt preſſé par la ſomme de deux poids P & Q, joint à celui de la poulie, ſi le tout enſemble peſoit 200 ℔; lapuiſſance qui ſeroit appliquée à l'extrémité G du rayon HG, qu'on ſuppoſe le même que celui de l'eſſieu, & qui agiroit ſelon une direction perpendiculaire GM, ſeroit égale à la moitié de 200 ℔, (243) parce que la viteſſe du point F ſommet du palier, ſera la même que celle du point G; mais ſi l'on veut que la puiſſance ſoit appliquée à l'extrémité C, il y aura même raiſon de la viteſſe du point C à celle du point F, ou du rayon HC de la poulie au rayon HF de l'eſſieu, que de la puiſſance M = 100 ℔ à la puiſſance S; par conſéquent ſi le rayon de l'eſſieu eſt la dixiéme partie de celui de la pou-

Maniere de calculer le Frottement des poulies fixes contre leur eſſieu.

lie, la puiſſance S ne ſera que la dixiéme partie de la puiſſance M c'eſt-à-dire de 10 lb, qui eſt le poids qu'il faudra ajouter à un des bouts de la corde, pour être tout prêt d'enlever celui qui eſt à l'autre.

Suite de l'art. précédent pour le Frottement des poulies mobiles.

254. Si la poulie étoit mobile comme AB, c'eſt-à-dire que la corde paſſât par le deſſous, qu'un de ſes bouts fût attaché à un point fixe C, & qu'à l'autre qu'on ſuppoſe parallele au précedent, il y eût une puiſſance Q qui tirât de bas en haut pour enlever un poids P ſuſpendu à l'eſſieu ou à l'écharpe; le palier, aulieu de toucher l'eſſieu en haut, le touchera en bas, & le frottement ſe ſera au point G : or ſi la puiſſance deſtinée à le ſurmonter étoit appliquée à l'extrémité I du rayon FI, pour agir de bas en haut ſelon une direction IL, perpendiculaire au rayon, il faudroit qu'elle fût égale à la moitié du poids; mais ſi elle agit à l'extrémité E, & que le rayon de l'eſſieu ſoit encore la dixiéme partie de celui de la poulie, cette puiſſance ne ſera que la vingtiéme partie du poids; ce qui fait voir que la puiſſance Q, pour être capable d'enlever tant ſoit peu le poids P, doit être égale à la moitié de ce poids, plus à la vingtiéme partie du même poids.

PLAN. 2. FIG. 21.

Maniere de calculer le Frottement des poulies mouffées.

255. Quand on aura pluſieurs poulies mouffées, dont les unes ſeront immobiles & les autres mobiles, l'on voit qu'il n'y aura nulle difficulté à calculer le frottement que la partie du poids dont chacune d'elles ſera chargée, pourra cauſer, ſelon la grandeur de leur diamétre, & celui de leur eſſieu, afin d'ajouter la ſomme de tous ces frottemens à la puiſſance qui ſoutenoit ce poids en équilibre, pour être toute prête à le faire monter, ſur quoi l'on remarquera en paſſant, que la puiſſance qui doit ſurmonter les frottemens ſera d'autant moindre que les diamétres des poulies ſeront grands, & celui de leur eſſieu petit.

Dans un terrein uni & horiſontal, les animaux attelés à une voiture, n'ont d'autre réſiſtance à ſurmonter que le Frottement des roues contre leur eſſieu.

256. Selon ce qui vient d'être dit des poulies, l'on voit l'avantage que l'on tire des roues pour les voitures; car l'on ſent bien que les animaux qui tirent un chariot ſur un chemin horiſontal & fort uni, n'ont d'autre obſtacle à ſurmonter que le frottement des moyeux contre leur eſſieu, & qui doit augmenter ſelon que le chariot ſera plus chargé, puiſque ce frottement ſera encore le tiers du poids; ſi les quatre roues étoient égales, la puiſſance ſeroit au tiers du poids, comme le rayon de l'eſſieu eſt à celui de la roue; par conſéquent plus les roues ſont grandes, & moins la puiſſance aura beſoin de forces, comme l'expérience le montre. Pour en faire voir la raiſon, conſiderez que c'eſt la même choſe que le moyeu preſſe l'eſſieu, ou que ce ſoit l'eſſieu qui preſſe le moyeu; ainſi on peut regarder

regarder le rayon de la roue qui eſt perpendiculaire à l'horiſon comme un levier de la ſeconde eſpece, qui a ſon point d'appui au centre de l'eſſieu, la puiſſance appliquée à l'autre extrémité & le poids entre-deux, c'eſt-à-dire à l'extrémité du rayon du moyeu; alors la puiſſance ſera au poids dans la raiſon réciproque du rayon du moyeu à celui de la roue, ou bien comme la circonférence de l'un eſt à la circonférence de l'autre; car la circonférence du moyeu exprime la viteſſe des points qui frottent, & la circonférence de la roue la viteſſe de la puiſſance; puiſque le chemin que feroit l'animal en marchant d'un pas égal dans un tems déterminé, peut être meſuré par le nombre de tours que fera la roue.

257. Quand on voudra calculer la force néceſſaire pour tirer une voiture ordinaire à quatre roues, commes celles de devant ſont toujours plus petites que celles de derriere, il faudra prendre le tiers du poids, & le partager également ſur l'eſſieu d'une des grandes roues, & ſur celui d'une des petites, comme ſi l'une & l'autre ne portoit que la ſixiéme partie de la charge; multiplier ce ſixiéme par le rayon de l'eſſieu qui eſt ordinairement le même pour les deux roues, enſuite diviſer ce produit par le rayon de la grande roue, & diviſer encore le même produit par le rayon de la petite; l'on aura deux quotients, qui étant ajoutés enſemble, donneront la puiſſance, au lieu que pour tirer le traineau, il faut que cette puiſſance ſoit au moins égale au tiers de ſa charge.

Maniere de calculer le Frottement d'un corps contre un plan incliné quand la direction de la puiſſance eſt parallele au plan.

258. Pour continuer le calcul du frottement des machines ſimples, conſiderez le plan incliné ABC ſur lequel eſt un corps Q, ſoutenu par une puiſſance P, dont la direction DP eſt parallele au plan.

Si du centre de gravité D, l'on abbaiſſe la perpendiculaire DH ſur le plan, & qu'on faſſe le parallelograme rectangle EH, la diagonale DF priſe dans la direction du poids exprimera la peſanteur abſolue de ce poids; le côté DH ſa preſſion ſur le plan incliné; & le côté ED la partie qui tend à le faire deſcendre; (82) nommant donc AB, a, AC, b, BC, c, DF, p; on aura à cauſe des triangles ſemblables ABC & DEF, $a, c :: p \frac{cp}{a} =$ EG: d'autre part, $a, b :: p \frac{bp}{a} =$ EF; ainſi prolongeant DE de la longueur EG, égale au tiers de EF, l'on aura GE $= \frac{bp}{3a}$ pour le frotement, ainſi il viendra P $= \frac{3c+b}{3a} \times p$, pour l'expreſſion de la puiſſance

FIG. 22.

qui ſera en équilibre avec le poids & le frottement, qui eſt une formule générale, lorſque la direction de cette puiſſance eſt parallele au plan, & qui ſervira auſſi à connoître la peſanteur d'un poids qu'une puiſſance donnée pourra élever à l'aide d'un plan incliné, dont les côtés ſeroient auſſi donnés; puiſque dégageant p dans la formule, il vient $\mp\frac{2cp}{3b+c}=p$. Suppoſant $a=5$, $b=4$, $c=3$, $p=500$ ℔, l'on trouvera que la puiſſance P doit être de 433 ℔ $\frac{1}{3}$.

Suite de l'art. précédent quand la direction de la puiſſance eſt arbitraire.

259. Si la puiſſance tiroit ſelon une direction arbitraire DK, il eſt clair qu'il faudra qu'elle ſurmonte non-ſeulement le frottement de la preſſion du corps ſur le plan, mais encore celle qu'elle y cauſera elle-même par l'obliquité de ſa direction; c'eſt pourquoi ſi l'on éleve la perpendiculaire GI ſur l'extrémité G, qu'on prolonge KD; il eſt conſtant que ſi la ligne GD exprime la puiſſance lorſqu'elle agit ſelon une direction parallele au plan, cette direction devenant oblique, la puiſſance ſera exprimée par ID: prolongeant EF juſqu'en M, la ligne DE pourra être priſe pour le ſinus total (que nous nommerons r) de l'angle EDM, & DM pour la ſecante (que nous nommerons f;) c'eſt pourquoi à cauſe des triangles ſemblables DEM & DGI, l'on aura $r, f :: DG (\frac{bp}{3a}+\frac{cp}{b})$ DI $=\frac{bp}{3a}+\frac{cp}{a}\times\frac{f}{r}$ ayant trouvé la force ID, il reſte à lui ajouter de quoi ſurmonter le frottement de la preſſion qu'elle cauſera ſur le plan; faiſant attention que cette preſſion doit être exprimée par la ligne IG perpendiculaire au plan; mais à cauſe qu'elle lui eſt oblique, il faudra prendre le tiers de la ligne ID, qui donne $\frac{bp}{9a}+\frac{cp}{3a}\times\frac{f}{r}$, on aura donc pour la puiſſance capable de ſurmonter le poids & le frottement K $=\frac{4b}{9a}+\frac{4c}{3a}\times\frac{pf}{r}$.

FIG. 23.

Autre ſuite de l'article 258, lorſque la direction de la puiſſance eſt parallele à la baſe du plan incliné.

260. Lorſque la direction de la puiſſance eſt parallele à la baſe AC du plan, les triangles ABC & DME devenant ſemblables, donnent, $f, r :: a, b$, ou $\frac{f}{r}=\frac{a}{b}$ & mettant dans l'équation précedente $\frac{a}{b}$ à la place de $\frac{f}{r}$, il vient K $=\frac{4p}{9}+\frac{4cp}{3b}$, qui eſt encore une formule générale pour le cas où la direction de la puiſſance eſt parallele à la baſe du plan avec laquelle on pourra connoître le poids qu'une puiſſance donnée eſt capable d'élever à l'aide d'un plan incliné, puiſque dégageant p dans l'équation précedente, il

Digitized by Google

vient $\frac{9kb}{4b+12c} = p$, sur quoi il faut remarquer que si la puissance au lieu de tirer le corps de D en K, le poussoit de Z en D, selon une direction parallele à la base AG, il lui faudra toujours la même force. Si l'on suppose que les lettres ont la même valeur que ci-devant, on trouvera que la puissance pour faire monter le poids doit être de 722 ℔.

Examen du frottement qu'une puissance a à surmonter en se servant d'un coin pour élever un poids.

261. Un plan incliné ABC posé sur un plan horisontal NO, étant chargé d'un poids Q, soutenu par une puissance K qui agit selon une direction DK parallele à la base, n'est autre chose qu'un coin qui tombe dans le cas de tout ce que nous venons de dire dans l'article précedent; car que ce soit la puissance qui tire à soi le corps pour le faire monter tandis que le coin est immobile, ou que ce soit une autre puissance R qui pousse le coin pour faire monter le corps, tandis que la puissance K se maintenant dans la même direction, monte le long de la verticale VX, ce sera toujours la même chose, puisque dans l'un & l'autre cas l'on aura selon l'article précedent K ou $R = \frac{4p}{9} + \frac{4cp}{3b}$: lorsque c'est le coin qui marche il faudra ajouter à la puissance R, le tiers de la pesanteur du poids Q & du coin ABC pris ensemble pour le frottement de la base AC contre le plan NO, il viendra $R = \frac{7p}{9} + \frac{4cp}{3b} + \frac{ABC}{3}$; ainsi supposant que la pesanteur du coin soit de 30 ℔, l'on trouvera que la puissance R doit être de 899 ℔ pour être toute prête à mouvoir le coin. FIG. 24.

Cet exemple montre bien la conséquence d'avoir égard au frottement dans la construction des machines dont le principal objet doit être de soulager la puissance, en faisant ensorte qu'elle soit toujours inférieure au poids, au lieu qu'ici pour en élever un de 500 ℔, il lui faut une force de 899 ℔: voilà pourtant le cas où l'on se trouveroit en se servant d'une vis pour presser un corps entre deux plans, si l'on n'étoit soulagé par la longueur du bras de levier, comme je vais le montrer, n'ayant parlé du coin que pour en faire l'application au calcul du frottement dans le jeu de la vis & de son écrou, qui est de toutes les machines celle où il s'en rencontre le plus.

Maniere de calculer le frottement d'une vis quand on s'en sert pour élever un poids.

262. La vis n'est autre chose qu'un cylindre, autour duquel on a roulé un nombre de triangles rectangles, ou plans inclinés ACB, dont chaque base AC représente la circonférence du cercle du cylindre; la hauteur CB un des pas de la vis, & l'hypotenuse AB le filet d'une révolution: comme l'écrou dans lequel la vis tour-

FIG. 25. & 26.

ne, eſt un autre cylindre creux dont le diametre eſt à peu près égal à celui de la vis, ſur l'intérieur duquel on doit ſuppoſer auſſi qu'on a contourné pluſieurs triangles ADB, pour former des plans inclinés, qui s'engagent & gliſſent ſur les précedents; l'on voit qu'ayant une vis F, à laquelle ſoit ſuſpendu un poids P; & que l'écrou CD ſoit immobile, tandis qu'une puiſſance fait tourner la vis pour élever le poids, le triangle ADB repréſentera un contour ou une révolution de la vis, & le triangle ABC un contour, ou une révolution de l'écrou: Or ſi le premier triangle eſt chargé d'un poids G, & qu'une puiſſance Q veuille faire monter le poids en pouſſant ce triangle ſelon une direction parallele à la baſe AC; on pourra prendre le poids G, pour celui qui eſt ſuſpendu à la vis F, dont l'action eſt diſtribuée ſur les pas de l'écrou qui porte ceux de la vis, & conſiderez que les pas de la vis gliſſeront ſur ceux de l'écrou, de la même maniere que le triangle ADB ſur le plan ABC; d'où il ſuit qu'il faudra calculer le frottement de la vis, comme s'il étoit queſtion de faire monter un corps ſur un plan incliné en le pouſſant ſelon une direction parallele à la baſe; (260) ainſi nommant b, la circonférence du cercle de la vis; c, la hauteur d'un des pas, & p, le poids que l'on veut élever, l'on aura encore $Q = \frac{4p}{9} + \frac{4cp}{3b}$.

Suite de l'article précedent, lorſqu'on ſe ſert de la vis pour preſſer un corps contre un autre.

263. Si la vis au lieu de monter deſcendoit, ainſi que cela arrive lorſqu'il eſt queſtion de preſſer un corps entre deux plans, il faudra en calculer l'effet, comme ſi on vouloit élever un poids à l'aide d'un coin, (261) parce qu'il y a deux points d'appui; car le vis ne peut preſſer de haut en bas, qu'elle ne pouſſe l'écrou de bas en haut avec la même force, & pour tenir compte du frottement de la tête de la vis contre le plan ſupérieur qu'elle preſſe, il faut ajouter à l'expreſſion de la puiſſance précedente le tiers du poids P, équivalent la plus grande preſſion que l'on veut faire; l'on aura $Q = \frac{4p}{9} + \frac{4cp}{3b} + \frac{P}{3}$. Comme les points qui compoſent la ſurface de la tête de la vis, auront plus ou moins de viteſſe ſelon leur diſtance de l'axe de la même vis, le bras de levier qui répond à ce frotement ne ſera pas égal au rayon du cylindre de la vis; mais nous l'avons ſupoſé pour rendre le calcul moins compoſé; l'on pourra ſi l'on veut, pour plus de préciſion avoir égard à ce qui eſt dit dans l'article 240.

264. Nous venons de ſupoſer dans les deux cas précedens que la puiſſance agiſſoit ſelon une direction tangente à la circonférence du cercle du cylindre de la vis où elle étoit appliquée, afin de ne nous point écarter du plan incliné, où la viteſſe de cette puiſſance

Digitized by Google

eſt exprimée par la baſe du plan, & celle du poids par ſa hauteur; mais comme on ne fait jamais tourner une vis ſans le ſecours d'un levier AB, il ſuit que ſa viteſſe ſera exprimée par la circonférence IEBK du cercle qu'elle décrit; nommant donc f, cette circonférence, il faudra dire, comme la viteſſe de la puiſſance eſt à celle du poids, ou comme f eſt à b; ainſi l'expreſſion que l'on vient de trouver pour ſurmonter le poids & le frottement, eſt à la puiſſance réduite à l'extrémité du bras de levier, (97), l'on aura $Q = \frac{4c}{9} + \frac{4cc}{3b} \times \frac{p}{f}$ pour le premier cas, & $Q = \overline{\frac{7c}{9} + \frac{4cc}{3b}} \times \frac{p}{f}$ pour le ſecond, qui ſont deux formules avec leſquelles l'on pourra, en connoiſſant les dimenſions de la vis, trouver le poids qu'une puiſſance donnée pourra enlever, ou la plus grande preſſion qu'elle peut cauſer, puiſque pour cela il n'y a qu'à dégager p.

Application du calcul de la vis.

265. Pour appliquer ces formules à un exemple, je ſuppoſe que l'on a une vis dont la circonférence eſt de 40 pouces, les pas de 2 pouces, la circonférence du cercle que décrit la puiſſance de 400 pouces, qui répond à un levier d'un peu plus de 5 pieds, & que le poids que l'on veut élever eſt de 10000 ℔; ainſi l'on aura $b = 40$, $c = 2$, $f = 400$, $p = 10000$ ℔, qui donne pour les termes de la premiere formule $\frac{4c}{9} = \frac{8}{9}$, $\frac{4cc}{3b} = \frac{2}{15}$, & $\frac{p}{f} = 25$ ℔; multipliant donc $\frac{3c}{9} + \frac{4cc}{3b} = 1\frac{1}{45}$ par 25 ℔, on trouvera qu'il faut que la puiſſance ſoit de 25 ℔ & $\frac{1}{9}$, pour être en équilibre avec le poids & le frottement.

266. Comme la ſeconde formule ne differe de la premiere que de $\frac{3c}{9}$ qu'elle a de plus, il faudra multiplier cette quantité par $\frac{p}{f}$, qui donnera 16 ℔ $\frac{2}{3}$, qui étant ajoutés à 25 ℔ $\frac{1}{9}$, on aura 42 ℔ $\frac{8}{9}$, pour la puiſſance dans le ſecond cas; c'eſt-à-dire que pour peu qu'on l'augmente, elle ſera capable de cauſer une preſſion équivalente à celle d'un poids de 10000 ℔.

Examen du Frottement qui ſe fait à la rencontre de deux leviers.

267. Les différentes manieres dont le mouvement ſe communique dans les machines, font naître différentes manieres de calculer les frottemens: par exemple, celui qui ſe fait par la rencontre des dents des roues & des fuſeaux des lanternes, n'ayant rien de commun avec ce que nous avons dit juſqu'icy, nous allons commencer par ce qu'on peut enſeigner de plus ſimple ſur ce ſujet.

La ligne AB doit être conſiderée comme une verge inflexible repréſentant un levier horiſontal dont le point d'appui eſt à l'extré-

Digitized by Google

FIG. 27. mité B, ayant un poids Q, ſuſpendu à l'endroit V : comme ce poids ne peut ſe ſoutenir ainſi, nous ſuppoſerons dans le même plan vertical un ſecond levier KEC, parallele au précedent ayant ſon point d'appui en E, nous en avons arrondi l'extrémité C afin de le mieux ſéparer de l'autre AB ; à l'extrémité K eſt une puiſſance qui agit ſelon la direction KP perpendiculaire au bras KE pour ſoutenir en équilibre le poids Q, qu'il convient de réduire au point D ; ce que l'on fera en le multipliant par la diſtance BV du point d'appui, & en diviſant le produit par l'autre diſtance BD (60), on aura $\frac{Q \times BV}{BD}$, qui étant multiplié par le bras EC, & diviſé par EK, le quotient donnera l'effort que la puiſſance P aura à ſoutenir ; mais comme on peut ſe paſſer de le déterminer dans les différentes poſitions du point d'appui E, F, G, H, I, qu'on voudra donner au levier KEC, il ſuffira de ſuppoſer toujours le poids Q réduit au point D que nous exprimerons par la ligne DN perpendiculaire ſur AB d'une grandeur arbitraire ; alors faiſant DL égale au tiers de DN, elle marquera la force de la puiſſance qui agit de D en L, ſelon une direction parallele à DA, pour ſurmonter le frottement du poids.

Dans la ſituation où ſe trouve le levier KEC, il eſt certain qu'au premier inſtant où la puiſſance P agira pour vaincre l'action du poids, l'arc que décrira le point C étant infiniment petit, pourra être regardé comme une partie de la verticale NI ; c'eſt pourquoi on peut faire abſtraction du chemin que fera le point C pour s'approcher de l'extrémité A, par conſéquent de la réſiſtance cauſée par le frottement qu'elle auroit à ſurmonter avec le poids, ſi ſa direction KP ceſſoit ſenſiblement d'être parallele à la verticale NI ; ſi au contraire le levier de la puiſſance au lieu d'être horiſontal étoit perpendiculaire comme CIK ; le point d'appui I de ce levier ſe trouvant directement oppoſé au poids en ſoutiendra l'action, & la puiſſance P ſera nulle, & ce n'eſt qu'en faiſant mouvoir tant ſoit peu l'extrémité C de ſon levier, que ſi la direction ne ceſſe pas d'être ſenſiblement parallele à AB, le chemin qu'elle fera faire au point C étant infiniment petit pourra être ſuppoſé horiſontal, elle n'aura d'autre effort à ſurmonter que celui du frottement, & pourra être exprimée par le tiers du poids ou par la ligne LD.

Quelle doit être la ſituation du levier de la puiſſance pour le plus grand effet.

268. Il n'y a donc que lorſque ſon levier rencontre obliquement celui du poids qu'elle participe de la réſiſtance cauſée par le poids & par le frottement. Pour en eſtimer le plus grand effet, il faut faire le Parallelograme LN, & conſiderer que la diagonale MD peut

être regardée comme une puiſſance qui exprimera la réſiſtance cauſée par le poids DN, & le frottement DL agiſſant enſemble, lorſque la direction de cette puiſſance qui n'eſt autre choſe que la diagonale même ſera perpendiculaire au levier KGD; car la puiſſance P, ne peut rien avoir de plus à ſurmonter que le concours du poids & du frottement, l'un & l'autre pris dans leur plus grand effet; d'où il ſuit qu'à quelqu'endroit du quart de circonférence EI où ſoit ſitué le point d'appui du levier de la puiſſance P, il n'y en a qu'un ſeul G, où cette puiſſance ſoutienne le plus grand effort que le poids & le frottement puiſſent lui oppoſer.

L'angle du plus grand effet, formé par la rencontre des leviers du poids & de la puiſſance eſt de 18 degrés 26 minutes.

269. Pour ſçavoir quel eſt l'angle que doit former la rencontre des leviers du poids & de la puiſſance pour le plus grand effet, afin qu'on puiſſe le diſtinguer dans la pratique; remarquez que ſuppoſant les lignes AD & EC unies l'une contre l'autre, l'angle MDL étant commun aux angles droits NDL & MDG, les angles NDM & ADG ſeront égaux : Si l'on prend donc le côté DN pour le ſinus total, le côté NM ſera la tangente de l'angle NDM, & la diagonale MD ſa ſecante; mais NM eſt le tiers de DN; prenant donc le tiers de 100000, on aura 33333, pour la tangente de chacun de ces angles, qui répond dans les tables à 18 degrés 26 minutes, qui eſt un *maximum* qui ſe préſente naturellement ſans le ſecours d'aucun calcul algébrique FIG. 27.

Dans le cas du plus grand effet, le poids eſt à la puiſſance, comme 18 eſt à 19.

270. Moyennant l'angle du plus grand effet, on aura toujours le rapport du poids à la réſiſtance que la puiſſance P doit ſurmonter, puiſque le rapport ſera le même que celui du ſinus total à la ſecante de cet angle, c'eſt-à-dire comme 100000 eſt à 105408, ou à peu près comme 18 eſt à 19. Nous nous ſervirons de ces deux derniers termes à cauſe de leur ſimplicité; on pourra donc prendre pour l'expreſſion de l'effort compoſé du poids & du frottement $\frac{19BF \times Q}{18BC}$.

Suite de l'art. précedent, lorſque l'angle des leviers du poids & de la puiſſance a plus de 18 degrés 26 minutes.

271. Quand le levier CHK de la puiſſance P, fait avec celui du poids un angle ADH plus ouvert que ACG, la puiſſance MD qui repouſſe l'extrémité de ce levier, n'agiſſant pas avec ſa force abſolue, il faut pour connoître à quoi elle ſe réduit décrire un cercle qui ait pour diametre MD; prolonger HD juſqu'à la circonférence T; faire le rectangle RMDT : alors la puiſſance MD ſera diviſée en deux autres RD & DT, dont la premiere agiſſant de R en D, ſelon une direction perpendiculaire au levier HC, exprimera la force relative de MD; par conſéquent la réſiſtance cauſée par le concours du poids & du frottement que la puiſſance P doit ſurmonter;

Digitized by Google

quant à l'autre puiſſance DT, étant directement oppoſée au point d'appui H, elle n'a aucune relation avec la puiſſance P.

272. Il ſuit de-là qu'il y aura même raiſon de la corde ND à la corde MT, ou du ſinus de l'angle NMD à celui de l'angle MDT, que du poids à la réſiſtance relative du poids & du frottement que la puiſſance P aura à ſurmonter: mais l'angle NMD, ou ſon égal MDL eſt donné, puiſqu'il eſt le complément de l'angle du plus grand effet; de même quand on connoîtra l'angle ADH formé par le levier du poids & de la puiſſance P, on n'aura qu'à retrancher l'angle MDH de deux droits pour avoir auſſi l'angle MDT; & à l'aide des tables des ſinus, l'on aura toujours trois termes de connus, avec leſquels on connoîtra la réſiſtance que la puiſſance P doit ſurmonter.

Autre ſuite de l'article 269., lorſque l'angle des leviers du poids, & de la puiſſance a moins de 18 degrés 26 minutes.

273. Quand le levier de la puiſſance & du poids ſont un angle ADF, au-deſſous de 18 degrés 26 minutes; ſi l'on mene du point M au levier FC la parallele MO, & qu'on faſſe le parallelogramme SO, la puiſſance MD ſera diviſée en deux autres OD & DS, dont la premiere qui eſt perpendiculaire ſur l'extrémité C du levier FC, exprimera encore la réſiſtance relative du poids & du frottement; car pour la ſeconde DS, ſon effet ne tombe que ſur le point d'appui F qu'elle pouſſe de F en C; ainſi l'on aura toujours cette proportion que le ſinus de l'angle NMD eſt au ſinus de l'angle OMD ou MDS, comme le poids eſt à la réſiſtance que la puiſſance P doit ſurmonter. On remarquera que quand l'angle ACF eſt au-deſſous de 18 degrés 26 minutes, on n'aura qu'à l'ajouter à l'angle MDL qui eſt toujours de 71 degrés 34 minutes, pour avoir l'angle MCF.

Nous venons de ſuppoſer le levier du poids immobile, & que le point d'appui de celui de la puiſſance pouvoit changer de ſituation; ce qui ne ſe rencontre pas dans les machines où les points d'appui ſont toujours fixes; auſſi n'en avons-nous uſé de la ſorte que pour arriver par degrés au but que nous nous ſommes propoſés: il eſt tems d'enviſager les choſes ſous une autre face.

Examen de l'action du poids & de la puiſſance, lorſque les points d'appui demeurant les mêmes, les leviers chan-

274. A ne conſiderer que le ſeul levier KEC, il eſt certain que ſi la puiſſance P agit avec une force toujours au-deſſus de la réſiſtance qui lui eſt oppoſée pour faire monter le poids, toutes les lignes vont changer de ſituation, comme dans la Fig. 28e. L'extrémité C du levier KC décrira l'arc HC, & l'extrémité A de celui du poids l'arc AF, ce qui ne pourra arriver ſans que le point D ne s'éloigne du point fixe B, & ſans que l'action du poids qu'on ſuppoſe d'abord avoir été réduite au point *h*, ne diminue de plus

en

en plus, tant par l'augmentation de ſon bras de levier BC, que par l'angle aigu que fera ſa direction avec le même bras de levier. Nommant donc BH, a; BC, x; & q, le poids réduit au point H, l'on aura aq, pour le produit du poids par la perpendiculaire BH, qui étant diviſé par x, il vient $\frac{aq}{x}$ pour l'action relative du poids ſelon la perpendiculaire NC que nous prendrons comme ci-devant pour le poids même. Faiſant donc CL égale au tiers de CN, achevant le parallelograme LN, la puiſſance qui agiroit ſelon la diagonale MC, & qui marque le concours de la réſiſtance cauſée par le poids & le frottement, ſera exprimée par $\frac{194q}{18x}$, qui eſt le plus grand effort que la puiſſance P aura à ſurmonter, lorſque l'angle FCK ſera de 18 degrés 26 minutes, c'eſt-à-dire quand la diagonale MC ſera perpendiculaire ſur l'extrémité C du levier KC, ce qui retombe dans le cas des articles 270 & ſuivans. *gent de ſituation.* FIG. 27. & 28.

275. Quand le levier du poids & de la puiſſance feront enſemble un angle quelconque plus ou moins ouvert que le précedent, on n'aura qu'à prolonger le levier KC, faire le rectangle RT, la puiſſance exprimée par la diagonale MC ſera diviſée en deux autres CR & CT, dont la premiere étant perpendiculaire au point C du levier CK, exprimera l'action relative du poids & du frottement que la puiſſance P doit ſurmonter : pour la ſeconde CT étant directement oppoſée au point d'appui E, on ne doit pas en tenir compte : or ſi l'on nomme b, le ſinus de l'angle conſtant LCM, & y le ſinus de l'angle MCT, l'on aura, (272) comme le ſinus b, eſt au ſinus y; ainſi l'action du poids exprimée par la ligne CN $= \frac{aq}{x}$, eſt à l'action du poids & du frottement exprimée par CR $= \frac{aqy}{bx}$; nommant donc EK, c, & EC, d, il viendra enfin $\frac{adqy}{bcx} = P$. *Suite de l'art. précédent, lorſque les leviers font un angle quelconque.*

Quand on aura l'angle FCK, on aura auſſi l'angle MCT; y, deviendra une quantité connue; mais remarquez que l'angle FCK donne ſon ſuplément : & qu'ayant les lignes EB & EC de connues, on aura dans le triangle CEB deux côtés & un angle, par conſéquent le côté CB, c'eſt-à-dire la valeur de x.

276. Comme l'action du poids diminue à meſure que le côté BC du triangle ECB augmente, l'on ſent bien que lorſque l'angle KCF ſera de 18 degrés 26 minutes, l'effort exprimé par la dia- *Remarques ſur les différentes longueurs des bras de levier.*

gonale MD ne ſera pas à la peſanteur abſolue du poids Q, comme 19 eſt à 18, ainſi que dans l'article 270. Il y aura des cas où cette puiſſance pourra être égale au poids ſeulement; d'autres où elle ſera plus grande, mais on eſt ſur qu'elle ne le ſurpaſſera jamais de la dix-huitiéme partie de lui-même. Par exemple, lorſque la ligne BH ſera beaucoup plus grande que EH, l'angle FCE pourra être de 18 degrés 26 minutes, ſans qu'il y ait preſque de différence entre BC & BH, à cauſe de la petiteſſe de l'angle CBH; l'action du poids diminuera ſi peu qu'on pourra le prendre dans ſon entier; & lorſqu'il ſera exprimé par le nombre 18, ſa réſiſtance au point D, y compris le frottement, le ſera par 19 qui eſt la plus grande qu'on puiſſe admettre.

FIG. 29.

Au contraire, lorſque la ligne EH ſera beaucoup plus grande que HB, le côté BC croîtra d'abord, & le poids Q diminuant à proportion, il pourra arriver que lorſque les leviers formeront l'angle du plus grand effet, le rapport de BH à BC ſera moindre que celui de 18 à 19, c'eſt-à-dire que l'action du poids ſera plus diminuée que la réſiſtance cauſée par le poids & le frottement ne ſera augmentée, & la plus grande réſiſtance que la puiſſance aura à ſurmonter ſera égale à la peſanteur abſolue du poids même; enfin lorſque les lignes EH & HB ſeront égales, le plus grand effet de la puiſſance tiendra un milieu entre 18 & 19, & pourra être exprimée par $18\frac{1}{2}$.

J'ai cherché l'expreſſion générale d'un *maximum* qui pût convenir à ces trois cas; mais je l'ai trouvé ſi compoſée & d'un calcul ſi long & ſi pénible, que j'ai cru la devoir ſupprimer; car à quoi ſert de charger un ouvrage de grands calculs algébriques, qui n'aboutiſſent qu'à rebuter ceux qui ne les entendent pas, & à fatiguer l'attention des autres ſans en tirer aucune utilité dans la pratique?

Tout ce que l'on a dit des leviers ſubſiſte de même, quoique leur point d'appui ne ſoit pas dans une ligne horiſontale.

277. L'on a du s'appercevoir que nous avons ſuppoſé juſqu'ici les points d'appui des leviers du poids & de la puiſſance dans une ligne horiſontale; mais comme il pourroit arriver que cela ne ſe rencontreroit pas, conſiderez la figure 30, où l'un eſt plus élevé que l'autre; on verra auſſi que le poids Q eſt ſuſpendu à une corde qui s'entortille ſur un arbre NM; c'eſt pourquoi il faut, afin de réduire le poids au point D, le multiplier par le rayon BV, & diviſer le produit par le bras de levier BD comme ci-devant.

FIG. 30.

Si le poids étoit ſuſpendu à une roue ou tambour LOR comme eſt le poids T, dont le rayon BL fut plus grand que le bras de levier BC, il faudroit de même multiplier le poids T par le rayon

Digitized by Google

BL, & en diviſer le produit par BD, & on aura toujours l'action du poids réduit au point D, agiſſant ſelon une direction perpendiculaire au bras de levier BD; il ne s'agira plus que d'avoir l'angle FDE pour connoître la puiſſance P.

278. La figure 31 marque encore une autre diſpoſition de levier; on ſuppoſe qu'ils ont pu être dans une même ligne SB oblique à l'horiſon, ſe touchant au point H; mais que la puiſſance P agiſſant de bas en haut, a fait décrire à l'extrémité C de ſon levier l'arc HC, tandis que l'extrémité de F du levier du poids Q a décrit l'arc RF pour le faire monter à l'aide d'une corde attachée au point V, & d'une poulie M. FIG. 31.

Comme le bras de levier du poids doit être exprimé par la perpendiculaire BI, & non par la ligne BV, il faudra multiplier cette perpendiculaire par le poids, en diviſer le produit par BD, le quotient pourra être regardé comme une puiſſance exprimée par la perpendiculaire OD au levier BF, qui repouſſe le point C ſelon une direction OD; alors quand on aura l'angle ECF dans le cas de la plus haute élevation du poids, on verra ſi cet angle eſt au-deſſus ou au-deſſous de 18 degrés 26 minutes; s'il eſt au-deſſous, l'effort que la puiſſance P aura à ſurmonter ſera moindre que dans le cas du plus grand effet; & au contraire s'il eſt au-deſſus, il y aura eu un moment où cet angle aura été de 18 degrés 26 minutes; c'eſt pourquoi il faudra eſtimer la puiſſance dans ce cas-là, ce qui ne ſouffrira aucune difficulté, puiſqu'on aura toujours dans le triangle EBC deux côtés & un angle, de même que l'angle IBV avec leſquels on trouvera la valeur des autres lignes.

279. L'on peut en faiſant abſtraction du poids Q, ſuppoſer que l'objet de la puiſſance eſt uniquement d'en repouſſer une autre qui agit de N en C, ſelon une direction verticale ND, oblique au levier FB, mais qu'on peut rendre perpendiculaire en faiſant le triangle rectangle NOD; (23) l'on pourroit auſſi ſuppoſer que la puiſſance P', au lieu d'être appliquée à l'extrémité K de ſon levier pour tirer de bas en haut, eſt appliquée au point T, pour tirer ſelon une direction TX de haut en bas, parce qu'elle fera toujours le même effet, pourvû qu'elle ſoit également éloignée du point d'appui E; ainſi l'on voit que quelque diſpoſition que puiſſe avoir ſon levier, par rapport à la direction de l'effort qu'elle aura à ſurmonter, on en trouvera toujours la valeur en ſuivant les regles générales que nous avons établies. FIG. 31.

280. Quand nous avons parlé dans les articles 230 & 231 de la réſiſtance qu'une puiſſance avoit à ſurmonter de la part du poids *Examen des différentes*

directions d'une puissance qui éleve un pilon.

& du frottement d'un pilon, nous avons ſuppoſé que cette puiſſance agiſſoit parallelement à la ligne de direction du poids; mais comme cette ſuppoſition n'a pas lieu dans la pratique, conſiderez que dans la figure 32 le point O eſt le centre d'un arbre autour duquel ſont enclavées des pieces de bois ſaillantes EV, ſervant à accrocher le mentonnet de chaque pilon pour le faire monter de L en S lorſque l'arbre vient à tourner, ce qui peut ſe réduire en un levier VK, dont le point d'appui O eſt dans le milieu, ayant une puiſſance appliquée à l'extrémité K, qui tire de K en P, ſelon une direction perpendiculaire, tandis que l'autre extrémité V ſurmonte le poids & le frottement.

FIG. 32.

Il eſt conſtant que ſi la puiſſance pouſſoit de bas en haut ſelon une direction perpendiculaire FV au mentonet, prenant la verticale VN pour la réſiſtance oppoſée, on aura (237) $VN = l + \frac{2lz}{3c}$, en faiſant les mêmes ſuppoſitions que dans l'article 238 qu'il convient de relire pour plus d'intelligence; mais ſi la puiſſance en faiſant monter le pilon alloit en même tems de I vers A, elle auroit encore à ſurmonter le frottement cauſé par la réſiſtance VE; c'eſt pourquoi faiſant VA égal au tiers de VN, achevant le parallelogramme NA, la diagonale VM exprimera le concours du poids & du frottement dans leur entier, & le rapport de VN à VM, étant comme 18 eſt à 19, (270) il ſuit qu'on aura $VM = \frac{19l}{18} + \frac{19lz}{27c}$ pour l'expreſſion de la puiſſance P, lorſqu'agiſſant à l'aide d'un levier VK, ce levier ſera perpendiculaire à la diagonale VM; mais comme cette diagonale ne ſera pas conſtante, puiſqu'elle augmentera à meſure que le point V s'éloignera de I, (237) l'on ne peut pas dire que le plus grand effort de la puiſſance P arrivera lorſque l'angle ZVO ſera de 18 degrés 26 minutes, parce que la réſiſtance augmentera au lieu de diminuer, à meſure que l'angle ZVO deviendra plus ouvert que celui du plus grand effet: or ſi l'on diviſe VM en deux puiſſances VB & BM, l'une perpendiculaire, & l'autre parallele au levier VK; que VB exprime toujours la réſiſtance que la puiſſance aura à ſurmonter dans toutes les ſituations du levier, cette réſiſtance ſera compoſée de deux variables, dont l'une ſera le bras de levier IV, & l'autre le ſinus OZ de l'angle ZVO, dont j'ai ſupprimé le *maximum*, parce qu'il tomboit encore dans un calcul trop compoſé, pour en tirer quelque utilité.

Maniere de

281. Pour eſtimer commodement le plus grand effort de la

puiſſance P, il faut chercher dans la longueur du mentonet le point où l'extrémité V du levier VK ſera avec VM un angle de 18 degrés 26 minutes, ce qui donnera la valeur de Z, qui étant ſubſtituée dans $\frac{191}{18} + \frac{191z}{27c}$, l'on aura la puiſſance P dans ce cas-là; enſuite faire un ſecond calcul ſelon l'article 280, pour voir l'effort qu'elle aura à vaincre lorſque l'extrémité V de ſon levier ſera prête d'échapper le mentonet, c'eſt-à-dire lorſque le point V ſera auſſi éloigné qu'il le peut être du point I, & prendre la plus forte de ces eſtimations; car il y aura des cas où la premiere répondra au plus grand effet de la puiſſance, & d'autres où ce ſera la ſeconde; ce qui dépendra de la longueur du mentonet.

calculer l'effort d'une puiſſance qui éleve un pilon.

282. Voici une autre application de nos principes qui aura ſon utilité par la ſuite : AB eſt une eſpece de chariot porté par des roulettes C, C, dont nous ferons abſtraction du frottement contre l'eſſieu, pour ne conſiderer que celui des dents qui accompagnent le brancard AB, auquel eſt attaché une corde qui paſſant ſur une poulie, va aboutir à un poids Q qu'on veut élever, en faiſant rouler le chariot de droit à gauche ſur le plan horiſontal XZ à l'aide d'une puiſſance P, appliquée à un levier RT, dont le point d'appui S eſt dans le milieu.

Application des regles précédentes au calcul d'une machine.

FIG. 33.

Il eſt conſtant que ſi le levier touchoit une des faces de la dent HO, de maniere que l'une & l'autre ſe trouvaſſent dans une même ligne verticale, la puiſſance agiſſant de T en P ſelon une direction perpendiculaire à ſon levier, ſera égale au poids Q dans l'état d'équilibre; car l'effort que fait ce poids pour attirer le chariot fera le même effet qu'une puiſſance Y, qui pouſſeroit l'extrémité D du levier, ſelon une direction perpendiculaire YD avec une force égale; mais ſi la puiſſance P veut l'emporter ſur la précedente pour faire mouvoir le chariot; elle aura à ſurmonter outre le poids, le frottement du point D qui gliſſera le long de la face HO, & la réſiſtance ira toujours en croiſſant, tant que l'angle NDL formé par le levier & la face HD prolongée, ſoit de 18 degrés 26 minutes, & diminuera quand il ſera plus ouvert; ainſi dans le cas du plus grand effet, le poids Q ſera à la puiſſance P, comme 18 eſt à 19, (270) c'eſt-à-dire que ſi le poids eſt 1000 lb, la puiſſance ſera équivalente à 1055 lb $\frac{1}{2}$.

283. Pour faire mouvoir cette machine, au lieu de levier l'on peut ſe ſervir d'une lanterne E dont chaque fuſeau I pouſſera ſucceſſivement une dent DH, pour lui faire faire un petit chemin, & quand ce fuſeau ſera prêt d'échaper cette dent, il en ſuccedera

un autre qui accrochera la dent ſuivante, ſur quoi il eſt à remarquer qu'il n'y aura jamais qu'un fuſeau & une dent parfaitement engrainés.

Si l'on prolonge la dent DH, que du centre E on tire une ligne ED au point d'attouchement D, que la puiſſance ſoit appliquée à l'extrémité F d'un rayon prolongé, la ligne DEF pourra être regardée comme un levier qui fera, ſi l'on veut, un angle DEK; car pourvû que la direction KP ſoit perpendiculaire à l'extrémité F ou K, peu importe que le levier ſoit droit ou coudé : pour connoître la puiſſance P, nous ſuppoſerons que le plus grand angle EDG eſt de 10 degrés, qu'il faudra ajouter à 71 degrés 34 minutes (272) & dire, comme le ſinus de 71 degrés 34 minutes eſt au ſinus de 81 degrés 34 minutes; ainſi le poids de 1000 ℔ eſt à la réſiſtance qui ſe fait au point D qu'on trouvera de 1042 ℔; par conſéquent ſi le bras de levier EF ou EK eſt double de ED, la puiſſance ſera équivalente à 521 ℔ pour être en équilibre avec la réſiſtance du poids & du frottement. Si on la fait un peu plus forte, elle ſera en état d'enlever le poids.

284. Si l'angle GDE au lieu d'être au-deſſous de 18 degrés 26 minutes, étoit au-deſſus, l'on ſent bien qu'il faudroit eſtimer la réſiſtance au point D dans le cas du plus grand effet, & qu'elle ſeroit la même que dans l'article 282.

Autre maniere de conſiderer l'effet de la même machine.

Si le chariot au lieu d'être attiré par le poids Q, étoit chargé d'un corps V, qu'on ſuppoſe peſer encore 10000 ℔ qu'on voudroit voiturer de la droite à la gauche, il eſt conſtant que ce corps étant ſoutenu par le plan horiſontal XZ, la puiſſance P n'aura d'autre effort à ſurmonter que celui que cauſera le frottement de l'eſſieu des roulettes : Si le rayon de l'eſſieu eſt la vingt-quatriéme partie de celui des roulettes, la réſiſtance oppoſée au fuſeau I, quand les lignes DE, HG, ſeront confondues, ne ſera que la vingt-quatriéme partie du tiers de 10000 ℔, c'eſt-à-dire 139 ℔, qui ira toujours en augmentant juſqu'au moment que l'angle EDG ſera de 18 degrés 26 minutes; on dira donc comme 18 eſt à 19 : ainſi 139 eſt à la réſiſtance que l'on cherche qui ſera de 146 $\frac{1}{2}$ ℔, dont on prendra la moitié, puiſque EF eſt double de ED, on aura 73 ℔ pour la puiſſance P.

FIG. 33.

Examen des différentes manieres de ſe ſervir des roues & lanternes.

285. Il y a peu de machines où l'on puiſſe ſe paſſer de roues & de lanternes, parce qu'elles facilitent les mouvemens circulaires; ſur quoi l'on fera attention que les unes & les autres peuvent être combinées de quatre manieres.

La premiere, lorſque le plan de la roue & l'eſſieu de la lanter-

Digitized by Google

ne eſt horiſontal ; alors les dents ſont verticales & dans le plan de la roue.

La ſeconde, lorſque le plan de la roue étant horiſontal, l'eſſieu de la lanterne eſt vertical ; dans ce cas, les dents ſont dans les circonférences de la roue ſur le prolongement des rayons.

La troiſiéme, lorſque la roue eſt verticale, & que l'axe de la lanterne l'eſt auſſi, les dents ſont horiſontales & dans le plan de la roue.

La quatriéme enfin, lorſque le plan de la roue eſt verticale, & que l'axe de la lanterne eſt horiſontal ; alors les dents ſont encore dans la circonférence de la roue ſur le prolongement des rayons, comme dans le ſecond cas.

Comme il ſuffira de faire voir la maniere de calculer le frottement dans l'un de ces cas, pour en tirer une regle commune aux autres, je m'arrêterai au quatriéme, parce qu'il eſt plus aiſé à repréſenter. Je ſuppoſe donc qu'une puiſſance P, qui a pour bras de levier la ligne AK, tire de K en P pour faire tourner la roue, dont une des dents HI ayant rencontré le fuſeau R de la lanterne NO, agit pour le faire deſcendre de R en L, afin d'élever le poids Q, ſuſpendu à une corde entortillée ſur l'arbre B. FIG. 35.

Le calcul du frottemens des roues & lanternes dépend de tout ce qui a été dit au ſujet des leviers.

286. Pour bien entendre ce qui doit arriver dans le mouvement de cette machine, conſiderez qu'à meſure que la dent HI deſcendra, le point S où elle touchoit le fuſeau R dans le moment de ſa rencontre, s'éloignera du centre A, ce qui augmentera tant ſoit peu le bras de levier qui répond à la puiſſance réſiſtante, juſqu'au moment que la dent étant parvenue en FG ſoit prête d'échapper le fuſeau. Si l'on tire les lignes AD, BD au point d'attouchement D, qu'on prolonge BD indéfiniment vers E ; les côtés des angles DAK, EBT formeront des leviers coudés, dont le premier appartient à la puiſſance P, & le ſecond au poids Q ; ainſi multipliant le poids par le rayon BT, diviſant le produit par la ligne BD, le quotient pourra être pris pour une puiſſance qui repouſſeroit le point D ſelon une direction perpendiculaire MD à la ligne BE, ce qui tombe dans le cas de ce que nous avons dit aux articles 274, 275, 276, 277, 278 ; à meſure que le point D s'éloignera du centre B, l'action du poids Q réduite au point D deviendra moindre ; au contraire à meſure que la ligne AD augmentera par rapport à la conſtante AK, la puiſſance P croîtra ; d'autre part cette puiſſance ayant à ſurmonter le poids & le frottement qui concourront au point D, croîtra à meſure que l'angle ADE approchera de valoir 18 degrés 26 minutes ; il s'agit donc

Digitized by Google

de ſçavoir la ſituation de la dent FG & du fuſeau L, dans laquelle la puiſſance P aura le plus grand effort à ſurmonter; ce qui ne ſeroit point aiſé à découvrir ſi l'on vouloit la déterminer dans toute la rigueur géométrique à cauſe des lignes variables qui ſe rencontrent; mais ce ſeroit s'arrêter à la minutie, & chercher des difficultés pour le ſeul plaiſir de les réſoudre, que de vouloir appliquer ici le calcul algébrique, tandis qu'avec quelques ſuppoſitions qui n'ont rien qui répugne, on peut ſuivre dans la pratique les regles précedentes.

Maniere de déterminer les longueurs des bras de levier des roues & lanternes.

287. Sans ſe mettre en peine de l'accroiſſement preſqu'inſenſible de la ligne BD à meſure que le fuſeau L deſcend, je la détermine par la diſtance du centre de la lanterne à celui du même fuſeau; la ligne AD par la diſtance du centre A au point où la dent & le fuſeau ſeront prêts de s'échapper; comme l'on a auſſi la ligne AB qui marque la diſtance du centre à l'autre, on aura les trois côtés du triangle ABD, par conſéquent l'angle ADE; quand on l'aura trouvé, s'il a plus de 18 degrés 26 minutes, on multipliera le poids Q réduit au point D par 19, on en diviſera le produit par 18, le quotient donnera la plus grande réſiſtance que la puiſſance P aura à ſurmonter; s'il eſt moindre, on l'ajoutera à 71 degrés 34 minutes, & on ſuivra ce qui eſt dit dans l'article 275.

FIG. 35.

Sans avoir égard à l'article précedent, on peut bien aſſurer qu'il y a peu de machines où l'angle ADE ne ſoit toujours au-deſſus de 18 degrés 26 minutes; car ſi la face de la dent HI n'atteint le fuſeau R que lorſqu'elle ſe trouvera dans l'alignement AB; au même inſtant que la dent FG abandonnera le fuſeau L, comme cela doit être pour que le mouvement ſoit bien reglé; l'arc SD meſurera le chemin que chaque dent fera faire au fuſeau qu'elle rencontrera; & comme la circonférence du rayon BD comprendra autant de fois cet arc qu'il y a de fuſeaux à la lanterne, il ne s'agit plus que de ſçavoir combien on a coutume d'en employer dans les différentes occaſions.

L'on peut dans la pratique eſtimer toujours la puiſſance dans le cas du plus grand effet

288. L'on ſe ſert ordinairement des lanternes pour donner à un corps une certaine viteſſe déterminée par rapport à celle de la puiſſance qui le meut, & le mouvement de la lanterne a d'autant plus de célérité que le nombre des fuſeaux eſt petit, eu égard à celui des dents de la roue. Par exemple, dans les moulins ordinaires ſervant à moudre le bled, la lanterne n'a jamais plus de dix fuſeaux, & fait faire cinq tours à la meule, tandis que la roue n'en fait qu'un. Il y a d'autres machines où les lanternes ont un plus grand nombre de fuſeaux; maisje n'en ai jamais vû qui en euſſent

plus

Digitized by Google

plus de 20 comme à la Machine du Pont-Notre-Dame à Paris, & au moulin où l'on fabrique la poudre à canon, ou l'arc que chaque dent fait décrire au fuſeau qu'elle rencontre ſe trouve de 18 degrés : comme je ne vois pas la néceſſité d'employer un plus grand nombre de fuſeaux dans quelque occaſion que ce ſoit, puiſqu'il vaut mieux pour une plus grande ſolidité diminuer la circonférence de la roue, que d'augmenter celle de la lanterne, on peut regarder l'angle ABE, comme s'il ne pouvoit jamais avoir moins de 18 degrés; mais l'angle ADE étant extérieur au triangle ABD, ſera plus grand que le précedent : on peut donc pour éviter des calculs ſuperflus, eſtimer toûjours la puiſſance dans le cas du plus grand effet; & quand même il arriveroit par haſard que l'angle ABE ſe trouveroit moindre de 18 degrés 26 minutes; le pis aller ſera d'eſtimer la puiſſance un peu au-deſſus de ce qu'elle devoit être; c'eſt pourquoi, ſans s'embaraſſer de la valeur de cet angle, on pourra ſuivre ce qu'indique la formule $\frac{19BT\times 4D\times Q}{18aL\times AK} = P$. FIG. 35.

289. Lorſque les dents, au lieu d'être placées ſur la circonférence de la roue, ſeront élevées perpendiculairement ſur ſon plan, comme dans le premier & troiſiéme cas, (285) repréſenté par la roue verticale de la 37e. figure; il faudra dans la formule déterminer la ligne AD fig. 35 & 36, par la diſtance du centre de la roue au milieu de la racine d'une des dents, alors elle deviendra générale pour tous les cas. FIG. 37.

Maniere abregée de déterminer une puiſſance qui éleve un poids à l'aide d'une roue & d'une lanterne.

290. Si l'on ſupprime de la formule précedente $\frac{19}{18}$, il reſtera $\frac{BT\times AD\times Q}{BD\times AK} = P$, d'où l'on tire P, Q :: BT × AD, BD × AK, qui fait voir qu'en faiſant abſtraction du frottement, la puiſſance eſt au poids comme le produit des rayons des pignons au produit des rayons des roues; (75) car les lignes AD & BT peuvent être priſes pour les rayons des pignons, & les lignes BD & AK pour ceux des roues : or comme il ſuffit de multiplier l'un des moyens de cette proportion par $\frac{19}{18}$, il ſuit que quand on connoîtra le poids, on n'aura qu'à le multiplier par ce nombre; on trouvera la puiſſance relativemennt au poids & au frottement, en ſuivant les regles ordinaires de la Mécanique. FIG. 35.

291. Quand on aura la puiſſance, & qu'on voudra chercher le poids, il faudra renverſer le rapport précedent pour avoir $\frac{18}{19}$ qu'on *Methode abregée de trouver le*

poids quand la puiſſance ſera donnée.

multipliera par la puiſſance, on aura la valeur du poids relativement au frottement qu'il peut cauſer, ce qui eſt bien évident; car ſi l'on dégage la lettre Q dans la formule, elle ſera changée en celle-ci, $Q = \frac{18P}{19} \times \frac{BD \times AK}{B \times AD}$.

Ce que nous venons de voir dans les deux articles précedens ne doit avoir lieu que lorſqu'il n'y a qu'une roue & une lanterne qui agiſſent pour élever un poids, ou pour mieux dire, lorſqu'il n'y a qu'un frottement; mais lorſqu'il y a pluſieurs roues & pluſieurs lanternes, par conſéquent pluſieurs frottemens, les formules doivent changer.

FIG. 36. Je ſuppoſe que A eſt un treuil ſervant d'eſſieu à la lanterne B, que cette lanterne s'engraine avec la roue C, dont l'eſſieu G eſt commun à la lanterne D, s'engrainant avec la roue E qui a pour eſſieu l'arbre F, autour duquel eſt une corde qui aboutit à un poids P, tenant lieu de puiſſance, dont l'objet eſt d'élever le poids Q. Pour eſtimer cette puiſſance relativement au poids & au frottement qui ſe fera aux endroits R & S, nous nommerons les rayons des treuils, roues, & lanternes, par les lettres qui les accompagnent, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*.

Quand une puiſſance éleve un poids donné à l'aide de pluſieurs roues & lanternes, il faut pour avoir égard au frottement, la multiplier par $\frac{19}{18}$, élevé au degré qui curoit pour expoſant autant d'unités qu'il y a de roues ou de lanternes.

292. Si la puiſſance étoit appliquée au point D, & qu'elle tirât, ſelon la direction perpendiculaire DT au rayon *d*, elle ſeroit exprimée par $\frac{19}{18} q \times \frac{ac}{bd}$ (290) qui eſt égal à l'action de la dent S contre le fuſeau qu'elle pouſſe: or pour avoir égard au frottement qui ſe fera en cet endroit, il faudra multiplier $\frac{19}{18} q \times \frac{ac}{bd}$ par $\frac{19}{18}$; & ſi la puiſſance eſt appliquée à l'extrémité du rayon *f*, comme nous l'avons ſuppoſé en premier lieu, il faudra encore multiplier le produit précedent par $\frac{e}{f}$ pour avoir $\frac{19}{18} \times \frac{19}{18} \times Q \times \frac{ace}{bdf} = P$.

293. Il ſuit que lorſqu'il y a deux roues & deux lanternes, par conſéquent deux frottemens, il faut multiplier le poids par le quarré de $\frac{19}{18}$, qui donne à peu-près $\frac{7}{6}$, qu'on peut prendre à la place de ce quarré: Que s'il y avoit trois roues & trois lanternes, il faudroit multiplier le poids par le cube de $\frac{19}{18}$ ou par $\frac{7}{6}$, qui eſt à peu-près la même choſe, & cela parce que le frottement des parties les plus proches du poids, contribue à augmenter le frottement des parties qui ſe frottent en ſecond & en troiſiéme lieu, d'où l'on tire cette regle générale.

Digitized by Google

Lorſqu'une puiſſance éleve un poids donné à l'aide de pluſieurs roues & lanternes, il faut pour avoir égard au frottement, multiplier le poids par $\frac{19}{18}$, élevé au degré qui auroit pour expoſant autant d'unités que la machine comprend de lanternes, & faire le reſte du calcul en ſuivant les regles ordinaires de la Mécanique.

La regle précedente en fournit une autre fondée ſur l'article 291.

Quand la puiſſance ſera donnée, & qu'on voudra trouver le poids, il faudra multiplier la puiſſance par $\frac{18}{19}$, élevé au dégré qui auroit pour expoſant autant d'unités, qu'il y a de roues.

294. *Lorſqu'on veut élever un poids à l'aide de pluſieurs roues & lanternes, & que la puiſſance eſt donnée, il faudra pour trouver le poids multiplier la puiſſance par $\frac{18}{19}$, élevé au degré qui auroit pour expoſant autant d'unités que la machine comprendra de roues ou lanternes;* c'eſt-à-dire que ſ il y en a deux, on pourra la multiplier par $\frac{4}{5}$; s'il y en a trois par $\frac{2}{3}$, ainſi des autres, & faire le reſte à l'ordinaire; ce qui devient très-commode pour calculer les machines les plus compoſées.

Calcul d'une machine compoſée d'une roue & de deux lanternes.

295. Quelquefois les dents d'une même roue s'engrainent avec deux ou trois lanternes, pour donner à la puiſſance le moyen d'élever pluſieurs poids ſeparés, ou de produire deux effets différens. Par exemple, l'on voit que la roue verticale E dont les dents ſont autour de la circonférence, peut faire tourner en même tems les lanternes D & F, aux arbres deſquelles ſont ſuſpendus les poids Q & R, qu'une puiſſance P appliquée au bras de levier BL veut élever en tirant ſelon une direction LP; car la dent I pouſſant le fuſeau K de bas en haut, tandis que la dent G en pouſſe un autre H de haut en bas; la puiſſance continuant d'agir, les lanternes tourneront d'un ſens oppoſé : or ſi leurs rayons ſont égaux, de même que le poids, le frottement ſera auſſi égal de part & d'autre, & il ſuffira de ſuivre ce qui a été dit dans l'article 290, pour avoir l'expreſſion de la puiſſance capable d'élever un des poids : doublant cette puiſſance, on aura celle qui les élevera tous deux, ſans avoir égard aux articles 293 & 294, qui n'ont lieu que lorſque pluſieurs frottemens ſont occaſionnés par un même poids.

FIG. 34.

Calcul d'une autre machine compoſée de roues & lanternes,

296. Voici encore un autre exemple de la rencontre des roues & lanternes qui contribuera à faciliter l'uſage des regles que nous venons d'établir : A eſt l'arbre d'une roue verticale qui a deux rangées de dents, la premiere ſur la circonférence s'engraine avec les fuſeaux de la lanterne T, à l'arbre de laquelle eſt ſuſpendu un

FIG. 37.

poids Q; la ſeconde rangée eſt ſituée ſur le plan de la roue, & s'engraine avec la lanterne GH, laquelle a pour eſſieu un arbre IK qui ſoutient une roue horiſontale M, dont les dents ſont élevées perpendiculairement ſur ſon plan, & s'engrainent avec la lanterne F, dont l'eſſieu Y eſt entortillé d'une corde, laquelle paſſant ſur une poulie X, va aboutir à un poids R, qu'il eſt queſtion d'élever en même tems que le poids Q, par l'action d'une ſeule puiſſance qui tire de V en P, appliquée à l'extrémité du bras du levier AV.

Une des dents B de la circonférence de la roue verticale pouſſant de bas en haut le fuſeau D, fera tourner la lanterne T, tandis qu'une des dents élevée ſur le plan de la même roue pouſſera un des fuſeaux de la lanterne GH, pour la faire tourner d'un ſens oppoſé à la direction de la puiſſance P, de même que la roue horiſontale M, qui fera tourner la lanterne F qui répond au poids R.

Pour trouver une expreſſion de la puiſſance P, relativement au poids Q & R, & au frottement; nous ſuppoſerons cette puiſſance diviſée en deux autres que nous nommerons x, y, dont la premiere ſera employée à élever le poids Q, & la ſeconde le poids R; nous nommerons auſſi les rayons CT, a; CB, b; AB, c; AV, d; GZ, e; IM, f; YN, g; YO, h; & AE, l. Je conſidere qu'entre le poids Q & la puiſſance qui le ſoutient, il y a les quatre bras de leviers CT, CB, BA, & AV, dont le premier & le troiſiéme peuvent être conſiderés comme répondans au poids; le ſecond & le quatriéme comme répondans à la puiſſance; (74) c'eſt pourquoi multipliant le poids Q par $\frac{19}{18}$, l'on aura (290) $bd, ac :: \frac{19}{18} Q, x$, d'où l'on tire $x = \frac{19}{18} Q \times \frac{ac}{bd}$

FIG. 37. Comme le poids R & la puiſſance qui le ſoutient répondent chacun alternativement à trois bras de levier, & que les lanternes F & G occaſionnent deux frottemens, il faut multiplier le poids R par $\frac{7}{5}$ (294) on aura $ged, hfl :: \frac{7}{5} R, y$, ou $y = \frac{7}{5} R \times \frac{hfl}{ged}$; ſi l'on ajoute ces deux équations enſemble, & qu'à la place de $x+y$ on y mette la valeur, on aura $P = \frac{19}{18} Q \times \frac{ac}{bd} + \frac{7}{5} R \times \frac{hfl}{ged}$, qui ne renferme que P d'inconnue.

Dans la même machine la puiſſance

297. Si l'on connoiſſoit la puiſſance P, & que l'on ignorât les poids R & Q, il ſuffira de déterminer le rapport que l'on veut qu'ils ayent entr'eux pour les trouver chacun en particulier; ainſi

ſuppoſant $\frac{n}{m} = \frac{R}{Q}$, nommant x le poids Q; l'on aura $m, n :: x$ *étant donnée, on demande de trouver le poids.* $\frac{nx}{m} = R$; mettant dans l'équation précedente x à la place de Q, & $\frac{nx}{m}$ à la place de R, elle ſera changée en celle-ci $P = \frac{19ac}{18bd} x + \frac{7nhſ}{5mged} x$, de laquelle dégageant l'inconnue, il vient $x = \frac{p \times 90\, edgbmn}{95\, acegm \times 126\, bſinhn} = Q$, qui étant multiplié par $\frac{n}{m}$, on aura $R = \frac{nx}{m} = \frac{p \times 90\, edgbmn}{95\, acegmm + 126bſinhm}$.

Voici une occaſion de déſabuſer le plus grand nombre des Machiniſtes, des merveilles qu'ils croyent pouvoir opérer par la répétition des roues & lanternes, en faiſant voir dans quelles bornes ſont renfermés les avantages que l'on peut tirer d'une machine.

Quand il s'agit d'élever des corps ſolides d'une extréme peſanteur, on a raiſon d'emprunter le ſecours des machines compoſées pour diminuer le nombre des hommes ou des animaux, ſans ſe mettre en peine du tems qu'il faudra de plus, pour n'avoir égard qu'à la facilité d'exécuter une choſe d'une maniere plutôt que de l'autre, & c'eſt ce qui a rendu *le Cric*, *la Chévre*, *la Gruë*, *&c.* d'un uſage ſi commun; mais comme ce ne ſont point les machines de cette eſpece que nous avons en vûe, mais bien celles que l'on peut mettre en uſage pour élever de l'eau; c'eſt dans ce cas où il faut faire enſorte que la quantité de mouvement du poids approche le plus près qu'il eſt poſſible d'égaler celle de la puiſſance; car l'égalité parfaite de ces deux grandeurs, ne peut avoir lieu qu'autant que l'on fait abſtraction des frottemens & des autres obſtacles inſéparables de la pratique, puiſque quand on viendra à l'exécution, la quantité de mouvement du poids ſera toujours au-deſſous de la quantité de mouvement de la puiſſance, & d'autant moindre que la machine ſera plus compoſée, comme on en va juger.

298. Je ſçais bien qu'il n'y a perſonne qui ne préfere une machine ſimple à une autre plus compoſée qui rempliroit la même fin, parce qu'elle eſt plus facile à exécuter, d'une moindre dépenſe, & moins ſujette à réparation; mais on ne ſoupçonne pas qu'elle a encore un autre avantage, qui eſt de faire réellement beaucoup plus d'effet. *Pluſieurs conſéquences pour faire voir le déchet cauſé par le frottement.*

Par exemple, s'il étoit queſtion de faire mouvoir des piſtons de pompe pour élever de l'eau dans un réſervoir, afin de la diſtribuer

aux fontaines d'une Ville, ou pour tout autre uſage; la fin qu'on doit ſe propoſer eſt d'en procurer avec une puiſſance limitée la plus grande quantité qu'il eſt poſſible dans un tems déterminé; ce qui dépendra, non-ſeulement de la groſſeur des corps de pompe, ou des colomnes d'eau qui paſſeront dans le réſervoir, mais encore de la viteſſe avec laquelle elles y ſeront élevées, par conſéquent de la plus grande quantité de mouvement du poids, qui eſt ici celui de l'eau même, qui ne pouvant égaler la quantité de mouvement de la puiſſance, tout ce que l'on peut faire de mieux, c'eſt qu'elle en approche le plus qu'il eſt poſſible, ſur quoi l'on peut tirer des articles 290, 291, 292, 293, 294 les conſéquences ſuivantes.

1°. Lorſqu'une puiſſance éleve un poids donné à l'aide d'une roue & d'une lanterne, le ſeul frottement de ces deux pieces eſt cauſe que la puiſſance eſt alors, à ce qu'elle eût été ſans le frottement comme 19 eſt à 18 : que ſi la puiſſance eſt donnée, ſa quantité de mouvement ſera à celle du poids, dans le rapport des mêmes nombres.

2°. Si une puiſſance éleve un poids donné à l'aide de deux roues, elle ſera à ce qu'elle eût été dans le rapport de 7 à 5 : que ſi la puiſſance eſt donnée, ſa quantité de mouvement ſera à celle du poids dans le même rapport.

3°. Lorſqu'une puiſſance éleve un poids donné à l'aide de trois roues, elle ſera à ce qu'elle eût été comme 3 eſt à 2 : que ſi la puiſſance eſt donnée, ſa quantité de mouvement ſera à celle du poids dans le même rapport.

4°. Si une puiſſance éleve un poids donné à l'aide de quatre roues, elle ſera à ce qu'elle eût été dans le rapport de 2 à 1 : ſi la puiſſance eſt donnée, ſa quantité de mouvement ſera à celle du poids dans le même rapport.

Concluſion où l'on fait voir que plus les machines ſont compoſées, & moins elles ſont d'effet.

299. L'on voit qu'à meſure qu'on multiplie le nombre des roues & lanternes on eſt obligé d'augmenter la puiſſance, ou de diminuer le poids, & que ſi l'on vouloit faire mouvoir des piſtons de pompe à l'aide d'une roue & d'une lanterne, la puiſſance étant limitée, il ne paſſera au réſervoir que les $\frac{18}{19}$ de l'eau qui y ſeroit montée, ſi les piſtons avoient reçû leur mouvement immédiatement de la puiſſance : quand on ſe ſervira de deux roues, il n'en paſſera au réſervoir que les $\frac{5}{7}$; quand on en employera trois, il n'en paſſera que les $\frac{2}{3}$: enfin quand on en employera quatre, il n'en paſſera que $\frac{1}{2}$.

On dira peut-être que dans bien des cas, on ne peut ſe diſpen-

Digitized by Google

ser d'employer les roues & lanternes pour communiquer les mouvemens; mais il ne s'en faut servir que quand on ne peut faire autrement, puisqu'il y a mille autres moyens plus simples, sur-tout quand il s'agit d'élever des eaux, & voilà le cas où un Machiniste donne des marques de son habileté : mais je me suis assez étendu sur ce sujet; je passe à ce que j'ai à dire sur la difficulté qu'on éprouve à élever un poids à l'aide d'un rouleau.

Examen du frottement des cordes sur les cylindres ou rouleaux.

300. Ayant un cylindre immobile posé horisontalement, dont la figure 38 représente le profil; que sur ce cylindre passe une corde aux extrémités de laquelle soient suspendus deux poids égaux A & B, nous ferons voir *qu'un de ces poids est à la pression de la corde sur le cylindre, comme le rayon CD est à la demi-circonférence DFE; c'est-à-dire, que si chaque poids étoit de 7 lb, la pression seroit de 22.* FIG. 38.

Si l'on suppose qu'à un point quelconque de la corde qui touche le cylindre, on en ait attaché une autre GP, à laquelle soit appliquée une puissance P, qui tire selon une direction CP, passant par le centre C; cette puissance faisant un effort égal à la pression de la corde sur le point O, les parties GF & GL de la corde seront égales entr'elles & tangentes au cylindre. Si l'on tire les lignes HL, HF paralleles à GF & à GL, l'on aura le parallelogramme des forces dont la diagonale GH exprimera l'effort de la puissance P, & le côté GL l'action du poids A, par conséquent l'on aura A, P :: GL, GH : présentement si l'on mene la soustendante LF & les rayons CL, CF, on aura les triangles semblables GLH, LCF, puisque leurs angles du sommet GLH, LCF sont égaux, d'où l'on tire GL, GH :: LC, LF; mais A, P :: GL, GH; donc A, P :: LC, LF. FIG. 39.

Si l'on soutient un poids à l'aide d'une corde qui embrasse la demi-circonférence d'un cylindre immobile, il y aura même raison du poids à la pression de la corde, que du rayon du cylindre à la demi-circonférence.

301. Si l'on suppose que l'arc LOF soit infiniment petit, de maniere qu'il se confonde avec la soustendante LF, le point G se réunira au point O, & il y aura toujours même rapport du poids A à la puissance P, ou à la pression de la corde sur l'arc O infiniment petit, que du rayon CL à cet arc; & comme il arrivera la même chose à tous les points de la demi-circonférence du cylindre, il suit que le poids A sera à la somme de toutes les pressions de la corde, comme le rayon est à la somme de tous les arcs infiniment petits, c'est-à-dire à la demi-circonférence du cylindre.

302. Si au lieu de deux poids l'on suppose deux puissances égales appliquées aux extrémités d'une corde qui tirent chacun de leur côté, que la partie du cylindre embrassée par la corde soit plus ou moins grande que la demi-circonférence; une de ces puissan-

Si la corde embraſſe une partie de la circonférence, le poids ſera à la preſſion, comme le rayon eſt à l'arc embraſſé par la corde.

ces, ſera encore à la preſſion du cylindre, comme le rayon eſt à l'arc embraſſé par la corde.

D'où il ſuit que les preſſions cauſées par des puiſſances égales ſur un même cylindre, ſeront entr'elles comme la grandeur des arcs embraſſés par la corde : que ſi ces arcs ſont égaux, mais que les poids ſoient différens, les preſſions ſeront entr'elles comme ces poids.

Si l'on a une corde qui embraſſe les trois quarts de la circonférence d'un rouleau, la preſſion ſur chacun de ces quarts de circonférence, augmentera dans la raiſon des termes d'une progreſſion géométrique.

303. Si l'on a deux poids P & Q attachés aux extrémités d'une corde PABF, qui embraſſe le quart AB de la circonférence d'un cylindre, dont un des bouts BF aille paſſer ſur une poulie D que je ſuppoſe ſans frottement; que le poids Q ſoit préciſément d'une peſanteur capable d'enlever le poids P, & de ſurmonter le frottement de la corde contre le cylindre ; d'autre part qu'on ait auſſi le poids R ſuſpendu à une des extrémités de la corde PABCR, qui embraſſe toute la demi-circonférence, enſorte que le poids R ſoit auſſi prêt d'enlever le poids P, comme nous avons ſuppoſé que l'étoit le poids Q ; je dis que les trois poids P, Q, R, ſeront en proportion continue.

FIG. 41.

Pour le démontrer, remarquez que ſi l'on a une autre poulie E, ſur laquelle nous ſuppoſerons que paſſe la corde FG, qui ne faſſe que toucher le cylindre au point B ; que voulant ſoutenir le poids Q en équilibre, il faut que le poids S lui ſoit égal : or ſi l'on ſuppoſe préſentement que les poids S & R répondent à une même corde SGBCR, il faudra autant de force au poids R, pour ſurmonter la peſanteur du poids S & du frottement de la corde contre le quart BC de la circonférence du cylindre, que pour enlever le poids P, & ſurmonter le frottement de la demi-circonférence : or ſi l'on fait voir que les poids P, S, R, ſont en proportion continue, on conclura que les poids P, Q, R, le ſeront auſſi.

Nommant a, le poids P, & x, la partie du poids Q, qu'il faut pour ſurmonter le frottement du quart de cercle AB ; tout le poids Q, ou ſon égal S, ſera exprimé par $a+x$; de même nommant y la partie du poids R qui doit ſurmonter le frottement de la corde ſur le quart de cercle BC, pour être tout prêt d'enlever le poids S ; tout le poids R ſera exprimé par $a+x+y$; ainſi il faut faire voir que P (a), S $(a+x)$ :: S, $(a+x)$ R, $(a+x+y)$ ou que $aa+ax+ay = aa+2ax+xx$.

Faites attention que les preſſions des cordes ſur un cylindre, lorſqu'elles embraſſent des arcs égaux, ſont entr'elles comme la peſanteur des poids qui ſont attachés à leurs extrémités dans le cas de l'équilibre, (302) & que les frottemens étant proportionés aux

aux preſſions, on pourra dire que le poids P eſt à la partie du poids Q, capable de ſurmonter le frottement de la corde ſur le quart de cercle AB, comme le poids S eſt à la partie du poids R, capable de ſurmonter le frottement de la corde GBCR ſur le quart de cercle BC; ainſi l'on aura $a, x :: a+x, y$, d'où l'on tire $ay = ax + xx$: or ſi l'on met la valeur de ay dans l'équation précedente, l'on aura de part & d'autre $aa+2ax+xx$. C. Q. F. D.

304. Si la corde qui répond aux poids P & Q, au lieu de n'embraſſer que le quart de la circonférence du cylindre regnoit ſur toute la moitié ABC, comme dans la figure 40, & que la corde qui répond aux poids P & R, venant paſſer ſur la poulie D, au lieu de n'embraſſer que la demi-circonférence du cylindre, tournât tout autour, comme je ſuppoſe que fait la corde P, A, B, C, F, A, E, R; l'on aura encore ÷ P, Q, R; car les preſſions augmentant dans la raiſon des arcs que les cordes embraſſent, les poids Q & R qu'il faudra pour ſurmonter la peſanteur du poids P & le frottement de la corde ſur la demi-circonférence du cylindre d'une part, & ſur la circonférence entiere de l'autre, quoique beaucoup plus grands qu'ils ne l'étoient ci-devant, ſeront toujours dans le même rapport avec le poids P. FIG. 40.

305. Enfin ſi après que la corde qui répond aux poids P & R aura fait un tour ſur le cylindre, un de ſes bouts, au lieu d'aller paſſer ſur la poulie D, venoit repaſſer ſur la demi-circonférence ABC pour faire un tour & demi, & qu'à ſon extrémité il y eût un poids S capable d'enlever le poids P, & de vaincre le frottement des trois demi-tours que la corde fait ſur le cylindre; les quatre poids P, Q, R, S, ſeront continuellement proportionnels; d'où il ſuit que connoiſſant les deux premiers poids dont la corde n'embraſſe que la demi circonférence du cylindre, on aura la valeur de la puiſſance capable d'enlever le poids P, & de ſurmonter le fottement de la corde, ſelon le nombre des demi-tours qu'elle fait ſur le cylindre, en formant une progreſſion géométrique dont les termes ſoient dans le même rapport que les poids P & Q; ainſi ſuppoſant que le poids P ſoit de deux livres, & le poids Q de quatre, l'on aura cette progreſſion 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, &c. alors le poids R ſera de 8lb, le poids S de 16; & ſi la corde fait deux tours il faudra que le poids capable de ſurmonter la peſanteur du poids P & le frottement ſoit de 32; ſi elle fait deux tours & demi de 64; ſi elle en fait trois de 128; ſi elle en fait trois & demi de 256, ainſi des autres.

Lorſque la corde fait pluſieurs tours ſur le cylindre, la preſſion cauſée par le poids augmente dans la raiſon des termes d'une progreſſion géométrique.

306. Quand on a les deux premiers termes d'une progreſſion *Maniere de*

trouver la puiſſance qui eſt en équilibre avec un poids dont la corde fait pluſieurs tours ſur un rouleau immobile.

géométrique, l'on peut trouver tout d'un coup la valeur de tel terme que l'on voudra, puiſque celui que l'on cherche ſera toujours exprimé par une fraction qui aura pour numérateur le ſecond terme élevé à une puiſſance dont l'expoſant ſera un nombre égal à la quantité des termes qui précedent celui qu'on demande, & pour dénominateur le premier terme élevé à une puiſſance qui aura pour expoſant celui du numérateur moins l'unité, ce qui fournit une regle très-commode pour abreger le calcul des frotremens dont nous parlons. J'ai fait nombre d'expériences avec des rouleaux & des cordes de différente groſſeur, dont le réſultat s'eſt rencontré auſſi juſte qu'on le pouvoit ſouhaiter avec la théorie précedente.

307. L'on voit l'avantage que l'on tire des poulies, & combien eſt conſidérable le frottement des groſſes cordes ſur un cylindre de bois; l'on ne doit donc pas s'étonner, ſi ſur les ports de mer il ſuffit de faire faire à un cable trois ou quatre tours ſur un pieu pour arrêter le plus gros vaiſſeau contre la force des vents & l'agitation des flots.

Examen de la réſiſtance cauſée par la roideur des cordes qui embraſſent des rouleaux ou poulies.

Après l'obſtacle cauſé par les frottemens, il n'y en a point de plus difficile à ſurmonter que celui qui provient de la roideur des cordes qui ſont obligées de ſe plier ſur des poulies ou des rouleaux; & comme il importe extrémement d'y avoir égard pour faire une eſtimation exacte de la réſiſtance qu'une puiſſance qui meut une machine trouve à ſurmonter; voici quelques regles fondées ſur le raiſonnement & l'expérience.

FIG. 38.

308. Pour peu qu'on y faſſe attention, on apperçoit d'abord qu'une corde DA doit être d'autant plus difficile à plier, qu'elle eſt plus groſſe & plus tendue par un poids, à quoi l'on peut ajouter que plus la corde ſera obligée de ſe courber pour ſe rouler ſur la poulie G, plus elle fera d'effort pour réſiſter à la puiſſance P qui fait monter le poids: il eſt à remarquer qu'il n'y a que la roideur du brin qui répond au poids qui fait obſtacle à ſon enlevement; car pour l'autre quoiqu'également tendu, comme il ne fait que ſe développer de deſſus la poulie à meſure qu'elle tourne, la puiſſance P n'a aucune réſiſtance à vaincre de ce côté-là.

* *Mem. de l'Acad. an. 1699.*

Expériences faites ſur la roideur des cordes avec les conſéquences que l'on en a tirées.

309. Monſieur Amontons a fait des expériences* pour voir ſelon quelles proportions ces différentes réſiſtances augmentoient, & voici comme il s'y eſt pris; il a accroché contre une poutre deux cordes diſtantes l'une de l'autre de 5 à 6 pouces, auſquelles pendoit librement le baſſin d'une balance; il a engagé un rouleau ou cylindre de bois dans ces deux cordes, en leur faiſant faire à chacune un tour du même ſens; enſuite il a entortillé vers le milieu du cylindre d'un ſens contraire à celui de la corde un ruban de

Digitized by Google

fil fort flexible, au bout duquel pendoit un ſecond baſſin; après cette préparation il a mis dans le premier baſſin un poids d'une certaine peſanteur, & ſucceſſivement d'autres plus petits dans le ſecond pour faire deſcendre le cylindre, nonobſtant la réſiſtance cauſée par la roideur des cordes; après avoir répeté la même choſe avec des cordes de différentes groſſeurs, des rouleaux de différens diamétres & des poids de différentes peſanteurs, il en a tiré les conſéquences ſuivantes.

1°. La réſiſtance qui vient de la roideur cauſée par les poids qui tirent la corde, croît dans le rapport des mêmes poids.

2°. La réſiſtance qui vient de la groſſeur des cordes croît dans le même rapport que leur diamétre augmente.

3°. La réſiſtance qui vient des rouleaux, augmente à proportion que leur diamétre diminue, & au contraire.

310. Il eſt tout naturel de penſer pour le premier article, que ſi l'on attache ſucceſſivement pluſieurs poids à une corde, elle ſe tendra de plus en plus, & que la difficulté de plier ou de courber cette corde, croîtra dans la raiſon qu'elle ſera plus tendue, c'eſt-à-dire dans le rapport des poids qui la tirent.

Pour bien entendre le ſecond article, il faut faire attention qu'il y a toujours un point H de la circonférence de la poulie, par rapport auquel le diamétre DH de la corde doit ſe mouvoir; par conſéquent plus ce diamétre ſera long, plus l'action du poids qui s'oppoſe à la courbure que l'on veut faire prendre à la partie KH aura d'avantage contre la puiſſance oppoſée; ainſi de deux cordes dont l'une auroit un diamétre double de celui de l'autre, ſi elles ſoutiennent des poids égaux, leurs réſiſtances à ſe plier ſeront dans la raiſon de 1 à 2 : il eſt vrai que ſi l'on imagine ces deux cordes compoſées de filets de même diamétre, la groſſe en comprendra quatre fois plus que la petite; mais en récompenſe chaque filet de la groſſe ne ſoutiendra que la quatriéme partie du poids que ſoutient chaque filet de la petite; ce qui fait voir que dans leur totalité ils ſeront également tendus, & que s'il n'y avoit d'autres difficultés à courber ces deux cordes, que celle qui vient de la peſanteur des poids, les réſiſtances de ces cordes ſeroient égales; d'où il ſuit que les ſuperficies de leurs cercles n'entrent ici pour rien; cependant les filets de la groſſe corde étant deux fois plus éloignés que ceux de la petite, du point ſur lequel ils réſiſtent à être ployés, ils doivent cauſer une réſiſtance double, ce qu'il convenoit de faire ſentir. FIG. 38.

Quant à la troiſiéme conſéquence, il eſt conſtant que ſi les cor-

des ont le même diamétre, & qu'elles ſoutiennent des poids égaux; leur difficulté à ſe plier doit augmenter à meſure que les diamétres des poulies ſeront plus petits; car les diamétres étant comme leur circonférence, plus celle des poulies ſera petite, & plus la courbure des cordes s'éloignera de la ligne droite; d'un autre côté on peut conſiderer les diametres DH & HI de la corde & de la poulie comme un levier DI, dont le point d'appui eſt en H, alors la réſiſtance de la corde à être pliée pourra être ſuppoſée réunie au point D, & la puiſſance qui doit la ſurmonter appliquée à l'extrémité I; mais le diamétre HI ayant au centre C un point d'appui, cette puiſſance perdra la moitié de l'avantage qu'elle auroit ſans cela; ſon bras de levier ne peut donc être exprimé que par le rayon CI; par conſéquent plus ce rayon ſera petit, & plus la réſiſtance cauſée par la courbure de la corde ſera difficile à ſurmonter.

Regle générale pour calculer la réſiſtance cauſée par la roideur des cordes qui paſſent ſur une poulie.

311. Des expériences qu'a fait Mr Amontons, on en tire une regle fort commode pour tous les calculs qu'on peut faire ſur ce ſujet, la voici. *Si l'on a une corde d'une ligne de diamétre à laquelle ſoit ſuſpendu le poids d'une livre, & qu'elle faſſe un tour ſur un cylindre d'un pouce, il faudra le poids d'une demi-once, ou la trente-deuxiéme partie du poids que ſoutient ici la corde pour ſurmonter ſa réſiſtance à ſe courber;* par conſéquent ſi au lieu d'une livre, on en ſuſpendoit 64, la réſiſtance de la même corde à ſe plier ſur le cylindre d'un pouce de diamétre ſeroit ſurmontée par le poids de deux livres; c'eſt-à-dire par la trente-deuxiéme partie du précedent.

Pour ſçavoir la réſiſtance d'une autre corde d'un diamétre quelconque, chargé de tel poids que l'on voudra en ſe ſervant d'un rouleau d'un diamétre à volonté, il faut 1°. diviſer par 32 le poids que ſoutient la corde. 2°. Multiplier le quotient par le nombre de lignes que comprendra le diamétre de la corde. 3°. Diviſer ce produit par le nombre de pouces que comprend le diametre du rouleau; le quotient donnera en livres le poids qui ſera en équilibre avec la réſiſtance cauſée par la roideur de la corde.

Exemple; ſi le poids étoit de 400 ℔, & la corde de 8 lignes de diamétre, l'on aura ſelon la regle $\frac{400}{32} \times 8 = 100$, qui étant diviſé par le diamétre du rouleau que nous ſuppoſerons de 5 pouces, le quotient donnera 20 ℔ pour la peſanteur du poids deſtiné à ſurmonter la réſiſtance cauſée par la roideur de la corde.

312. Pour rendre raiſon de cette regle, remarquez que lorſqu'on a une corde d'une ligne de diamétre, & un rouleau d'un pouce, ce ſera toujours la trente-deuxiéme partie du poids ſuſpendu à cette

Digitized by Google

corde qui en ſurmontera la roideur; c'eſt pourquoi nous avons commencé à diviſer 400 ℔ par le nombre 32; d'autre part comme la corde au lieu d'une ligne de diamétre en a huit, la réſiſtance de cette corde à ſe plier ſera huit fois plus grande; par conſéquent la puiſſance qui doit ſurmonter cette réſiſtance, au lieu d'être exprimée par $\frac{400}{32}$, le ſera par $\frac{8\times400}{32}$; voilà la premiere & ſeconde opération, ſur quoi il eſt à remarquer qu'elles ne ſont que donner l'expreſſion de la puiſſance appliquée à la ſurface d'un rouleau qui auroit un pouce de diamétre; mais ſi cette puiſſance a un bras de levier cinq fois plus grand, elle n'aura beſoin que de la cinquiéme partie de ſa force; c'eſt pourquoi dans la troiſiéme opération, on a diviſé le réſultat des deux premieres par le diamétre du rouleau.

Application de la regle précedente pour calculer la roideur des cordes qui paſſent ſur une poulie.

313. Si la corde au lieu de paſſer ſur un rouleau, tel que celui dont Mr Amontons s'eſt ſervi paſſoit ſur une poulie, comme nous l'avons ſuppoſé d'abord, il faudroit diviſer le produit de la ſeconde opération par le rayon de la poulie, & non par le diamétre; car autrement la puiſſance qui doit ſurmonter la réſiſtance de la corde ne ſeroit que moitié de ce qu'elle devroit être; c'eſt à quoi Mr Amontons n'a pas fait attention, ayant pris partout le diamétre des poulies au lieu de leurs rayons, ſans en faire de différence avec les rouleaux, il a même calculé une table fort ample pour évaluer en ℔ la puiſſance qu'il faut pour ſurmonter la roideur des cordes de toutes ſortes de diamétre, qui ſoutiendroient des poids depuis 10 ℔ juſqu'à 100 mille. Pour n'y avoir pas pris garde, on ne peut ſe ſervir de cette table qu'en doublant les puiſſances.

314. Pour faciliter l'intelligence de tout ce qui précede, voici un exemple qui pourra ſervir pour le calcul de toutes les puiſſances qui auront un poids à enlever avec une poulie immobile: je ſuppoſe que la poulie a 24 pouces de diamétre, ſon boulon un pouce, que celui de la corde qui paſſe par-deſſus eſt de 18 lignes, & que le poids eſt de 800 ℔; cela poſé, il faut que la puiſſance pour être capable d'enlever ce poids ſoit compoſée de trois parties; la premiere, pour être en équilibre avec le poids; la ſeconde, pour ſurmonter la roideur de la corde, & la troiſiéme pour vaincre le frottement de la pouli: contre le boulon: Pour la premiere, elle n'eſt autre choſe que l'équivalent du poids dans l'état d'équilibre, par conſéquent de 800 ℔: pour la ſeconde il faut prendre la trente-deuxiéme partie du poids qui ſera 25, qu'il faut multiplier par 18, diamétre de la corde, & diviſer le produit par 12, rayon de

la poulie, il viendra 37 ℔ ½ : pour la troiſiéme, conſiderez que le boulon ſe trouvera chargé de deux poids de 800 ℔, plus de 37 ½ ℔ qui font enſemble 1637 ½ ℔, dont il faut prendre la moitié qui eſt 819 pour l'expreſſion du frottement de la poulie contre le boulon, qu'il faut multiplier par le rayon du boulon, & diviſer par celui de la poulie, il viendra 34 ℔ pour le frottement réduit à l'extrémité du bras de levier; (253) ainſi ajoutant ces termes enſemble, l'on aura 800 + 37 ½ + 34 = 871 ℔ ½, pour la puiſſance capable de faire monter le poids, pour peu qu'on l'augmente, au lieu de 845 ℔ qu'a trouvé M. Amontons, page 226.

Parallele pour faire voir l'avantage des grandes poulies au-deſſus des petites.

315. Le fréquent uſage que l'on fait des poulies m'engage à faire voir qu'il n'eſt pas auſſi indifférent que le penſent la plûpart de ceux qui ignorent la théorie des Machines, d'en employer de petites au lieu de grandes, on en va juger.

Je ſuppoſe qu'il s'agit encore d'élever un poids de 800 ℔ avec une corde de 18 lignes de diamétre à l'aide d'une poulie fixe dont le boulon ſera auſſi d'un pouce de diamétre, afin qu'il ait au moins la même force que le précedent: la ſeule différence eſt que nous ſuppoſerons le diamétre de la poulie de 4 pouces au lieu de 24; ainſi on diviſera le poids par 32, on en multipliera le quotient par le diamétre de la corde, l'on aura 450, qui étant diviſé par le rayon de la poulie, c'eſt-à-dire par deux pouces, il viendra 225 ℔ pour l'expreſſion de la puiſſance qui doit ſurmonter la roideur de la corde, qu'il faut ajouter avec le double du poids pour avoir 1825 ℔, qui eſt le poids dont la poulie ſera chargée, il en faut prendre la moitié qui eſt 912 ℔ ½ pour le frottement de la poulie contre le boulon, qui étant multiplié par le diamétre du boulon, le produit diviſé par celui de la poulie, il viendra environ 228 ℔ pour l'expreſſion de la puiſſance appliquée à l'extrémité du rayon pour ſurmonter le frottement; or ajoutant ce nombre avec 225, il vient 453 ℔, pour ce qu'il faut ajouter à la puiſſance dans l'état d'équilibre, afin d'être capable d'enlever le poids; ainſi cette puiſſance doit être de 1253, au lieu que nous ne l'avons trouvé ci-devant que de 871, ce qui fait une différence de 382 ℔, quoique toutes choſes ſoient égales, excepté le diametre des poulies; ce qui fait voir combien il importe de préférer les grandes aux petites.

316. J'ajouterai ici quelques remarques auſquelles il convient avoir égard dans la pratique.

Digitized by Google

1°. La roideur des cordes ſera d'autant plus grandes, qu'elles ſeront obligées de plier plus vîte; c'eſt pourquoi il faudra y faire attention, lorſque dans le calcul d'une machine, il ſe trouvera des cordes qui ſe plieront avec différentes viteſſes.

Obſervations auſquelles il faut avoir égard dans l'uſage qu'on fait des cordes.

2°. Suppoſez que l'on connoiſſe la force des cordes d'une certaine groſſeur, ou les poids qu'elles peuvent ſoutenir, il ne faut pas en employer de plus groſſes qu'il n'eſt néceſſaire.

3°. Que les cordes neuves réſiſtent plus à ſe courber ſur une poulie ou un treuil que ne font les vieilles; ce qui fait qu'elles éloignent la direction du poids du diamétre horiſontal de la poulie, allongent le bras de levier, & obligent la puiſſance oppoſée à un plus grand effort; d'autre part, les cordes neuves chargées de tout le poids qu'elles peuvent porter ſont plus ſujettes à ſe rompre, que lorſqu'on les charge ſucceſſivement pour les rendre ſouples.

4°. Aux cordes qui tournent autour d'un treuil, il n'y a que l'axe qui ne varie point, au lieu que la circonférence du treuil augmente ſelon la groſſeur de la corde; ainſi quand elle ne fait qu'un tour, il faut dans le calcul des machines ajouter le demi-diamétre de la corde au rayon du treuil pour former le bras de levier; ſi la corde doit faire pluſieurs tours les uns ſur les autres, il faudra faire l'eſtimation de la puiſſance réſiſtante, dans le cas où le bras du levier qui lui répond ſera le plus allongé par la groſſeur de la corde. Voici encore quelques obſervations ſur la conſtruction des Machines en général.

Maximes générales qu'il faut ſuivre quand on fait le projet d'une machine.

317. Je laiſſe à la capacité de ceux qui ont à conſtruire une Machine de chercher les moyens de la rendre la plus ſimple qu'il ſera poſſible, en ne ſe ſervant que des pieces abſolument néceſſaires, ayant égard à toutes les maximes que nous venons d'inſinuer; comme il n'y a point d'ouvrage de quelque nature qu'il ſoit, où l'on ne découvre des imperfections après l'avoir achevé, il faut pour n'avoir point de regret faire pluſieurs projets différens pour combiner toutes les façons dont une même choſe peut être éxécutée, méditer ſérieuſement les avantages & les deffauts, dont chaque projet ſera ſuſceptible, en faire les développemens par des Plans, Profils & Memoires, comprenant une analiſe exacte de ce qu'on aura remarqué pour & contre; enſuite comparer entr'eux ces différens projets, afin de choiſir le meilleur, autrement l'on ſe reproche d'avoir ſaiſi avec trop de précipitation les premieres idées. Ne vaut-il pas mieux employer du papier pendant quelque tems, que d'être réduit à la diſgracieuſe néceſſité de conſtruire & de dé-

Digitized by Google

monter pluſieurs fois une machine avant de parvenir à la faire jouer rondement, comme cela n'eſt que trop ordinaire à ceux qui n'agiſſent qu'à tâtons?

Dans le projet d'une Machine, on doit ſur toutes choſes y faire entrer le choix du lieu où il faudra la placer; ſi elle doit être permanente, il faut prévoir tous les inconvéniens auſquels elle pourra être ſujette, ſoit de la part des grandes eaux ou des ſechereſſes; ſi c'eſt une Machine ſituée ſur une riviere dont le courant ſoit le moteur; ſi elle eſt placée dans le quartier d'une Ville, voir ſi elle n'incommodera pas le public, ou ſi elle-même n'en recevra point de préjudice, ſoit dans le tems préſent ou à venir.

Après avoir déterminé le Méchaniſme qu'on aura trouvé le plus convenable ſelon l'objet qu'elle doit remplir, & calculé le poids qu'on veut qu'elle éleve, il en faut faire un devis bien circonſtancié, où les dimenſions de chaque partie ſoient exactement rapportées avec leurs façons; comme ce devis doit être relatif aux plans & profils, ces derniers doivent être accompagnés des nombres qui expriment la longueur & la groſſeur des bois, ayant ſoin de développer en particulier tout ce qui ſera deſſiné trop en petit, comme les dents des roues, les pignons & lanternes, généralement toutes les pieces qu'il faudra exécuter en fer ou en cuivre; & comme à moins d'un grand uſage, il eſt rare qu'un homme de cabinet puiſſe bien juger de la réſiſtance de ces différentes matieres & de la facon qu'on doit les mettre en œuvre, il faudra ſe communiquer avec d'habiles ouvriers. Quant à la réſiſtance de ce qui ſe fera en bois, l'on eſtimera la force des principales pieces, ſelon l'effort qu'elles auront à ſoutenir, en ſuivant ce qui a été enſeigné ſur ce ſujet dans le quatriéme livre de la Science des Ingénieurs, faiſant enſorte qu'elles ayent une force double de celle qu'il leur faudroit pour être prêtes à ſe rompre par l'effort de la puiſſance oppoſée; une plus grande force eſt inutile, car ſi l'on fait les parties d'une Machine trop materielles, on augmente la dépenſe mal-à-propos, & on donne lieu à de plus grands frottemens.

Ce que je viens de dire doit s'entendre de la conſtruction des Machines permanentes, dont l'objet eſt d'une grande conſéquence pour ne rien négliger d'eſſentiel; car pour celles qui ne doivent ſervir que peu de tems, leurs parties n'ont pas beſoin d'une auſſi grande ſolidité, il ſuffit qu'elles puiſſent durer auſſi long-tems qu'on ſera obligé de s'en ſervir.

318. Pour

Digitized by Google

318. Pour dire un mot de la diviſion des roues & lanternes, eu égard au nombre des dents & des fuſeaux, voici ce qui a été ſuivi dans pluſieurs occaſions dont on s'eſt bien trouvé. *Maniere de diviſer les roues & lanternes, ſelon le nombre des dents & des fuſeaux.*

Ayant tracé la circonférence OPR ſur laquelle doit ſe rencontrer le centre des fuſeaux d'une lanterne, reglé le diamétre des fuſeaux ſelon la réſiſtance dont il faudra les rendre capables, eu égard à l'effort qu'ils ſoutiendront, & leur diminution à meſure que le frottement des dents les uſe; il faut que le diamétre d'un des fuſeaux ſoit à l'intervalle qui doit regner de l'un à l'autre, comme 8 eſt à 7, c'eſt-à-dire qu'ayant diviſé le diamétre des fuſeaux en 8 parties égales pour ſervir d'échelle, on en donnera 15 pour l'intervalle d'un centre à l'autre, & il en reſtera 7 pour le vuide. FIG. 42.

Je ſuppoſe une lanterne qui doit avoir 10 fuſeaux, que chaque fuſeau ſera de deux pouces & demi de diamétre; il faut pour avoir le diamétre de la ciconférence OPR multiplier 15 par un nombre égal à celui des fuſeaux, comme ici par 10, on aura 150, dont on trouvera la valeur en pouces, en diſant; ſi 8 parties donnent deux pouces & demi, combien donneront 150? On trouvera à peu près 47 pouces, qui répondent à un diamétre de 15.

L'épaiſſeur des dents devant être proportionnée au diametre des fuſeaux, il faudra ſur la circonférence NPQ, leur donner 6 parties & $\frac{1}{2}$ du même diamétre, alors il y en aura une demie pour le jeu, & ſi l'on donne 8 parties & $\frac{1}{2}$ pour l'intervalle qui doit ſe trouver entre les dents, il y en aura 15 pour la diſtance du centre de l'une à celui de l'autre comme pour les fuſeaux.

Préſentement pour déterminer le diamétre de cette circonférence priſe dans le milieu des dents, il n'eſt plus queſtion que de ſçavoir le rapport de la viteſſe de la lanterne à celle de la roue. Par exemple, ſi l'on veut que la lanterne faſſe cinq tours pendant que la roue n'en fera qu'un, la circonférence NPQ doit être quintuple de OPR, par conſéquent le diamétre de la roue ſera quintuple de celui de la lanterne, & il faudra 50 dents.

Quant à la figure des dents, on peut la faire de pluſieurs manieres: mais pour plus de perfection, il faudroit que leur courbure ſuivit celle d'une *Epicycloïde*; on pourra voir ce que M. de la Hire a dit dans le Traité qu'il a donné de ces ſortes de courbes avec leur application.

319. Il eſt à propos, comme l'a remarqué le même Auteur dans ſon Traité de Mécanique, que le nombre des dents d'une roue ne contienne jamais exactement celui des fuſeaux de la lanterne, afin *Le nombre qui exprime*

les fuſeaux d'une lanterne ne doit pas être partie aliquote de celui de nre de la roue.

d'empêcher que les mêmes dents ne rencontrent ſouvent les mêmes fuſeaux, ce qui ne doit arriver que le moins fréquemment qu'il eſt poſſible, parce qu'alors les dents à force de frotter contre des ſurfaces différentes, prennent par la ſuite la figure qui leur convient le mieux : pour cela il faut que le nombre des dents & celui des fuſeaux ſoient *premiers* entr'eux, c'eſt-à-dire qu'ils n'ayent d'autre commune meſure que l'unité, parce qu'un même fuſeau de la lanterne ne rencontrera la même dent de la roue qu'après que la lanterne aura fait autant de révolutions qu'il y aura de dents; ainſi dans l'article précedent, au lieu de 50 dents, il en faudroit 49 ou 51.

Voici une Machine pour voiturer ou élever un poids conſiderable, dont l'application qui peut avoir lieu dans l'Architecture Hydraulique, va nous donner encore un exemple de la maniere de calculer les frottemens & la roideur des cordes. Il eſt queſtion d'un levier ſingulier qu'on appelle communément le levier de *la Garouſſe*; comme je ne l'ai vû nulle part bien developpé, je crois que les curieux ne ſeront pas fâchés de le trouver ici.

Deſcription du levier de la Garouſſe.

320. Ce levier eſt compoſé de trois choſes principales, d'une roue dentée ayant à ſon centre un arbre ou treuil H, au tour duquel file la corde qui répond au poids; d'un balancier AB, dont l'appui eſt dans le milieu C, & deux crochets DO & EP qui accrochent alternativement les dents de la roue : quant aux pieces qui ſervent à aſſembler les parties de cette Machine, elles ſont aſſez diſtinctement exprimées pour n'avoir pas beſoin de détail, puiſque l'on voit bien que le tout compoſe une eſpece de petit chariot, dont le plan eſt repréſenté par la troiſiéme Figure, qui étant porté ſur des roulettes, peut être aiſément conduit où l'on veut; en voici la manœuvre.

PLAN. 4. FIG. 2. 3. 4. & 5.

Suppoſant qu'on veuille voiturer un bloc de pierre X d'une extrême peſanteur poſé ſur un aſſemblage de charpente Y, porté ſur des roulettes V; d'abord on enfonce un pilot R, afin d'avoir un point fixe pour y attacher la Machine; on fait paſſer une corde ſur la poulie S, dont un des bouts T eſt attaché à une piece de la Machine, & l'autre file ſur le treuil H : comme les deux crochets peuvent ſe mouvoir librement autour des boulons D & E; il eſt conſtant qu'une puiſſance ne peut faire baiſſer l'extrémité A du balancier, ſans que le point E ne monte, & que le point D ne baiſſe : réciproquement, lorſqu'une ſeconde puiſſance fait baiſſer l'autre extrémité B du balancier, le point E baiſſe auſſi, & le point D monte; alors il arrive que quand le point E monte, le crochet P

Digitized by Google

contraint la roue dentée de tourner tant ſoit peu, le crochet O deſcend & gliſſe le long de quelques dents; mais auſſi-tôt que le point D monte, le crochet O fait la même manœuvre que le précedent qui deſcend à ſon tour ſans agir : or comme la roue dentée ne peut tourner ſans que le treuil H ne tourne auſſi, l'on voit que le poids avance à meſure que la corde NS file autour, ce qui ſe fait lentement à la vérité; mais ſi l'on perd du tems, l'on gagne de la force à proportion.

En conſtruiſant cette Machine, il faut après avoir déterminé le rayon HG de la roue & la longueur des crochets depuis leurs centres de ſuſpenſion, placer les boulons D & E, de façon que les lignes de direction GI & FK ſoient tangentes à la roue; d'un autre côté, ſi l'on détermine auſſi le rayon HN du treuil, & la longueur AB du balancier, on n'aura pas de difficulté à calculer l'effet de cette Machine, comme on le va voir.

Calcul de la Machine précedente.

321. Je ſuppoſe que le poids X eſt de cent mille livres; ainſi le frottement des eſſieux ſur les roulettes ſera de 33333 qu'il faut multiplier par le rapport du rayon de l'eſſieu au rayon des roulettes que je ſuppoſe $\frac{1}{9}$, le produit donnera 7407 ℔ $\frac{1}{3}$ pour la puiſſance qui pouſſeroit ou tireroit le chariot Y, ſelon une direction parallele à l'horiſon, (256) dans l'état d'équilibre; c'eſt-à-dire que ſi ce chariot étoit ſur un plan fort uni, pour peu que la puiſſance fût augmentée elle le feroit avancer.

Remarquez que la poulie S cheminant avec le poids, & l'un des bouts de la corde étant attaché au point fixe T, les brins TZ & NS partageront également la réſiſtance du poids; par conſéquent la puiſſance qui ſera appliquée aux brins SN ne ſera que de 3704 ℔, à quoi il faut ajouter la réſiſtance cauſée par la roideur du brin TZ, & le frottement de la poulie ſur ſon boulon.

Pour commencer par le premier de ces deux obſtacles, nous ſuppoſerons que la poulie a quatre pouces de rayon, & la corde 16 lignes de diamétre, c'eſt pourquoi il faut (314) diviſer 3704 ℔ par le nombre 32, multiplier le quotient par 16, diamétre de la corde; diviſer le produit par 4, rayon de la poulie, il viendra 464 ℔ pour la réſiſtance cauſée par la roideur de la corde.

D'autre part, conſiderez que l'axe de la poulie ſe trouve chargé du poids de 7408 ℔, à quoi il faut ajouter 464 ℔ pour la preſſion que cauſera la roideur de la corde; ainſi la preſſion totale ſera de 7872 ℔, dont il faut prendre la moitié qu'on multipliera par le rapport du rayon du boulon, au rayon de la poulie que je ſup-

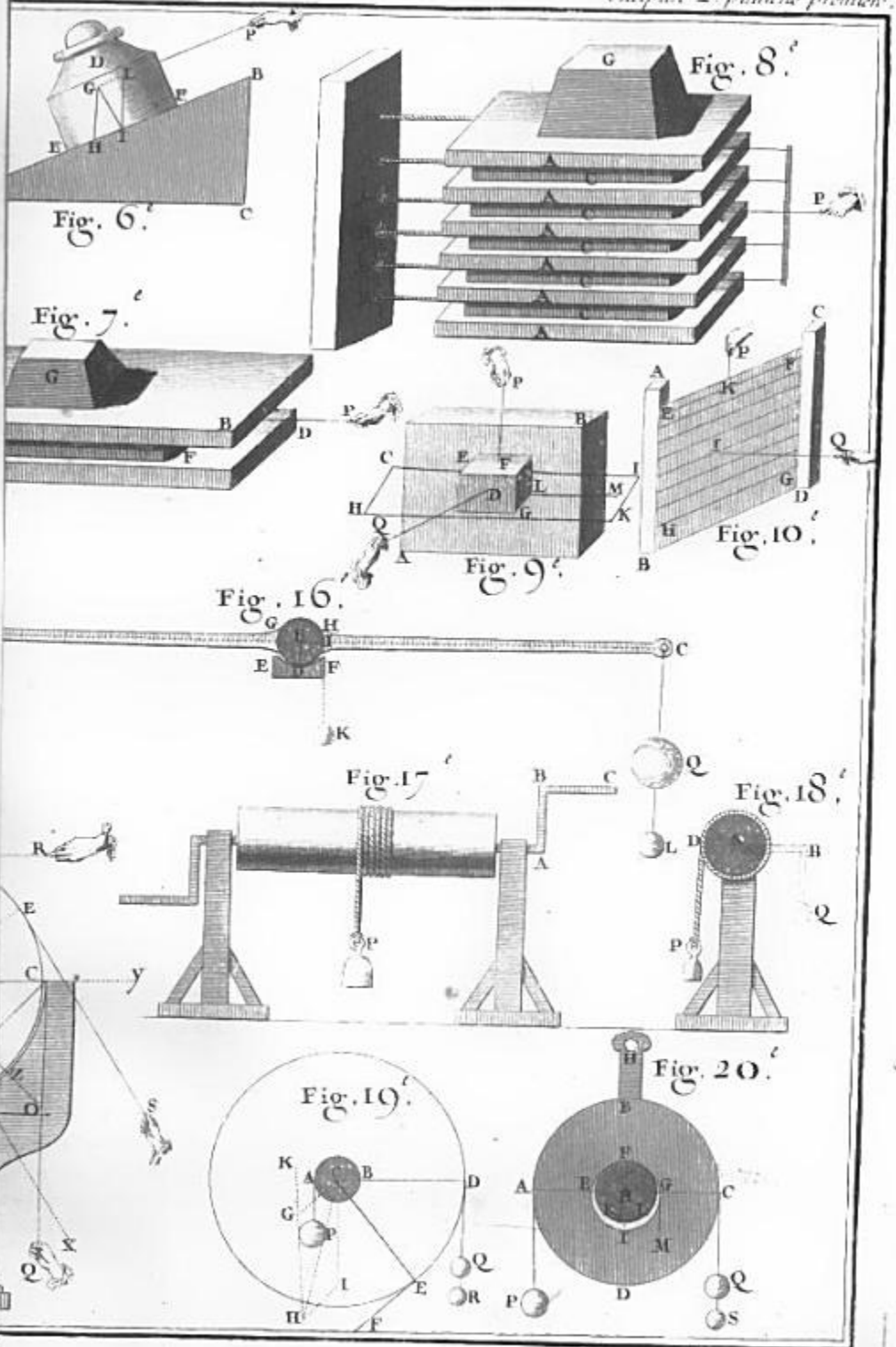
poſe $\frac{1}{10}$, l'on aura environ 394 ℔ pour ce frottement réduit à l'extrémité du rayon de la poulie; (254) ainſi la puiſſance appliquée à la corde ſera compoſée 1°. de 3704 ℔. 2°. De 464 ℔. 3°. De 394 ℔, qui ſont enſemble 4562 ℔.

La corde ne pouvant ſe ployer ſur le treuil, ſans que la puiſſance appliquée à la circonférence de la roue n'en ſurmonte encore la roideur, il faut, comme ci-devant, diviſer 4562 ℔, par 32, multiplier le quotient par 16 lignes, diamétre de la corde, & diviſer le produit par 5 pouces, rayon du treuil, l'on aura 456 ℔ pour la roideur de la corde, qui étant ajoutées à 4562 ℔, il vient 5018 ℔ pour la réſiſtance réunie au point N, qui étant multipliée par le rayon du treuil de 5 pouces, & le produit diviſé par celui de la roue, qui eſt ici de 24 pouces, l'on aura environ 1045 pour l'effort de la puiſſance qui ſeroit appliquée au point F ou G de la circonférence.

Comme l'effort des puiſſances qui agiſſent aux points F & N ſont naître une preſſion des tourillons du treuil contre leur palier, laquelle eſt à peu près égale à la ſomme des mêmes puiſſances, c'eſt-à-dire à 6064 ℔, il en faut prendre la moitié pour le frottement qui ſera de 3032 ℔, qui étant multipliées par le rapport du rayon du boulon au rayon de la roue que je ſuppoſe être $\frac{1}{24}$, il vient 126 ℔ pour ce frottement réduit, (251) qui étant ajouté avec 1045, il vient 1171 pour l'effort que feront les crochets aux points F ou G.

Les crochets agiſſans ſelon les directions FK & GI, la puiſſance appliquée au point A, ſera à la réſiſtance qu'oppoſe la dent F, dans la raiſon réciproque de la perpendiculaire CM, abbaiſſée du point d'appui C ſur ſa direction FK au bras de levier CA, (44) ou comme CL eſt à CB, s'il s'agit de la puiſſance appliquée au point B; or ſuppoſant que la perpendiculaire CL ou CM ſoit la dixiéme partie du bras CA ou CB, chacune des puiſſances appliquées aux extrémités A & B, ſera la dixiéme partie de la réſiſtance réduite au point F ou G, par conſéquent d'environ 117 ℔.

Pour avoir auſſi égard au frottement du tourillon C, ſervant de point d'appui au levier AE ou BD, il faut ajouter enſemble le poids & la puiſſance qui ſeroit appliquée à leurs extrémités, c'eſt-à-dire 1045 & 117, & y joindre le poids du balancier AB, y compris celui des crochets que je ſuppoſe enſemble de 200 ℔, l'on aura 1362 dont il faut prendre la moitié, qui étant multipliée par 9 lignes rayon du tourillon, & le produit diviſé par la longueur CB du



Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 24.

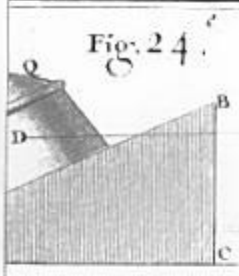


Fig. 25.

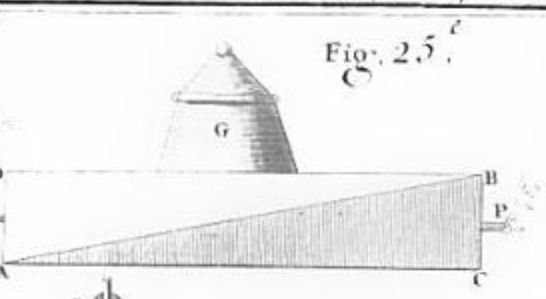


Fig. 31.

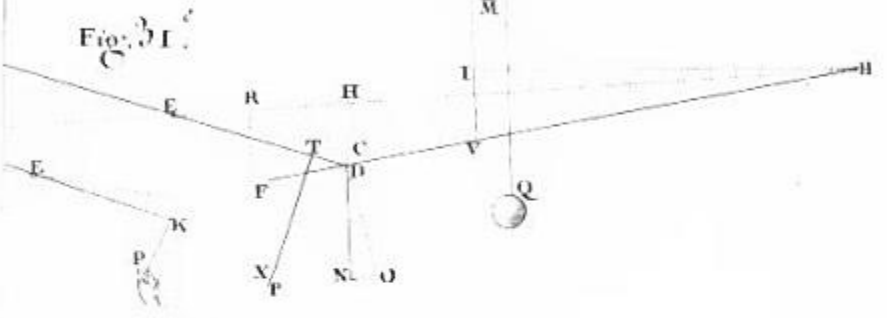


Fig. 33.

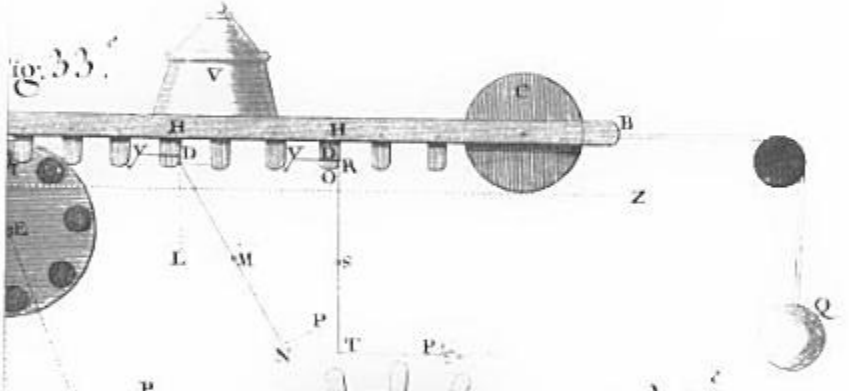
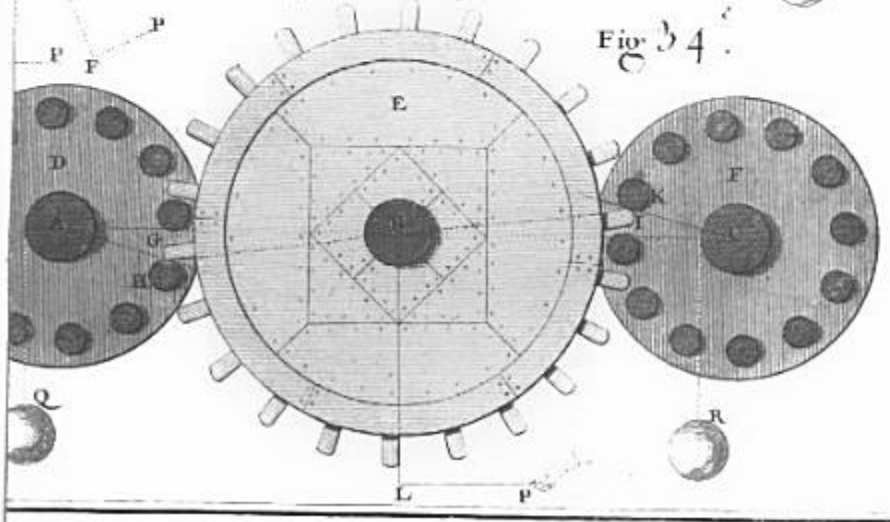


Fig. 34.



Digitized by Google

Digitized by Google

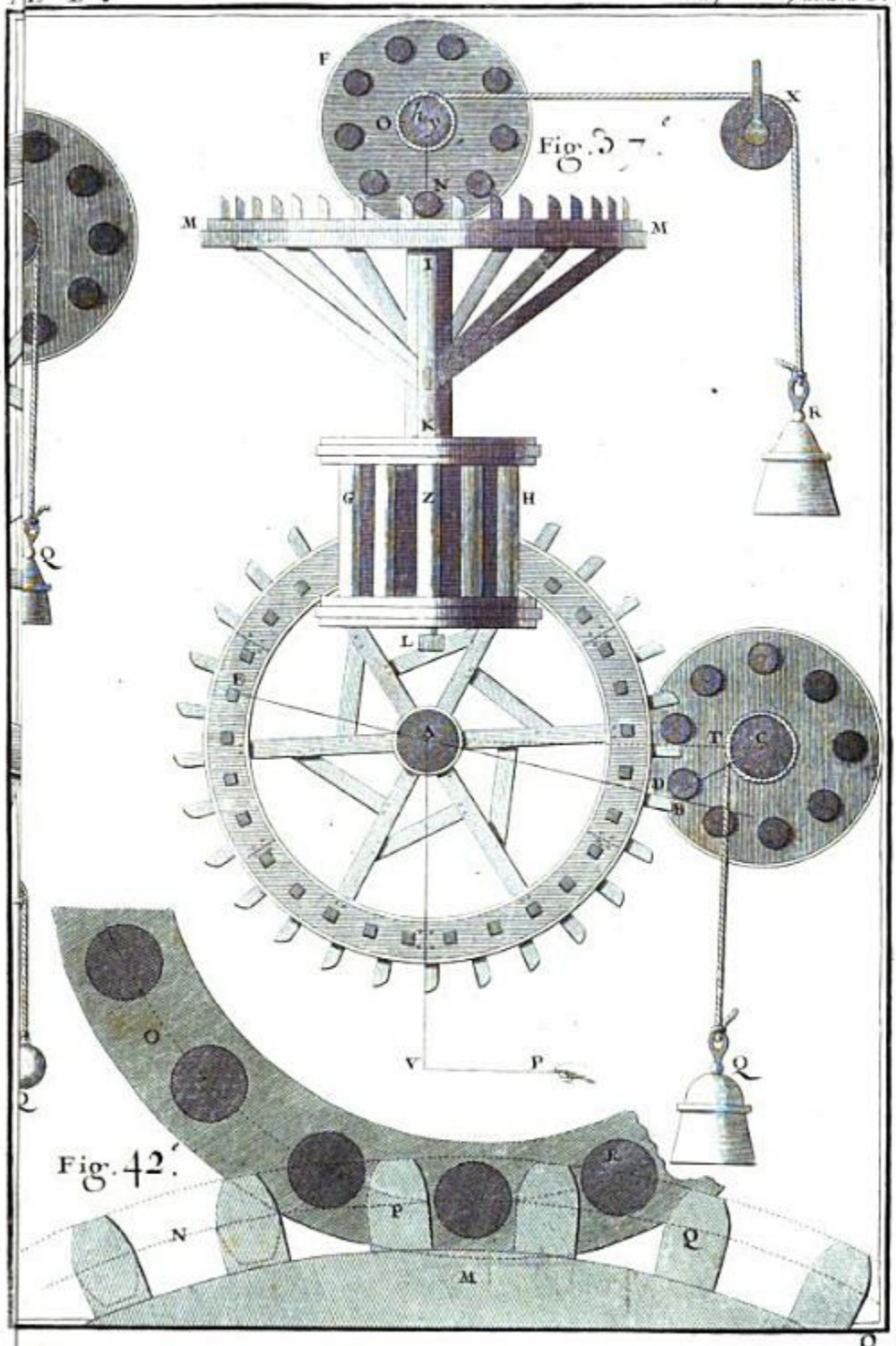


Fig. 37.

Fig. 42.

Digitized by Google

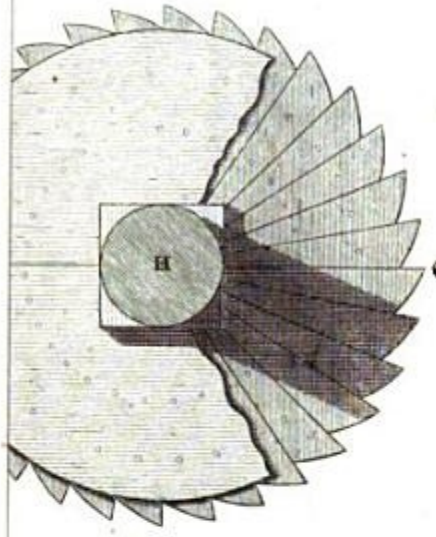
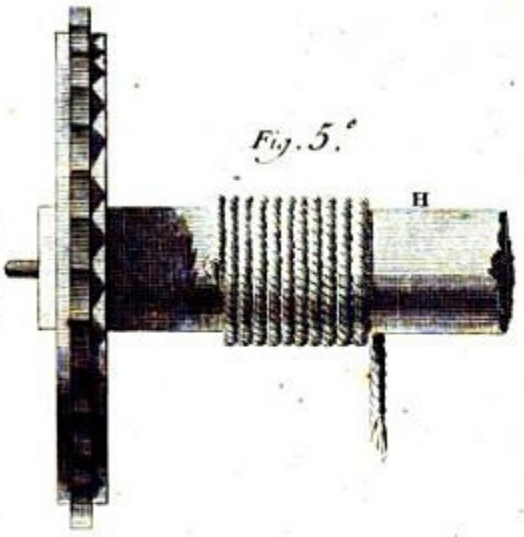
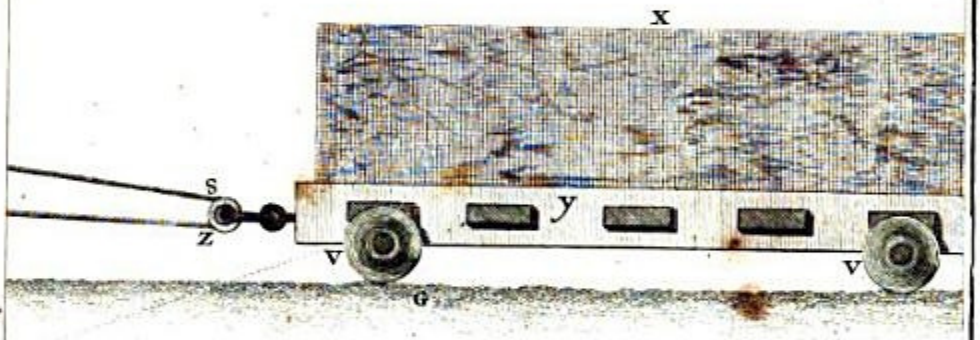


Fig. 5.e





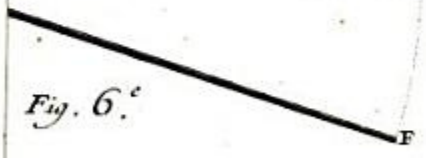


Fig. 6.e

Fig. 7.e

Digitized by Google

Digitized by Google

du levier donne environ 5 ℔ pour le frottement réduit à une des extrémités A ou B, (249) qui étant ajouté avec 117 donne 122 ℔ pour la force de la puiſſance appliquée à chacune des mêmes extrémités; comme ce poids eſt moindre que celui d'un homme, l'on voit qu'il n'en faudroit qu'un appliqué à chaque extrémité, pour mettre la Machine en mouvement.

Deſcription de quelques machines dans le goût de la précedente.

322. La ſixiéme figure repréſente une maniere de ſe ſervir du même mouvement pour élever un poids. AF eſt un levier dont le point d'appui eſt en B accompagné des deux crochets AD, CE, qui accrochent encore alternativement la roue dentée par l'action de la puiſſance appliquée au point F, qui décrit en montant & en deſcendant l'arc FG pour faire tourner la roue, par conſéquent le treuil autour duquel file la corde qui répond au poids.

323. La premiere figure dont l'objet eſt le même que celui de la précedente, comprend une différence dans la maniere de faire tourner la roue, parce qu'à l'extrémité F du levier FH dont le point d'appui eſt en G, on y a ſuſpendu un crochet FD & un rayon ſolide FE : quand la puiſſance qui eſt à l'extrémité H agit de haut en bas, le crocher D tire de bas en haut pour faire tourner la roue, & au contraire lorſque la puiſſance agit de bas en haut, le rayon ſolide pouſſe de haut en bas contre les dents pour faire auſſi tourner la roue, par conſéquent il n'y a point de tems perdu.

324. Enfin la figure ſeptiéme comprend une roue dentée ſelon la direction des rayons, & s'engraine avec un pignon R, dont l'eſſieu repond à une manivelle V qu'une puiſſance appliquée à la poignée S fait tourner pour élever le poids. Je ne m'arrête point à calculer ces trois dernieres Machines, les exemples précedens devant ſuffire pour juger de la maniere dont il faudra s'y prendre.

CHAPITRE III.

Où l'on enſeigne les Principes & les Regles de l'Hydraulique.

IL conviendroit de donner au commencement de ce Chapitre une connoiſſance exacte de la nature des liqueurs pour faire voir la cauſe de leur fluidité; mais comme on n'en peut juger par les ſens, qui ne s'étendent pas juſques-là, & qu'on n'a pas encore imaginé d'hypoteſe qui ſatisfaſſe pleinement, il faudra nous contenter de déduire de l'expérience & du raiſonnement, les regles néceſſaires pour la conduite des eaux, en commençant par expliquer la cauſe, qui fait qu'une liqueur contenue dans un vaſe ſe met toujours de *niveau*, c'eſt-à-dire que tous les points de ſa ſurface ſe trouvent également éloignés du centre de la terre.

SECTION PREMIERE.

Du Niveau des Liqueurs, & de leur Equilibre.

Lorſqu'une liqueur eſt renfermée dans un vaſe, ſa ſurface ſe met toujours de niveau.

325. Il eſt conſtant que les liqueurs, comme les autres corps peſans, tendent vers le centre de la terre, & deſcendent tant qu'elles peuvent, à moins que quelques obſtacles ne les empêchent; de l'eau verſée dans un vaſe, abandonnée à elle-même, doit toujours s'y mettre de niveau; car s'il y a d'abord une partie de ſa ſurface plus élevée que l'autre, elle deſcendra vers la plus baſſe, comme le long d'un plan incliné, ou comme le long de pluſieurs plans inclinés contigus, ſi elle fait une eſpece de courbe. S'il ſe trouve encore des endroits plus élevés que les autres, il arrivera pour chacun en particulier la même choſe; les parties les plus élevées, ſi peu qu'elles le ſoient, deſcendront au plus bas où elles puiſſent arriver: & lorſqu'il n'y aura plus d'agitation ſenſible dans la ſurface, elle ſe trouvera de niveau, puiſque ſes points ſeront également éloignés du centre de la terre, & ſe maintiendront toujours dans cet état, à moins qu'ils ne ſoient agités par quelques cauſes étrangeres.

L'on peut ſuppoſer les liqueurs diviſées par colomnes, & lorſque ces

326. Lorſque la ſurface d'une liqueur eſt de niveau, toutes les colomnes, dont cette liqueur eſt compoſée, ſont en équilibre entre-elles: Pour en juger, nous ſuppoſerons qu'on a verſé de l'eau dans un vaiſſeau priſmatique BC, & qu'on a diviſé par penſée toute cette eau en colomnes de baſes égales.

Digitized by Google

Pour que la ſurface AE de la premiere colonne BE ſoit de niveau avec la ſurface EF de la ſeconde, il faut que ces colomnes ſe contrebalancent, & tendent à ſe ſoulever mutuellement par un effort égal ſur leurs baſes, autrement ſi la premiere l'emportoit ſur la ſeconde, la ſurface de cette ſeconde s'élevant au-deſſus de celle de la premiere, ne pourra ſe maintenir dans cette ſituation, parce que n'étant point ſoutenue par les côtés, elle tombera ſur la premiere pour ſe remettre de niveau; (325) de même, la ſeconde colomne EM, ne pourra par ſon poids l'emporter ſur la troiſiéme MG, ſans que la ſurface de cette derniere ne monte, & que celle de l'autre ne deſcende; mais ces deux colomnes étant d'une égale peſanteur, il n'y a pas de raiſon que l'une l'emporte ſur l'autre. Si l'on fait le même raiſonnement pour toutes celles qui ſuivent, on verra la néceſſité qu'elles ſe ſoutiennent toutes réciproquement en équilibre.

colonnes ont leurs ſurfaces de niveau, elles ſont en équilibre entre-elles.

PLAN. I. FIG. I.

De-là vient que lorſque l'on mêle enſemble deux liqueurs, dont l'une eſt plus legere que l'autre, comme de l'huile & de l'eau, la plus peſante contraint la plus legere de s'élever vers la ſurface; cependant il ſemble que ce ſoit l'huile qui ſe ſépare de l'eau, parce que l'action de l'eau ne frappe point nos ſens, au lieu que le mouvement de l'huile s'apperçoit.

327. Quoique les colonnes EM, MG, GO, OI, IQ, QD, ſemblent s'unir contre la ſeule BE pour la ſurmonter, cette derniere ne laiſſe pas de faire elle ſeule équilibre avec toutes les autres enſemble ou ſéparées, parce qu'elles ſe diviſent entre-elles, & tendent à ſe ſoulever les unes les autres, c'eſt-à-dire que les colomnes EM, MG, GO, OI, IQ, s'uniſſent de même avec la premiere BE, contre la ſeule QD, parce que ſi chacune de ces colomnes eſt combattue par toutes les autres, elle eſt auſſi aidée par toutes les autres pour agir contre chacune d'entre-elles; d'où il ſuit que la colomne ELCD, compoſée de pluſieurs petites, n'a pas plus d'avantage ſur la ſeule BE, que celle-ci ſur la précedente; ce qui fait voir qu'une colomne de liqueur, ſi groſſe qu'elle ſoit, doit demeurer en équilibre avec le moindre filet de la même liqueur, lorſque l'une & l'autre ſont de niveau, parce que la colonne plus groſſe eſt compoſée de filets ſemblables aux premiers qui ſe combattent entre-eux, & s'uniſſent avec le premier contre chacun d'eux, comme ils s'uniſſent entre-eux contre le premier. On peut donc conclure *que ſi toutes les colomnes d'une même liqueur ſont en équilibre entre-elles, leurs ſurfaces ſont de niveau, & que ſi leurs ſurfaces ſont de niveau, ces colomnes ſont en équilibre.*

Une petite colonne de liqueur peut être en équilibre avec une plus groſſe, pourvû que leurs ſurfaces ſoient de niveau.

Digitized by Google

FIG. 2. 328. Si le vaiſſeau eſt tout autre que priſmatique, il ne s'agira que de le concevoir diviſé par tranches horiſontales, depuis le fond X juſqu'au bord AC, enſorte que chaque tranche puiſſe être regardée comme un petit priſme; verſant doucement de la liqueur le long du bord du vaiſſeau, elle ſe mettra de niveau dans le priſme RXT, enſuite dans le ſecond NT, qui aura pour baſe le premier, de-là dans le troiſiéme IP, qui aura pour baſe le ſecond, ainſi de ſuite juſqu'au dernier AG.

Une liqueur verſée dans un Siphon ſe met de niveau & en équilibre dans les deux branches, qu'elles ſoient de même groſſeur ou non.

329. Si l'on a un *Siphon*, dont on ſuppoſera d'abord les *branches* ABCD, EFGH verticales & de même groſſeur, on ne peut douter que la liqueur verſée dans la premiere branche AC, juſqu'à une certaine hauteur LM, ne monte dans l'autre branche EG, à une hauteur NO, égale à la précedente; car à cauſe du tuyau de communication CIKF, la colomne LC ſoulevera la colomne NG juſqu'à ce qu'elle lui faſſe équilibre; ces deux colomnes étant égales en groſſeur, il faudra qu'elles ſe trouvent auſſi de même hauteur pour peſer également, les deux tuyaux AC & EG, pouvant être regardés comme les baſſins d'une balance, qui contiennent des poids égaux, & le tuyau de communication comme le fleau, autour duquel les deux colomnes d'eau ſont en équilibre, par conſéquent leurs ſurfaces de niveau. (327)

FIG. 3.

330. A l'égard du tuyau de communication, il eſt évident que ſa longueur ne fait rien à l'équilibre des deux colomnes, pouvant le regarder comme nul, c'eſt-à-dire comme ſi les deux branches du Siphon étoient contigues, ſéparées ſeulement par un *diaphragme*; car tant que la communication ſera horiſontale, l'eau qu'elle contient ne pourra augmenter celle d'une des branches au préjudice de l'autre.

FIG. 4. 331. Si la premiere branche ABCD étoit plus petite que la ſeconde EFPQ, les colomnes d'une même liqueur KC & MP n'en ſeront pas moins en équilibre entre-elles, puiſque ſi l'on retranche par penſée de la ſeconde colonne, une autre MG de même groſſeur que la premiere, il eſt évident que celle-ci n'aura à combattre que la ſeule MG, qui a même baſe qu'elle. (327) Or comme la colonne MG ſera en équilibre avec le reſte de la liqueur de la branche EP, & auſſi avec la colomne KC, cette derniere ſera donc en équilibre avec toute la colomne MP.

Autre maniere de démontrer qu'une liqueur ver-

332. Ce que nous venons de dire des liqueurs verſées dans des Siphons ſubſiſtera encore, quelque figure & quelque diſpoſition qu'on donne à leurs branches; ce que l'on peut démontrer d'une maniere générale, & par une voye des plus ſimples.

Digitized by Google

ſée dans un Siphon, s'y met de niveau & en équilibre de quelque groſſeur & figure qu'en ſoient les branches.

Ayant un vaiſſeau ABCD, rempli de quelque liqueur, que ce ſoit, juſqu'au niveau IK. Imaginons que dans ce vaiſſeau il ſe forme avec la même liqueur un Siphon de glace GEMNFHQPG ſervant de diaphragme; il eſt évident que la liqueur que contiendra ce Siphon doit être dans le même état qu'elle étoit auparavant d'être ſéparée de ce qui reſte dans le vaiſſeau; mais comme avant la formation du Siphon, les parties de la liqueur qu'il contient étoient en équilibre avec elles, & les ſurfaces GE & FH de niveau, les mêmes choſes ſubſiſteront encore. FIG. 5. 6. 7. & 8.

La liqueur renfermée dans le Siphon, n'ayant rien de commun avec celle qui reſte dans le vaiſſeau, ſi on ſuppoſe que cette derniere ſoit anéantie, & que le Siphon de glace ſoit changé en quelqu'autre matiere, comme de cuivre ou de fer-blanc; l'on verra qu'une liqueur verſée dans un Siphon, de figure quelconque, ſe mettra de niveau dans les deux branches, & s'y maintiendra en équilibre, quelque inégale que ſoit la groſſeur de ces branches; cependant, malgré cette loi de la nature, il y a des cas où les liqueurs ne laiſſent pas que de s'élever au-deſſus de leur niveau, comme on en va juger.

Dans les tuyaux capillaires, l'eau s'y éleve au-deſſus de ſon niveau.

333. Si l'on a un tuyau ouvert par les deux bouts, & qu'on en plonge une partie perpendiculairement dans l'eau, elle y entre & s'y maintient au niveau de la ſurface, puiſqu'on peut la regarder comme une colomne, qui eſt en équilibre avec celles de dehors, de la même maniere qu'elle l'étoit avant d'être enfermée dans le tuyau; (327) mais ce qu'il y a de ſurprenant, c'eſt de voir que cela n'arrive point avec toutes ſortes de tuyaux, & qu'aux tuyaux *capillaires*, c'eſt-à-dire, qui ont un fort petit diamétre, comme ceux que l'on employe aux Barométres, l'eau y monte au-deſſus du niveau de celle qui eſt dehors, & d'autant plus que le diamétre eſt petit.

Meſſieurs Geoffroy & Carré ont fait pluſieurs expériences rapportées dans les Memoires de 1705, par leſquelles l'on voit que l'eau s'eſt élevée de 10 lignes dans un tuyau de $\frac{1}{3}$ de ligne de diamétre, de 18 lignes dans un autre dont le diamétre étoit de $\frac{1}{6}$ de ligne, & de 30 dans un autre dont le diamétre n'étoit que de $\frac{1}{10}$ de ligne; que ſi on plonge les mêmes tuyaux dans d'autres liqueurs, elles ne s'y élevent pas autant que fait l'eau.

Pluſieurs Sçavans ont donné à ce Phenomene, des explications différentes; la ſeule qui s'eſt rencontrée juſte, eſt celle qui attribue l'élevation de l'eau dans ces ſortes de tuyaux, à l'adhérance

de la même eau, aux parois intérieurs, contre leſquels elle eſt en partie ſoutenue; mais cette raiſon ne pouvoit paſſer que pour une conjecture qui avoit beſoin d'une preuve qui la fit valoir, à l'excluſion de tout ce qui avoit été dit là-deſſus, & c'eſt ce qu'a fait M. Carré.

Raiſon de la propriété des tuyaux capillaires.

334. Nous venons de voir que toutes les colomnes d'eau tendent par leur peſanteur à de ſcendre & à s'élever les unes les autres, & que ce n'eſt que l'égalité de leur force qui les met toutes de niveau. (327) Or s'il arrivoit qu'une de ces colomnes ſe trouvât moins peſante que les autres, auſſi-tôt elle doit être élevée au-deſſus des autres, juſqu'à la hauteur néceſſaire pour l'équilibre. Quand on met ſur la ſurface de l'eau un tuyau capillaire, les gouttes d'eau compriſes dans ſon ouverture, s'attachant dans l'interieur du petit cercle qui la forme, en ſont ſoutenues en partie, & par conſéquent ſont d'autant moins peſantes par rapport à toute l'eau qui péſe librement ſur le fond du Vaiſſeau; alors la colomne d'eau, qui répond à l'ouverture du tuyau capillaire, exerce moins ſa peſanteur ſur le fond du Vaiſſeau, que les autres colomnes dont elle eſt environnée; ainſi ces dernieres la doivent élever dans le tuyau capillaire juſqu'à une hauteur où elle regagne par une plus grande quantité d'eau le poids qu'elle a de moins par rapport au fond du Vaiſſeau, pour être en partie ſoutenue par les gouttes d'eau qui ſont adhérantes au tuyau. Il ſuit que plus le diamétre du tuyau eſt petit, plus l'eau qui eſt dedans doit s'élever au-deſſus du niveau de l'autre, parce qu'ayant plus de ſurface à proportion, un plus grand nombre de goutes d'eau y ſeront ſoutenues, & celles du milieu auront d'autant plus de points d'appui de la part des précedentes, que le tuyau eſt plus étroit. Le corps humain étant une machine hydraulique, compoſée d'une infinité de tuyaux qui ſont preſque tous capillaires, la connoiſſance de ces tuyaux eſt très importante pour la perfection de l'anatomie.

Les Liqueurs montent d'elles-mêmes le long d'une bande d'étoffe, & ſortent du vaſe où elles ſont renfermées.

PLAN. 1, FIG. 9.

335. Voici encore un expérience qui paroît contraire à l'équilibre que les liqueurs gardent entre-elles. Ayant un vaſe AB, de figure arbitraire, dans lequel on a mis de l'eau, ou toute autre liqueur juſqu'à une hauteur quelconque CD; ſi l'on prend une bande d'etoffe, & qu'on la trempe dans de l'eau, ou dans une pareille liqueur, qu'enſuite on mette cette bande ſur le bord du vaſe, enſorte qu'une partie GH trempe dans la liqueur, & que l'autre FE ſoit hors du vaſe, & aſſez longue pour que ſon extrémité E ſoit au-deſſous de la ſurface CD de la liqueur, on verra cette liqueur monter le long de la bande, ſe répandre goutte à goutte par

Digitized by Google

l'extrémité E, & le vaſe ſe vuider totalement, ſi l'extrémité H atteint juſqu'au fond.

Cette experience eſt ſi commune, que les Jardiniers s'en ſervent pour arroſer continuellement des plantes qui ont beſoin d'être entretenues humides; mais les Chymiſtes en font un uſage, qui mérite d'être rapporté par ſa ſingularité. Lorſqu'ils ont pluſieurs liqueurs mêlées, qu'ils veulent ſéparer, ils trempent des bandes d'étoffe, chacune dans une de ces liqueurs pure, diſpoſent enſuite ces bandes ſur le bord du vaſe, & chacune diſtile la liqueur où elle a été trempée; ce Phénomene arrivant dans le vuide comme dans le plein, on n'en a pas encore apperçu la cauſe, qu'on ne peut attribuer à une impreſſion inégale de l'air extérieur & intérieur au vaſe.

Avant de continuer ce que nous avons à dire ſur les différens effets des liqueurs, il eſt à propos d'en déterminer le poids, & particulierement celui de l'eau, afin d'être plus à portée d'entendre les calculs numeriques, par leſquels nous appliquerons la théorie à la pratique pour en rendre les regles plus familieres.

Maniere de meſurer exactement la peſanteur ſpécifique des liqueurs

336. Pour comparer les peſanteurs *ſpécifiques* de différentes liqueurs, on ſe ſert d'un Inſtrument appellé *Aréometre*, imaginé par M. Homberg. Il eſt compoſé d'une petite phiole E qui a deux goulets AB, DC fort étroits, mais dont le ſecond doit l'être encore plus que le premier; on verſe par l'ouverture A, avec un entonnoir F la liqueur qu'on veut peſer, laquelle à meſure qu'elle tombe dans la capacité E, en chaſſe l'air par le tuyau CD. On marque exactement un endroit G, ſur le goulet AB où la liqueur arrive, & ayant peſé la phiole avec cette liqueur dans de bonnes balances, on en retranche le poids de l'Aréometre vuide, ce qui donne le poids de la liqueur qu'on y a verſé; on vuide enſuite l'Aréometre, & l'ayant bien nettoyé, on le remplit d'un autre liqueur, juſqu'à la même marque G, qu'on peſe comme la premiere pour avoir le rapport des peſanteurs ſpécifiques de ces deux liqueurs, ainſi des autres.

Un vaſe rempli d'une même liqueur, en contient plus en hyver qu'en été.

337. Comme les liqueurs ſont ſujettes à ſe *dilater* dans le chaud, & à ſe reſſerrer dans le froid, M. Homberg rapporte des expériences ſur le poids des liqueurs, où il marque combien elles ont peſé dans la plus grande chaleur de l'Eté, & dans le plus grand froid de l'Hyver, afin que par-là on puiſſe ſçavoir à peu de choſe près la différence qu'il pourra y avoir de ces deux extrémités, au tems dans lequel on peut ſe ſervir de l'Aréometre.

Digitized by Google

338. Pour l'intelligence de cette Table, on remarquera que la livre vaut deux *marcs* ou 16 onces, 1 once 8 *gros* ou 8 *dragmes*, le gros 3 *deniers* ou ſcrupules, & le denier 24 *grains*; ainſi le gros vaut 72 grains. J'ajouterai que le *Quintal* eſt un poids de 100 ℔, que le *Tonneau*, en terme de Marine, péſe 2000 ℔, la *Barique* 500 ℔, & que le *Leſte* eſt de deux tonneaux ou de 4000 ℔.

En France, on parle par Tonneau, pour exprimer le port des Vaiſſeaux, quand on dit qu'un Vaiſſeau eſt du port de 100 Tonneaux, on entend qu'il peut porter une charge de 200000 ℔.

TABLE

Digitized by Google

TABLE

Des Poids de pluſieurs Liqueurs d'uſage pour un Pouce Cubique.

Noms des Liqueurs.	Pour l'Eté.			Pour l'Hyver.		
	Onces.	Gros.	Grains.	Onces.	Gros.	Grains.
Mercure.	8	5	60	8	6	8
Huile de Vitriol.	0	7	59	0	7	71
Eſprit de Vitriol.	0	5	33	0	5	38
Eſprit de Sel.	0	5	49	0	5	55
Eſprit de Nitre.	0	6	24	0	6	44
Eau Forte.	0	6	23	0	6	35
Eſprit de Soufre.	0	5	34	0	5	39
Vinaigre commun.	0	5	15	0	5	21
Vinaigre diſtillé.	0	5	11	0	5	15
Vin de Champagne.	0	4	66	0	4	70
Vin de Bourgogne.	0	4	67	0	4	75
Eau-de-Vie.	0	4	48	0	4	57
Eſprit de Vin.	0	4	32	0	4	42
Bierre blanche.	0	5	1	0	5	9
Bierre rouge.	0	5	2	0	5	7
Cidre.	0	5	0	0	5	6
Lait de Vache.	0	5	20	0	5	25
Lait de Chévre.	0	5	24	0	5	28
Lait d'Aneſſe.	0	5	17	0	5	21
Petit-Lait.	0	5	14	0	5	19
Urine.	0	5	14	0	5	19
Eſprit d'Urine.	0	5	45	0	5	53
Huile de Tartre.	0	7	27	0	7	43
Huile d'Olives.	0	4	53	Ces deux Huiles congelées n'ont pû entrer dans l'Arréométre.		
Huile d'Amandes.	0	4	52			
Huile de Terebentine.	0	4	39	0	4	46
Eau de Mer.	0	6	12	0	6	18
Eau de Riviere.	0	5	10	0	5	13
Eau de Puits.	0	5	11	0	5	14
Eau diſtillée.	0	5	8	0	5	11

Digitized by Google

AUTRE TABLE De plusieurs Liqueurs les plus utiles pour un Pied Cubique, tirée de la précédente.

Noms des Liqueurs.	En Eté.		En Hyver.	
Mercure.	942 ℔	14 onc. ½	946 ℔	10 onces.
Vinaigre commun.	70	5	71	7
Vin de Champagne.	66	6	67	2
Vin de Bourgogne.	66	9	68	1
Eau-de-Vie.	63	0	64	11
Bierre blanche.	67	11	69	3
Bierre rouge.	67	14	68	13
Cidre.	67	8	68	10
Huile d'Olives.	63	15		
Eau de Mer.	83	4	84	6
Eau de Riviere.	69	6	69	14
Eau de Pluye.	69	9	70	2

En France un certain volume d'air, pese en Hyver le double de ce qu'il pese en Eté.

339. Quoique l'*Air* ne doive pas être mis au rang des Liqueurs, puisqu'il est un *fluide*, & non pas un *liquide*; J'ajoûterai cependant qu'en France un pied cube d'air pese en Eté 7 gros 9 grains, & en Hyver 14 gros 19 grains; ainsi en Hyver il pese à peu près le double de ce qu'il pese en Eté, selon les Expériences de M. Homberg, comme nous le ferons voir dans le quatriéme Chapitre.

Experiences de divers Auteurs sur le poids de l'eau douce.

340. Comme le poids de l'eau nous interesse plus que celui de toutes les autres liqueurs, par le fréquent usage que nous en ferons par la suite, voici le résultat de plusieurs Experiences qui ont été faites à ce sujet.

M. Mariotte dans son Traité du mouvement des Eaux, rapporte qu'il a trouvé qu'un pied cube d'eau douce pese 70 ℔.

On le déduit des Experiences de M. Romer de 69 ℔ 12 onces.

De celles de M. Homberg de 69 ℔ 10 onces, pris moyennement.

De celles de M. l'Abbé Picard de 69 ℔ 9 onces, 3 dragmes, 20 grains.

Digitized by Google

De celles de M. de la Hire & Boulduc de 69 ℔ 1 once, 4 dragmes, 20 grains.

Ces varietés viennent ſans doute des differentes temperatures de l'air, dans le tems que ces expériences ont été faites.

Nous prendrons avec M. Mariotte le poids *d'un pied cube* d'eau douce de 70 ℔ : je n'ai pas fait difficulté de le ſuppoſer quelquefois de 70 ℔ $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$, ſelon que j'en ai tiré plus de facilité pour dreſſer les Tables qu'on trouvera par la ſuite, ayant cru pouvoir en uſer de la ſorte dans le calcul des Machines miſes en mouvement par l'action des courants, ſans tomber dans aucune erreur ſenſible, vû que M. de la Hire, & après lui M. Pitot, l'ont ſuppoſé de 72 ℔, pour éviter l'embarras que donnent les fractions.

Le poids le plus ordinaire d'un pied cube d'eau douce eſt de 70 ℔.

341. Le pied cube d'eau peſant 70 ℔, le pied *cylindrique* peſera 55 ℔.

Poids des différentes meſures qui ſont en uſage pour le calcul des eaux.

Une colonne d'eau qui auroit un pouce quarré de baſe, ſur un pied de hauteur, étant la cent quarante-quatriéme partie d'un pied cube, peſera 7 onces, 6 gros, 16 grains. Par la même raiſon une colomne qui auroit pour baſe un cercle d'un pouce de diamétre, & pour hauteur un pied, peſera 6 onces & 64 grains, mais nous l'eſtimerons de 6 onces & 1 gros, pour nous en ſervir plus commodément, la différence de 8 grains ne méritant point qu'on en tienne compte, vû qu'elle n'auroit pas lieu ſi le pied cylindrique étoit eſtimé de 55 ℔ 2 onces, ou le pied cube de 70 ℔ 2 onces, & environ 4 gros.

La toiſe cubique d'eau peſera 15120 ℔.

La toiſe cylindrique 11880 ℔.

Le pouce cubique 5 gros & 13 grains.

Le pouce cylindrique 4 gros & 13 grains.

La *Pinte* de Paris d'eau douce peſe 31 onces, 64 grains; mais on l'eſtime ordinairement de 2 livres, la différence n'étant que de 8 grains; ainſi le pied cube d'eau contient 35 pintes.

Le muid d'eau contient 8 pieds cubes, & peſe 560 ℔, contient par conſéquent 280 pintes.

342. Pour eſtimer la quantité d'eau que fournit continuellement une Fontaine, ou une Machine, on ſe ſert d'une meſure que l'on nomme communément *Pouce d'eau*, qui eſt principalement en uſage parmi les Fontainiers; *cette meſure eſt de 14 pintes, ou de 28 livres d'eau écoulée pendant une minute.* Par exemple, ſi l'on avoit une Machine qui fit monter au réſervoir dans chaque minute 140 ℔ d'eau, ou 70 pintes ou deux pieds cubes, diviſant le pre-

Le pouce d'eau eſt une meſure de 14 pintes, ou de 28 ℔ d'eau écoulée dans le tems d'une minute.

mier nombre par 28, ou le ſecond par 14, le quotient donnera 5 pour la quantité de pouces d'eau que fournit cette Machine.

Le poids d'un pied cube d'eau, eſt à celui d'un pied cube de Mercure, à peu-près dans le rapport de 2 à 27.

343. Si en ſuivant la ſeconde Table, on prend le rapport du poids de l'eau à celui du Mercure, comme 70 eſt à 946, qui eſt à peu-près celui de 2 à 27, il faudra pour qu'une colomne d'eau ſoit en équilibre avec une colomne de Mercure de même baſe, que la hauteur de la premiere ſoit à celle de la ſeconde, comme 27 eſt à 2, ou comme 13 ½ eſt à 1; *ainſi ayant une colomne de Mercure d'un pied de hauteur, il faut pour que la colomne d'eau de même baſe lui faſſe équilibre, qu'elle ait* 13 *pieds* 6 *pouces de hauteur.*

SECTION II.

De l'Action verticale de l'eau contre les Parois des Vaiſſeaux qui la contiennent.

Une des proprietés des Liqueurs, qu'il importe le plus de bien développer, eſt l'effort qu'elles font en tout ſens, contre les Parois des Vaiſſeaux qui les renferment, ce qui vient du mouvement perpetuel de leurs parties, qui étant détachées les unes des autres ne cherchent qu'à s'échapper. La cauſe de ce mouvement, comme je l'ai déja dit, n'a pas encore été bien expliquée; mais ſans nous en mettre en peine, le fait nous ſuffit, ne voulant point entrer dans une diſſertation Phyſique, qui ne feroit que nous diſtraire de notre objet principal, ſans nous éclairer davantage.

Maniere de calculer l'effort d'une puiſſance appliquée à un Piſton.

344. Ayant un tuyau droit ABCD, ouvert par les deux bouts, maintenu fixe contre une ſurface verticale, je dis que ſi on introduit dans ce tuyau par le bout d'en bas, un *Piſton* GHI, pour lui ſervir de fond, & qu'on verſe de l'eau juſqu'à une hauteur quelconque EF, la puiſſance appliquée à ce Piſton ſoutiendra un poids égal à celui de la colomne d'eau renfermée dans le tuyau.

FIG. 11.

Si l'on fait attention que les Liqueurs ont cela de propre, que le mouvement de leurs parties en tout ſens, & l'effort qu'elles font de côté pour ſe dérober à la preſſion de celles dont elles ſont chargées, ne diminuent rien de l'action de leur peſanteur, qui les fait tendre vers le centre de la terre, comme tous les autres corps; l'on verra que la puiſſance P ſe trouvant dans la ligne de direction KL; tirée du centre de gravité de la colomne GEFH, ne peut empêcher cette colomne de deſcendre ſans en ſoutenir tout le poids.

Une autre preuve encore que cette puiſſance eſt en équilibre

Digitized by Google

avec le poids de la colomne d'eau qu'elle ſoutient, c'eſt que ſi elle pouſſoit le piſton de bas en haut, pour le faire monter, cela ne pourroit arriver ſans que la colomne d'eau n'eût la même viteſſe, par conſéquent la même quantité de mouvement. (89.)

Pour eſtimer l'effort que fait la puiſſance, nous ſuppoſerons que le diamétre du tuyau, ou celui du Piſton, eſt de 5 pouces, & que la haureur EG eſt de 18, les ſuperficies des cercles étant comme les quarrés de leurs diamétres, l'on peut en ſe ſervant du poids du pied cylindrique d'eau que nous avons trouvé de 55 ℔; (342) dire, comme le quarré de 12 eſt au quarré de 5, ou comme 144 eſt à 25; ainſi 55 eſt à un quatriéme terme qu'on trouvera de 9 ℔ 8 onces, 6 gros & $\frac{1}{9}$ pour le poids d'un cylindre d'eau, qui auroit pour baſe un cercle de 5 pouces de diamétre, & pour hauteur un pied; mais comme la colomne dont il s'agit, a un pied & demi de hauteur, ſon poids ſera donc de 14 ℔, 5 onces, 1 gros $\frac{1}{3}$.

345. On remarquera que ſi le cercle GH du Piſton étoit plus petit que le fond AD, la puiſſance P ne ſoutiendroit plus que le poids de la colomne d'eau LIKM qui a pour baſe le cercle du Piſton, & pour hauteur celle du niveau de l'eau, au-deſſus du même Piſton, puiſqu'il ne peut ſoutenir que les filets d'eau, auſquels il ſert d'appui, tous les autres qui font la différence des colonnes AEFD & LIKM, étant appuyés ſur le fond AD. On peut ajouter que ſi la puiſſance faiſoit jouer le Piſton pour élever la colonne qu'elle ſoutient, elle auroit plus d'aiſance que ſi cette colomne étoit renfermée dans un tuyau, où il faudroit ſurmonter la réſiſtance que peut cauſer le frottement, ou pour mieux dire, la *friction* de l'eau contre ſes Parois. FIG. 12.

Ces exemples nous ſerviront dans la ſuite pour calculer l'effort d'une puiſſance appliquée à une pompe refoulante. Comme les autres qu'on va voir ne ſont pas rapportées ſans deſſein, je prie ceux qui font peu de cas des détails, de ne point trouver à redire, s'il paroit que j'y entre un peu trop.

346. Ayant un Siphon compoſé de deux branches AB, CD, de même diamétre, qu'il y ait dans la ſeconde un Piſton ILK, placé à une hauteur déterminée IK, verſant de l'eau dans la premiere branche, juſqu'à la hauteur EF, elle ne pourra ſe mettre de niveau dans la ſeconde, à cauſe de l'obſtacle que préſente le Piſton; ſi l'on tire la ligne horiſontale GK, les colomnes AH & *L'eau pouſſe de bas en haut avec une force déterminée les corps qui l'empê-*

chent de monter à ſon niveau.

MK ayant leurs ſurfaces de niveau, ſeroient en équilibre, ſi elles faiſoient un effort égal ſur leur baſe pour ſe ſurmonter l'une l'autre: mais comme la premiere ſoutient tout le poids de la colomde GF, la compoſée des deux AF étant plus haute que l'autre MK, pouſſera avec le poids de la partie GF cette derniere de bas en haut, pour la faire monter au niveau EQ, ainſi faiſant abſtraction du frottement & de la peſanteur du piſton, il faudra pour empêcher qu'il ne céde à l'effort que fait la colomne MK pour s'élever, qu'il ſoit chargé d'un poids égal à celui de la colomne GF, ce qui eſt trop naturel pour avoir beſoin d'autre preuve.

FIG. 13.

Une petite colomne ou filet d'eau, peut élever un corps fort peſant.

347. Nous avons vû, (331) que quoique les branches d'un Siphon fuſſent d'inégale groſſeur, l'eau de la petite OQ n'en étoit pas moins en équilibre avec celle de la groſſe MK, dès que leur ſurfaces étoient de niveau, parce que la petite eſt en équilibre, avec toutes celles dont la groſſe eſt compoſée; ſi l'on verſe de l'eau dans le petit tuyau RO juſqu'à la hauteur N, la colomne NO fera effort pour élever toutes celles de la branche MK juſqu'au niveau EQ, leſquelles pouſſeront le piſton IK de bas en haut avec autant de force que le faiſoit la colomne GF; par conſéquent il faudra pour maintenir le piſton à la hauteur IK, qu'il ſoit encore chargé d'un poids égal à celui de cette colomne.

PLAN. 2. FIG. 14.

Comme la groſſeur de la branche NO eſt indifférente, l'on voit que ſi elle étoit réduite à ne contenir qu'un filet d'eau, ce filet ſeul ſoutiendroit en équilibre le poids dont le piſton eſt chargé, ce qui eſt aiſé à démontrer.

Nous ſuppoſerons que la ſuperficie du cercle du filet NQ, eſt la milliéme partie de celle du diamétre GH ou IK; ainſi la peſanteur de ce filet ſera la milliéme partie de la colomne GF, ou du poids dont le piſton eſt chargé. Si l'on ſuppoſe que le piſton deſcende de la hauteur d'une ligne, cela ne pourra arriver, ſans qu'il ne paſſe dans le tuyau OR mille petites colomnes qui auront chacune une ligne de hauteur, & pour diamétre celui du filet NQ, & ſans que ce filet ne monte dans le tuyau, & ne faſſe dans le même tems un chemin mille fois plus grand que celui qu'aura fait le piſton; d'où il ſuit que le poids du filet & celui du piſton étant dans la raiſon réciproque de leur viteſſe, ces deux poids ſont en équilibre. (89)

Il ſuit que ſi le filet NQ avoit 10 pieds de hauteur, & le piſton IK un pied de diamétre, il faudroit que le poids dont le piſton ſeroit chargé fût de 550 ℔ pour être en équilibre avec ce filet, quand même il ne contiendroit que la peſanteur d'une once d'eau,

Digitized by Google

c'eſt pourquoi cette Machine eſt nommée *Levier* d'eau.

348. Un ſeul filet d'eau pouvant être en équilibre avec une infinité d'autres unis ou ſéparés, l'on remarquera qu'ayant un tuyau FN, plus gros dans le bas que dans le reſte de ſa hauteur pour y adapter tout autour une quantité d'autres petits tuyaux AB, répondans à un cylindre DE, fermé par un piſton; que verſant de l'eau par l'orifice F pour remplir tous ces tuyaux & leurs cylindres; le ſeul filet GN ayant 12 pieds de hauteur, & chaque cylindre un pied de diamétre, ce filet ſeul ſoutiendra autant de fois 550 lb, que cette Machine qui reſſemble aſſez à un luſtre aura de branches. FIG. 15.

Puiſque la longueur & la groſſeur du tuyau de communication OM (Fig. 14) ne contribue qu'indirectement, à l'effet que nous avons décrit dans l'art. 329, l'on peut ſupprimer ce tuyau (330) & faire voir les mêmes choſes avec une machine encore plus ſimple que le Siphon. FIG. 16.

349. Il s'agit d'un cylindre ABCD attaché à une ſurface verticale, ayant pour fond le cercle KL d'un piſton, & fermé par le haut avec une plaque de métal, ſoudée de façon à ne pouvoir être détachée, quelque effort qu'elle ait à ſoutenir; au milieu eſt un trou répondant à un tuyau FE, qui n'aura, ſi l'on veut, qu'une ligne de diamétre. Je dis que ſi l'on remplit avec de l'eau ce cylindre & le tuyau ſur la hauteur EG, la puiſſance appliquée au piſton ſoutiendra un poids égal à celui d'une colomne KHIL, qui auroit pour baſe le cercle du piſton, & pour hauteur celle du filet GN.

L'effort d'une puiſſance qui ſoutient un Piſton, eſt toujours égale au poids de la colomne d'eau, qui auroit pour baſe le cercle du Piſton, & pour hauteur celle du niveau de l'eau au-deſſus du même Piſton.

Pour le prouver, remarquez que le filet GN étant plus haut que tous les autres OR renfermés dans le cylindre KbCL, ces derniers tendans à s'élever au niveau HI, pouſſeront la ſurface BC de bas en haut, avec une force égale au poids de la colomne BHIC, moins la peſanteur du filet GE.

Si l'on fait attention qu'une puiſſance, de quelque nature qu'elle ſoit, ne peut faire aucun effort, en pouſſant ou en preſſant un corps ſans un point d'appui, qui eſt toujours chargé de l'effort que fait cette puiſſance, l'on verra que tous les filets comme OR ayant pour appui le cercle du piſton, ne pourront pouſſer de bas en haut la ſurface BC qu'ils ne pouſſent de haut en bas, avec la même force le fond KL, par conſéquent la puiſſance aura à ſoutenir l'action d'une force égale au poids d'une colomne d'eau, telle que BHIC, & comme d'autre part elle ſoutient réellement le poids de celle qui eſt contenue dans le cylindre KBCL, elle ſoutiendra donc l'action d'une force équivalente au poids de la colomne KHIL.

Digitized by Google

On peut ajouter pour ſeconde preuve, que ſi le cercle du filet GN étoit la milliéme partie de celui du piſton, la puiſſance ne pourroit faire deſcendre ce piſton d'une ligne, ſans que le niveau G du filet GN ne fit en deſcendant un chemin mille fois plus grand; & comme dans l'état d'équilibre, le poids de ce filet & la puiſſance P doivent être dans la raiſon réciproque de leur viteſſe, ou des eſpaces parcourus dans le même tems, (89) il ſuit qu'il faut néceſſairement que la puiſſance ſoit équivalente au poids d'un filet mille fois plus grand que celui de GN, ou à celui d'une colomne d'eau KHIL.

FIG. 17. Suppoſant que le cylindre ABCD ſoit ſemblable en tout au précédent, avec cette différence ſeulement que le tuyau au lieu d'être ſitué ſur le fond ſupérieur BC ſoit adapté à la ſurface BA, je dis qu'il arrivera encore la même choſe. Pour en être convaincu, il faut prolonger la ligne horiſontale NM, & prendre la ligne MQ pour un diaphragme, qui partage le cylindre KBCL en deux parties. Si l'on regarde les tuyaux FN, & MBCQ, comme les branches d'un Siphon, dont NM eſt la communication, le ſeul filet d'eau GN ſera cauſe que tous ceux dont la branche MBCQ eſt compoſée, pouſſeront de bas en haut la ſurface BC, avec une force égale au poids de la colomne d'eau, qui auroit pour baſe le cercle BC, & pour hauteur GE ou HB; (347) mais comme nous venons de voir que cela ne peut arriver, ſans que le fond MQ ne ſoit preſſé de bas en haut par une force équivalente au poids de la colomne MHIQ, ſi l'on ſupprime le diaphragme MQ, la preſſion précedente, n'ayant alors d'autre appui que le cercle KL du piſton, qui eſt auſſi chargé du poids de l'eau, compriſe dans la partie KMQL, le piſton ſoutiendra un poids égal à celui de la colomne d'eau KHIL.

PLAN. 2. FIG. 18. 350. Il ſuit de l'article précédent, que ſi l'on a un vaiſſeau AH, ſemblable à l'étui d'un miroir de toilette, bien fermé de toute part, & qu'à une des petites faces EH, on ait adapté un tuyau recourbé KNF, que verſant de l'eau par l'orifice F pour remplir le vaiſſeau & le tuyau juſqu'à la hauteur G, le ſeul filet GN ſera que le fond ARQE ſera preſſé par un poids équivalent à celui de l'eau, que pourroit contenir le parallelepiede AMPQ, qui auroit ce fond pour baſe, & pour hauteur celle du niveau G de l'eau du tuyau, au-deſſus du même fond, & que la ſurface ſupérieure ſera pouſſée de bas en haut avec une force égale au poids de l'eau que peut contenir le parallelepipede CMOD.

La force de l'eau qui

351. Comme la diſtance DE des deux ſurfaces oppoſées RE & BH

BH eſt indifférente à l'action de l'eau qui pouſſe la ſeconde de bas en haut; on voit qu'on les peut approcher l'une de l'autre, auſſi près que l'on voudra, pourvû qu'elles ne ſe touchent point; l'eau du tuyau fera toujours ſon effet, par conſéquent dans ce cas ci, comme dans les précedens, ce n'eſt pas la quantité de l'eau dont on ſe ſert qui en augmente l'action, qui ne dépend que de ſon élevation dans le tuyau, & de l'étendue de la baſe, ſur laquelle elle eſt répandue.

agit ſelon une direction verticale, ne dépend pas de ſa quantité, mais ſeulement de ſa hauteur, & de l'étendue de la ſurface qu'elle pouſſe.

Suppoſant que les ſurfaces CD & AQ ſoient chacune d'une toiſe quarrée, & ſi près l'une de l'autre, qu'on puiſſe faire abſtraction de leur intervalle, donnant 24 pieds de hauteur au filet GN, chaque ſurface ſera pouſſée dans un ſens oppoſé par une force de 60480 ℔; & ce qu'il y a de plus ſurprenant, c'eſt qu'un tel effet peut être produit par le ſeul poids de 3 ou 4 onces d'eau.

352. Il faut avouer qu'il n'y a rien dans la nature qui ſoit plus digne d'admiration, & qui tienne plus du merveilleux que cette proprieté des liqueurs, dont il n'eſt pas aiſé de perſuader la plûpart des gens, quoique fort éclairés ſur toute autre choſe, comme je l'ai éprouvé dans pluſieurs occaſions; cependant c'eſt un fait atteſté par l'expérience, & auquel la raiſon ne peut rien oppoſer de ſolide; j'en ai fait pluſieurs de différentes eſpeces, en voici une qui ſuffira pour juger des autres.

Expérience ſur la pouſſée de l'eau.

Je me ſuis ſervi de deux planches, ayant chacune un pied quarré, ſur 30 lignes d'épaiſſeur, les ayant placé l'une au-deſſus de l'autre, à la diſtance de 3 pouces; j'ai cloué tout autour une bande de cuir, en appliquant du *Calfas* ſur les bords, & en ai formé une eſpece de ſoufflet qui avoit la figure d'un parallelepipede, après avoir pris toutes les précautions convenables pour empêcher que l'eau, dont il devoit être rempli, ne pût s'échapper par les côtés, on a attaché horiſontalement & d'une maniere inébranlable, la ſurface ſupérieure à une poutre poſée ſur deux appuis, de façon qu'on pouvoit faire jouer le fond inférieur de bas en haut. Aux quatre coins de ce fond étoient des anneaux de fer, répondans à des cordes ſuſpendues à un bras de balance, enſuite on a chargé l'autre bras autant qu'il le falloit, pour que le fond inférieur de la Machine fût appliqué contre le ſupérieur; ce dernier étoit percé de deux trous, à l'un deſquels étoit adaptée verticalement une fontaine ou robinet qui devoit être ouvert ſeulement pour laiſſer évacuer l'air, lorſqu'on verſoit l'eau qui devoit entrer dans le ſoufflet, à l'autre étoit un tuyau de cuivre, ayant intérieurement 3 lignes de diamétre ſur 10 pieds de hauteur, attaché le long d'une

ſolive, arrêtée ſolidement par ſes deux bouts.

La queſtion étoit de ſçavoir ſi en verſant de l'eau dans le tuyau elle enleveroit un poids de 700 lb, qui eſt celui d'une colomne d'eau qui auroit un pied quarré de baſe & 10 pieds de hauteur, c'eſt ce qui eſt arrivé dès qu'on a eu verſé environ 3 pintes d'eau; on remarquoit même que la viteſſe du poids devenoit plus ſenſible à meſure qu'il s'élevoit; car comme en verſant l'eau on avoit ſoin d'entretenir toujours plein un entonnoir ſoudé au ſommet du tuyau, l'eau dont le ſouffle ſe rempliſſoit, augmentoit par ſon poids l'action de celle du tuyau.

Explication de la cauſe qui fait bomber les Radiers des grandes Ecluſes.

353. On ne doit plus s'étonner ſi l'on voit quelquefois les *Radiers* des Ecluſes *ſe bomber*, c'eſt-à-dire s'élever dans leur milieu, comme cela eſt arrivé aux grandes Ecluſes de Mardick, quelque tems avant leur démolition, ce qui étoit cauſe qu'on ne pouvoit manœuvrer les portes d'Aval qu'avec de grandes difficultés. J'ai vû d'habiles gens fort en peine pour en découvrir la cauſe, mais comme elle n'étoit point ſenſible, ils l'attribuoient à des circonſtances fort éloignées.

Comme les portes du côté du Canal ſoutenoient ſouvent juſqu'à 22 & 23 pieds d'eau, tandis que la mer étoit baſſe, il arrivoit que de ſimples filets paſſant ſous le ſeuil, & venant à s'inſinuer & ſe répandre ſous le Radier, & même ſous la fondation de l'étendue des ſas, cette eau ne trouvant point d'iſſue pour s'échapper, pouſſoit de bas en haut tout ce qui l'empêchoit de monter au niveau du Canal, & faiſoit fléchir les grillages malgré leurs poids & leur ſolidité. Nous reprendrons ce ſujet quand nous parlerons de la conſtruction des Ecluſes.

La baſe d'un tuyau cylindrique incliné eſt autant chargée par l'eau que ce tuyau contient, que s'il étoit droit.

354. Ayant un tuyau cylindrique ABCD, *incliné* ſur la baſe AD, ſuppoſé horiſontale, & plein d'eau juſqu'à une hauteur quelconque EF, elle chargera autant le fond AD, que ſi elle étoit dans un cylindre droit AGHD de même baſe. Tirez par un point quelconque P de la hauteur FI, la ligne horiſontale LM, & conſiderez que l'eau renfermée dans l'eſpace AEG, eſt ſoutenue par le côté EA, puiſque tous les filets KL dont elles eſt compoſée, ont chacun pour appui un point L, de la ſurface inclinée EA, par conſéquent la baſe AD n'en eſt nullement chargée.

FIG. 19.

355. Il n'en eſt pas de même de celle que comprend l'eſpace oppoſé IFD; car comme le filet FI agit ſur les autres plus petits MN pour les élever à la hauteur du niveau EH, en étant empêchés par la ſurface FD, chacun d'eux pouſſera de bas en haut tous les points M de cette ſurface avec une force équivalente au poids

Digitized by Google

du filet FP, différence de FI à MN, & comme la hauteur FP eſt égale à KL, le point M ſera autant pouſſé de bas en haut que le point L l'eſt de haut en bas, ce qui fait voir que les ſurfaces EA & FD ſont pouſſées dans un ſens oppoſé avec une force équivalente au poids de l'eau renfermée dans l'eſpace AEG, ou ſon égal DFH; mais comme tous les filets dont la ſurface FD ſoutient l'action, ne peuvent la preſſer de bas en haut, ſans qu'ils ne preſſent autant de haut en bas la partie ID du fond qui leur ſert d'appui, (349) l'on voit que ſi l'on joint à cette derniere preſſion le poids même des filets que renferme l'eſpace IFD, chaque point du fond AD ſera chargé d'un poids équivalent, à celui du filet FI.

FIG. 20

De quelque figure que ſoit un vaiſſeau rempli d'eau, & quelle que ſoit la quantité qu'il en contient, le fond eſt toujours chargé du poids d'une colonne à laquelle elle ſervirois de baſe, & qui auroit pour hauteur celle du niveau de l'eau au-deſſus du même fond.

356. Il ſuit de l'article 354 qu'ayant un vaiſſeau BCDE, ſemblable à un cone tronqué renverſé, auquel on a adapté un bout de tuyau ABEF pour y loger un piſton, ſervant de fond, que rempliſſant ce vaiſſeau avec de l'eau, la puiſſance appliquée au piſton ne ſoutiendra que le poids de la colomne BGHE, puiſque tout le reſte de l'eau ſera appuyé à la ronde ſur les côtés CB & DE.

Cette conſéquence fait voir l'erreur de la plûpart des Fontainiers, qui font leurs tuyaux de deſcente plus gros en haut qu'en bas, dans le deſſein de donner plus d'élevation au jet d'eau, auquel ce tuyau aboutit, ne faiſant point attention que celle qui s'appuye ſur les côtés du tuyau, ne peut contribuer à donner plus de chaſſe à celle qui deſcend; cependant cette pratique peut avoir ſon utilité, lorſque l'adjutage, c'eſt-àdire le trou par où ſort le jet eſt fort grand, parce que le tuyau de deſcente fourniſſant une plus grande quantité d'eau dans le même tems, le jet en eſt plus beau; nous reprendrons ce ſujet dans le ſecond volume, en parlant des eaux jailliſſantes pour la décoration des jardins.

357. Si le piſton répondoit au grand cercle du vaiſſeau précedent, il arriveroit au contraire par l'art. 355. qu'étant rempli d'eau, la puiſſance ſoutiendra un poids égal à celui de la colomne AIKC; ſi de plus on ferme l'orifice EH, & qu'on y ajoute un tuyau FB, rempli d'eau juſqu'à la hauteur G, tous les points de la baſe du fond AC étant preſſés avec la même force que le filet GN preſſe le point N, la puiſſance ſoutiendra un poids égal à celui de l'eau que comprendroit la colomne ALMC, pourvû, comme je l'ai déja dit, (349) que ce vaiſſeau ſoit attaché à un endroit fixe; car une puiſſance ne pouvant agir, ſelon quelque direction que ce ſoit, ſans un point d'appui, il faut pour qu'elle puiſſe pouſſer le piſton de bas en haut, avec la même force que l'eau le repouſſe de haut

FIG. 21.

Digitized by Google

en bas, que la Machine ſoit arrêtée, autrement l'action de l'eau éleveroit le vaiſſeau, lui feroit abandonner le piſton qui reſteroit ſeul entre les mains de la puiſſance; car on remarquera que ſi l'eau venoit à ſe geler, ſe trouvant alors ſans action, le point d'appui deviendroit inutile, la puiſſance ne ſeroit chargée que du poids réel de l'eau & de la Machine.

PLAN. 2. FIG. 19. 358. Comme la démonſtration de l'art. 354 n'a lieu que dans le cas où les triangles AEG & IFD ſont renfermés entre les mêmes paralleles EF & AD, il nous reſte à faire voir que le principe établi dans cet article eſt général pour toutes ſortes de cas.

Nous prendrons un autre tuyau ABCD, où aucun des points du niveau EF de l'eau ne répond au fond AD, & nous ſuppoſerons qu'on a diviſé la colomne AEFD en pluſieurs autres plus petites GF, IH, AK, par des plans GH, IK, paralleles à l'horiſon; conſiderez que la premiere colomne GEFH étant dans le cas de l'art. 354, ſa baſe GH ſera chargée d'un poids égal à celui FIG. 22. de la colomne droite GLMH. Si l'on ſupprime le diaphragme GH, le filet ON n'ayant plus d'autre appui que le ſommet N du filet NI, ces deux enſemble n'en compoſant plus qu'un ſeul OI, qui communique avec tous ceux que renferme l'eſpace ITK, ces derniers preſſeront chacun la baſe IK avec autant de force que fait le premier OI; (355) ainſi cette baſe ſera chargée d'un poids égal à celui de l'eau que comprendroit la colomne IOPK; de même puiſque le point Q de la baſe IK eſt preſſé avec une force égale au poids du filet OI ou RQ; ſupprimant encore le diaphragme IK, les filets RQ & QA, n'en compoſant plus qu'un ſeul RA qui eſt en équilibre avec tous ceux que comprend l'eſpace AVD, le fond AD ſera autant chargé par l'eau de la colomne oblique AEFD, qu'il le ſeroit ſi cette colomne étoit droite ARSD.

PLAN. 2. FIG. 23. 359. Si l'on avoit un tuyau dont les parties BD, DF, FQ fuſſent diſpoſées en *ziguezague*, & que ce tuyau qu'on ſuppoſe appliqué contre une ou pluſieurs ſurfaces verticales fût rempli d'eau, il arriveroit encore que le fond BE ſeroit chargé d'un poids égal à celui d'une colomne d'eau BKOE, qui auroit pour baſe le même fond, & pour hauteur la ligne BK qui exprime l'élevation du niveau HQ de l'eau au-deſſus de ſa baſe BE. Regardant la ligne FG comme le fond du tuyau FQ, l'eau de ce tuyau chargera autant ce fond que celle que contiendroit la colomne droite FLIG, (358) ſupprimant le diaphragme FG, la colomne LG n'ayant d'autre appui que la lame FG, augmentera de tout ſon poids celui de la colomne FD, le fond CD ſera chargé d'un poids égal à celui

De quelque figure & groſſeur que ſoient les parties d'un tuyau, poſé ſur un plan vertical ou incliné, ſa baſe eſt toujours chargée du poids d'une colomne d'eau de même baſe,

de la colomne CMND ; par un raiſonnement ſemblable, l'on verra que la baſe BE étant chargée du poids des colomnes droites & inclinées MD & DB, ſera dans le même cas, que ſi elle ſervoit de fond à la colomne BKOE.

& qui auroit pour hauteur celle du niveau de l'eau au-deſſus de la même baſe.

Si le tuyau aulieu d'être en ziguezague alloit en *ſerpentant*, le même principe ſubſiſteroit encore ; car en diviſant l'eau de ce tuyau par tranches horiſontales, (328) on en compoſera de petits cylindres droits ou inclinés, qui étant contigus, pourront être regardés comme les parties d'un tuyau tel que le précedent.

FIG. 24.

360. L'on peut conclure en général des articles 356, 357, 358, 359, que *quelque groſſeur qu'ait un tuyau uniforme ou non ſur ſon étendue, dans quelques diſpoſitions que ſoient ſes parties, poſées contre un plan vertical, ou ſur un plan incliné, que la puiſſance appliquée au piſton d'un diamétre égal, plus grand ou plus petit que le fond du tuyau, ſera toujours chargée du poids d'une colomne d'eau, qui auroit pour baſe le cercle du piſton, & pour hauteur celui du niveau de l'eau au-deſſus du même piſton.*

Concluſion d'où l'on déduit une regle générale pour l'effort que ſoutient une puiſſance appliquée à un piſton ſervant de fond à un tuyau.

SECTION III.

De l'action de l'eau contre les ſurfaces verticales & rectangulaires.

Aprés avoir montré la maniere dont l'eau agit pour ſurmonter la réſiſtance des ſurfaces qui l'empêchent de deſcendre vers le centre de la terre, ou de s'élever à ſon niveau, il nous reſte à inſinuer ſelon quelle loi elle pouſſe *de côté* les parois des vaiſſeaux qui la ſoutiennent, mais auparavant il faut être prévenu que cette *pouſſée* ſe fait toujours ſelon une direction *horiſontale*.

361. Imaginons un cylindre d'eau ſuſpendu en l'air, ſans être renfermé dans un tuyau, compoſé d'un grand nombre de cercles d'une égale épaiſſeur, le cercle le plus haut preſſant le ſecond, s'il venoit à ſe confondre avec lui, que le ſecond conſervât toujours ſa figure circulaire & la même épaiſſeur, cela ne pourroit arriver ſans que toutes les parcelles d'eau ne fuſſent pouſſées en avant ſelon la direction des rayons, pour occuper une circonférence plus grande. Si ce dernier, ainſi augmenté, ſe confondoit de même avec le troiſiéme, les parcelles d'eau ſeroient encore pouſſées en avant ſelon la direction des rayons pour occuper une circonférence plus grande que celle du ſecond. Faiſant le même raiſonnement pour la ſuite de tous les cercles d'eau dont le cylindre eſt compoſé, la circonférence du dernier ſeroit d'autant plus augmentée, que le nombre de cercles ſeroit plus grand, ou que le cylindre auroit plus de hauteur.

Raiſonnemens pour prouver que l'eau qui agit ſur une ſurface verticale, la pouſſe ſelon des directions horiſontales.

Digitized by Google

Si ce cylindre eſt renfermé dans un tuyau, tous les cercles d'eau ayant la même tendance pour ſe confondre enſemble, feront effort pour s'élargir; mais comme cet effort ne peut s'exercer que contre les parois du tuyau, l'on voit *qu'ils ſeront pouſſés du centre à la circonférence, par conſéquent ſelon des directions horiſontales, avec une force qui ira toujours en augmentant depuis le haut juſqu'au bas du tuyau*, parce que la circonférence qu'une certaine quantité de cercles d'eau tendront à occuper, ſera d'autant plus grande, que le nombre de ces cercles ſera plus grand.

La pouſſée de l'eau contre une ſurface verticale & rectangulaire va en croiſſant depuis ſon niveau, ſelon l'ordre des termes d'une progreſſion arithmétique.

362. Prenant au lieu d'un cylindre un priſme droit AE, dont l'eau ſoit diviſée en un nombre infini de lames d'une épaiſſeur inſenſible, les ſuperieures feront effort pour ſe confondre avec celles de deſſous, ces dernieres tendant à s'élargir pouſſeront la ſurface du priſme ſelon des *directions horiſontales*; & comme nous ſuppoſerons que ces lames ont un poids égal, la ſeconde ſe trouvant chargée de celui de la premiere, pouſſera le rectangle 2 qui la ſoutient avec la force double de celle qui pouſſe le rectangle 1, quelle qu'en ſoit la meſure; de même la troiſiéme lame étant chargée du poids de la premiere & de la ſeconde, pouſſera le rectangle 3, avec une force triple de celle qu'a la premiere, ainſi des autres, dont la pouſſée ſera proportionnée au poids dont elles ſont chargées; or comme ces poids augmentent ſelon l'ordre des termes d'une progreſſion Arithmétique, les pouſſées augmentant auſſi dans le même ordre, pourront être exprimées par les élemens d'un triangle ALD, qui a pour hauteur celle de l'eau; ainſi on pourra dire que les pouſſées qui répondent aux élémens NO & PQ de la ſurface ABCD, ſont dans la raiſon des élémens FG & HI du triangle ALD, ou des hauteurs LR & LS de l'eau au-deſſus des mêmes élémens, puiſque FG, HI :: LR, LS.

FIG. 25.

Lorſque deux ſurfaces ont la même baſe, les pouſſées ſont dans la raiſon des quarrés des hauteurs de l'eau.

363. Il ſuit que la ſomme de toutes les preſſions qui regnent ſur la hauteur LR, ou la pouſſée que ſoutient la ſurface NBCO, ſera à la ſomme de toutes les preſſions qui regnent ſur la hauteur LM, ou à la pouſſée que ſoutient la ſurface ABCD, comme la ſuperficie du triangle FLG eſt à celle du triangle ALD, ou comme le quarré de la perpendiculaire LR eſt à celui de la perpendiculaire LM; ainſi *lorſque les ſurfaces ont la même baſe, leurs pouſſées en commençant depuis le niveau de l'eau ſont dans la raiſon des quarrés des hauteurs de l'eau qu'elles ſoutiennent.* La pouſſée qui répond à la hauteur RS, & que ſoutient la ſurface PNOQ, pouvant être exprimée par le trapeze HFGI, différence des triangles HLI & FLG, *on voit qu'elle pourra l'être auſſi par la différence des quarrés des hauteurs LS, & LR de l'eau.*

Digitized by Google

364. La ligne BC exprimant le niveau de l'eau, ſi on la prolonge de C en R pour ſervir d'axe à une *demie parabole* CLO, décrite avec un *Parametre* à volonté, menant à la ligne BR les paralleles FH, IL, AM en auſſi grand nombre que l'on voudra, *les pouſſées que ſoutiendront les ſurfaces BG, BK, BD, ſeront entre-elles dans la raiſon des ordonnées GH, KL, DM, tirées de la tangente à la parabole*; ce qui eſt bien évident, puiſque ces ordonnés ſont dans la raiſon des quarrés des coupées CG, CK, CD, qui marquent la hauteur de l'eau que ſoutiennent ces ſurfaces; par conſéquent, *ſi des points H & L, l'on mene à la tangente les paralleles HP & LQ, les lignes GH, PL, QM qui expriment la différence des ordonnées, ſeront entre-elles dans la raiſon des pouſſées que ſoutiennent les ſurfaces correſpondantes BG, FK, ID.* J'ajouterai que la pouſſée que ſoutient la ſurface BD eſt à celle que ſoutient la partie ID, comme DM eſt à QM, ainſi des autres.

On peut exprimer les pouſſées de l'eau par les ordonnées d'une parabole menée à la tangente.

FIG. 26.

365. Les preſſions des lames que comprend la hauteur LM (fig. 25.) allant en progreſſion arithmétique, il y aura une preſſion *moyenne* entre la plus grande & la plus petite, qui étant multipliée par la grandeur qui exprime le nombre des lames, donnera un produit égal à la preſſion totale; & comme cette moyenne eſt égale à la moitié de la plus grande, on aura $\frac{AD}{2} \times LM$ pour cette preſſion, qui étant égale à $\frac{LM}{2} \times AD$, *on pourra ſuppoſer que toutes les lames pouſſent avec une force égale, & que cette force eſt exprimée par la hauteur moyenne LZ, moitié de LM.*

On peut ſuppoſer que toutes les lames d'eau pouſſent avec une force uniforme, exprimée par une ligne égale à la moitié de la hauteur de l'eau.

366. La pouſſée que ſoutient le rectangle APQD étant exprimée par le trapeze AHID, l'élément moyen entre HI & AD exprimera la pouſſé moyenne, & comme cet élément ne peut être que la ligne TV, qui paſſe par le milieu de la hauteur SM de ce trapeze, *on pourra encore en ſuppoſant uniforme la preſſion de chaque lame que ſoutient la ſurface APQD, l'exprimer par la hauteur LY moyenne arithmétique entre LS & LM.*

Autre maniere de déterminer la hauteur moyenne de l'eau, lorſqu'on prend la pouſſée au-deſſous de ſon niveau.

367. En ſuppoſant que les lames qui répondent à une même ſurface agiſſent uniformément, il ſuit que *les pouſſées que ſoutiendront deux ſurfaces différentes, mais rectangulaires, ſeront dans la raiſon compoſée de l'étendue des mêmes ſurfaces & des hauteurs moyennes qui leur répondent*; ainſi lorſque les ſurfaces ſeront égales, les pouſſées ſeront comme les hauteurs moyennes, & lorſque les hauteurs moyennes ſeront égales, les pouſſées ſeront dans la raiſon des ſurfaces.

Les pouſſées de l'eau contre des ſurfaces différentes, ſont dans la raiſon compoſée de l'étendue de

Digitized by Google

ces ſurfaces & des hauteurs moyennes qui leur répondent.

368. Pour faire voir préſentement comme on doit calculer la pouſſée de l'eau contre les ſurfaces verticales, nous nous ſervirons d'un Siphon compoſé de deux branches ABCD, & EFGH droites, priſmatiques, & d'égale groſſeur, unies enſemble par un tuyau de communication horiſontale IADLM de même figure & groſſeur que chacune des branches, ſéparé en deux parties par un diaphragme NOPQ, parallele & égal au plan RSDT.

Application du Siphon à la maniere de calculer la pouſſée de l'eau.

369. Si l'on verſe de l'eau dans la premiere branche, pour remplir ſeulement la partie IADPN de la communication, elle ne ſera aucun effort pour monter au-deſſus de ſon niveau AP, & ſon
FIG. 27. action ſe réduira à pouſſer les ſurfaces qui la ſoutiennent, entre autres le diaphragme NOPQ, pour s'aller répandre de l'autre côté; mais ſi l'on remplit la même branche juſqu'à la hauteur VX, la colomne AVXD preſſera l'eau de la communication, laquelle ſera pouſſée de I en N ſelon une direction horiſontale, & tendra à paſſer dans l'autre branche pour s'élever au niveau YZ, où elle s'éleveroit en effet ſi elle étoit toujours entretenue à la même hauteur VX, & qu'elle ne fût point empêchée par la ſurface NOPQ, laquelle ſoutiendra non ſeulement la pouſſée de l'eau contenue dans la communication, mais encore toute celle que peut cauſer le poids entier de la colomne AVXD; ce qui eſt bien évident; car comme nulle autre force que le poids de cette colomne n'agit ici pour faire monter l'eau dans l'autre branche, & s'y maintenir à la hauteur YZ, au-deſſus du niveau AH, il faut néceſſairement que la ſuperficie NOPQ, ſoit pouſſée ſelon une direction horiſontale par tout l'effort de la puiſſance qu'elle empêche d'agir.

FIG. 27. & 28. Comme la longueur du bout du tuyau RDOQ eſt indifférente à l'effort que fait l'eau pour monter dans la ſeconde branche, on pourra la raccourcir autant qu'on voudra, & même confondre la ſurface NOPQ, avec ſon égale (330) RSDT, que nous prendrons pour une autre diaphragme, afin de détacher le priſme IBCT du Siphon. Comme ceci ne change rien à l'action de l'eau qui s'y trouve renfermée, la ſurface RSDT ſera pouſſée avec la même force que l'étoit le diaphragme NOPQ.

FIG. 28. 370. La pouſſée que ſoutient la ſurface RSDT de la part de l'eau que renferme l'eſpace IADT, indépendamment de celle que cauſe la colomne AVXD, pouvant être exprimée par le produit de cette ſurface & de la hauteur moyenne PQ (356) & le poids de la colomne par le produit de ſa baſe AD, & de ſa hauteur OP, il ſuit que ces deux produits valans pris enſemble, celui de la ſurface RD par la hauteur OQ, compoſée des précé-

La pouſſée de l'eau contre une ſurface rectangulaire, eſt toujours égale au poids d'une colomne qui

dentes

dentes OP & PQ, il exprimera ſeul la pouſſée que ſoutient la ſurface RD.

auroit pour baſe cette ſurface, & pour hauteur la hauteur moyenne.

Comme le dernier produit n'eſt autre choſe que la ſolidité du priſme FVXL, l'on voit que ſi la pouſſée que cauſe en particulier la colomne d'eau AVXD contre la ſurface RD, doit être exprimée par ſon poids, toute celle que ſoutient la même ſurface, le ſera par celui de la colomne FVXL, qui a pour baſe le plan FHLG égal à cette ſurface, & pour hauteur la ligne OQ moyenne arithmétique, entre OP & PN, ce qui fait voir que ſi la ſurface RD étoit de 4 pieds, & la hauteur OQ de 10, cette ſurface ſeroit pouſſée par une force équivalente au poids de 2800 lb, $=4\times10\times70$ lb.

On peut encore démontrer l'article précedent, quoique les branches du Siphon ſoient d'inégale groſſeur.

371. Si des deux branches du Siphon, on laiſſe la premiere comme elle eſt, & qu'on raproche les ſurfaces oppoſées IHXL & BGZM pour rendre le priſme IHZA beaucoup plus étroit que l'autre, cela n'empêchera pas qu'en verſant de l'eau dans ce nouveau Siphon elle ne ſe mette de part & d'autre au même niveau VY, & que celle de la ſeconde branche ne ſoit en équilibre avec celle de la premiere, parce que la petite colomne IEYA n'aura jamais à combattre qu'une autre colomne de même baſe que la ſienne (331) & que toutes les autres que comprend la groſſe branche ſont en équilibre avec cette derniere. FIG. 29.

Comme ces colomnes feront ſur leurs baſes des efforts égaux pour ſe ſurmonter les unes les autres, l'eau de la communication ſera pouſſée de & en B par la groſſe colomne, avec la même force qu'elle le ſera de B en & par la petite; ainſi faiſant ſurvenir le diaphragme NOPQ, il ſe trouvera pouſſé avec des forces égales & oppoſées.

Préſentement ſi l'on ſuppoſe deux autres diaphragmes RSDT & KILC, & qu'on ſupprime le tuyau de communication pour en détacher les deux branches, la ſurface RSDT ſera pouſſée de & en R avec la même force que la ſurface KILC égale à la precedente le ſera de B en K, l'une & l'autre ſe trouvant dans le même cas que l'étoit ci-devant le diaphragme NOPQ, puiſque la face étoit indifférente à la pouſſée qu'elle ſoutenoit.

372. Il ſuit de-là, que quoiqu'il y ait beaucoup moins d'eau dans le ſecond priſme que dans le premier, la ſurface KILC ſoutiendra comme l'autre une pouſſée égale au poids d'une colomne d'eau, qui auroit cette ſurface pour baſe, & pour hauteur la moyenne arithmétique entre EI & EK. (366)

Digitized by Google

Pour calculer la pouſſée contre une ſurface verticale, il ne faut avoir nul égard à l'étendue du plan qui ſert de baſe à l'eau, mais ſeulement à la ſurface pouſſée & à la hauteur moyenne qui y répond.

373. Les pouſſées de l'eau, étant dans la raiſon compoſée des ſurfaces qui les ſoutiennent, & des hauteurs moyennes qui y répondent, (367) *l'on voit que ſans ſe mettre en peine de la dimenſion IR, par conſéquent de la quantité d'eau que contient le vaiſſeau IBCT, il y aura même raiſon du produit de la ſurface RSDT par la hauteur moyenne OQ au produit de la ſurface RZXT, par la hauteur moyenne OY, que de la pouſſée que ſoutient la premiere ſurface à celle que ſoutient la deuxiéme : or puiſque la pouſſée que ſoutient la premiere eſt équivalente au poids des pieds cubes d'eau que donne le produit qui lui eſt relatif, la pouſſée que ſoutiendra la deuxiéme, ſera donc auſſi équivalente au poids du nombre des pieds cubes d'eau du produit qui lui appartient*; ainſi ſuppoſant la baſe RT de cette ſurface de 2 pieds, & la hauteur ON de 12, elle ſera de 24 pieds quarrés, qui étant multipliée par la hauteur moyenne OY de 6 pieds, & le produit par 70 ℔, donne 10080 ℔ pour le poids équivalent à la pouſſée qu'elle ſoutiendra.

FIG. 28.

374. Si le vaiſſeau au lieu d'être priſmatique, étoit un tuyau, ou un cylindre droit, il faudroit pour avoir la pouſſée que ſoutiendroit ſa ſurface, multiplier cette ſurface par la moitié de la hauteur de l'eau.

Maniere de calculer la force qu'il faut pour lever une Vanne qui ſoutient de l'eau.

375. Voici l'occaſion de faire voir à quoi ſe réduit la difficulté d'élever une Vanne dont il a été fait mention dans l'article 229 : nous la ſuppoſerons de 5 pieds de largeur, ſoutenant 8 pieds de hauteur d'eau ; ainſi la ſurface pouſſée aura 40 pieds quarrés, qui étant multipliés par 4 pieds, hauteur moyenne, on aura 160 pieds cubes, ou 11200 ℔, pour la pouſſée de l'eau ou la preſſion de la Vanne contre les couliſſes, dont il faut prendre le tiers pour le frottement qui ſera d'environ 3733, qui étant ajouté au poids de la Vanne, l'on aura la réſiſtance qu'il faudra que la puiſſance ſurmonte au premier inſtant qu'elle agira ; car dans les autres ſuivans elle deviendra toujours moindre, à cauſe que la pouſſée ou le frottement ira en diminuant dans la raiſon des quarrés des hauteurs de l'eau que ſoutiendra la Vanne. (363)

Remarque ſur ce qui peut arriver quand on leve & baiſſe les Vannes.

376. Il eſt à remarquer que la Vanne en montant, rencontrera un point d'élevation où ſon poids ſe trouvera en équilibre avec le frottement, & que ce ne ſera qu'autant qu'on l'élevera à une certaine hauteur au-deſſus de ce point, qu'elle pourra en deſcendant acquerir une aſſez grande quantité de mouvement ou de force pour arriver juſqu'au ſeuil du pertuy ; car comme le frottement augmentera dans la raiſon des quarrés des hauteurs de l'eau (363) tandis que cette force ne croîtra que dans la raiſon des racines

Digitized by Google

quarrées des mêmes hauteurs (171) ſi la Vanne ne tombe point d'aſſez haut, elle demeurera ſuſpendue en chemin ſans pouvoir deſcendre, à moins de quelque ſecours étranger.

Maniere de rendre ſenſible la pouſſée de l'eau contre une ſurface.

377. Pour rendre encore plus ſenſible que nous n'avons fait, l'action de l'eau contre une ſurface verticale ABCD, nous nous ſervirons du parallelepipede régulier ABCDEFLM, dont une des dimenſions AM ſera, ſi on veut plus petite ou plus grande que la hauteur BA de l'eau, nous ſuppoſerons qu'on a pris ſur les lignes DI & AK les parties DH & AG, chacune égale à la hauteur BA de l'eau, & qu'on a tiré les lignes CH, BG pour former le ſolide ABCDHG, lequel exprimera un volume d'eau, dont le poids ſera équivalent à la pouſſée que ſoutient la ſurface ABCD; ce qui eſt bien évident, puiſque pour avoir la valeur de ce ſolide, il faut multiplier la même ſurface par la moitié de AG ou de AB. Si l'on ſuppoſe la hauteur BA, diviſée en un grand nombre de parties égales, & que par chaque point de diviſion, il paſſe un plan parallele à la baſe AH, le ſolide ABCDHG ſera partagé en un nombre de tranches ou priſmes, & la ſurface ABCD en un même nombre de rectangles égaux entre-eux; alors le poids de l'eau de chaque tranche exprimera la pouſſée que ſoutiendra le petit rectangle qui lui répond dans la ſurface, & ces tranches ou priſmes ayant la même hauteur BC, leurs poids ou les pouſſées qu'ils meſurent, ſeront dans la raiſon des trapezes qui ſervent de baſes à ces priſmes. FIG. 30.

Une petite quantité d'eau peut être capable d'une force prodigieuſe.

378. Puiſqu'on peut approcher les ſurfaces KHXC & BGZM auſſi près l'une de l'autre qu'on voudra, pourvû ſeulement qu'elles ne ſe touchent point, (373) l'on voit *qu'avec une très-petite quantité d'eau, le plan KILC ſera pouſſé avec autant de force que ſi leur diſtance étoit fort éloignée*, par conſéquent, ſi l'on avoit un vaiſſeau priſmatique, dont deux de ſes faces paralleles, & oppoſées comme ABCD (fig. 31) fuſſent chacune d'une toiſe quarrée, placées à la diſtance d'une ligne ſeulement l'une de l'autre, rempliſſant ce vaiſſeau avec de l'eau, les deux ſurfaces ſoutiendront enſemble un effort de 15120 lb, ce qui eſt aſſurément auſſi merveilleux que ce qu'on a vû dans les articles 349, 350, 351; mais ce qui le paroîtra encore davantage, c'eſt que ſi on ferme ce vaiſſeau pour y adapter un tuyau GF de telle hauteur qu'on voudra, *le rempliſſant d'eau, les ſurfaces ſeront pouſſées avec la même force, que ſi le vaiſſeau étoit rempli d'eau juſqu'à la hauteur HI*, ce qui eſt bien évident; car chacune des colomnes contenues dans le vaiſſeau AE, & qui auroit pour baſe celle du tuyau FG, étant FIG. 29. & 31.

Digitized by Google

preſſée de haut en bas, avec la même force que celle du tuyau preſſe la colomne FK, fera le même effort contre les parois du vaiſſeau, que la même colomne FK en feroit contre ceux qui la ſoutiendroient; ainſi ſuppoſant GF de 10 pieds, la hauteur moyenne GL ſera de 13, qui étant multipliée par 36 pieds quarrés, & le produit par 70, donnera 65520 ℔ pour l'effort que l'eau fera contre les deux ſurfaces enſemble, quoique ſon poids aille tout au plus à 18 ℔.

La pouſſée de l'eau contre une ſurface verticale, ne dépend pas de la quantité qu'en contient le vaiſſeau qui la renferme, mais ſeulement de l'étendue de la ſurface pouſſée, & de la hauteur moyenne qui lui répond.

379. *L'on peut dire encore, comme dans l'article 351, que la pouſſée de l'eau contre une ſurface verticale, ne dépend pas de la quantité qu'en contient le vaiſſeau qui la renferme, mais ſeulement de l'étendue de cette ſurface, & de la hauteur moyenne de l'eau qui lui répond.*

SECTION IV.

De l'action de l'Eau contre les ſurfaces inclinées.

N'ayant conſideré juſqu'ici que l'action de l'eau contre les ſurfaces verticales, nous allons examiner quelle eſt la pouſſée que ſoutiendroient celles qui ſeroient *inclinées*.

380. Je ſuppoſe que le Trapeſe ABCD repréſente le profil d'un vaiſſeau plus large en haut qu'en bas, compoſé de ſurfaces planes & remplies d'eau juſqu'au niveau BC, il s'agit de meſurer la pouſſée que ſoutiendra la ſurface inclinée CD dont nous faiſons abſtraction de la largeur; il faut du point D mener la perpendiculaire DF ſur l'horiſontale BC, prendre la partie FE égale à cette perpendiculaire, & tirer la ligne ED pour avoir le triangle rectangle & iſocelle EFD.

PLAN. 4. FIG. 32.

Pour peu qu'on y faſſe attention, l'on verra que tous les points H de la ſurface DC ſont pouſſés par des filets d'eau GH, ſelon deux directions différentes, l'une verticale, & l'autre horiſontale; que la premiere pourra être exprimée par la ſuperficie du triangle DFC, (354) & la ſeconde par celle du triangle DFE; (377) & comme ces deux triangles ſont dans la raiſon de leurs baſes FC & FE, puiſqu'ils ont la même hauteur FD, on pourra prendre leur baſe au lieu de leur ſuperficie, alors la pouſſée verticale ſera à l'horiſontale comme FC eſt à FE, ou comme FC eſt à FD, puiſque EF = FD.

Menant du point H la ligne horiſontale HI, & la perpendiculaire HL ſur le côté DC, faiſant le parallelogramme KI, on aura les triangles ſemblables HIL & DFC qui donnent DF, FC :: HI, IL; ainſi on pourra prendre le côté IL, ou HK pour

Digitized by Google

exprimer la puiſſance qui ſoutient en équilibre la pouſſée verticale, & le côté HI pour exprimer celle qui ſoutient la pouſſée horiſontale, alors la diagonale HL exprimera l'action d'une troiſiéme puiſſance, en équilibre avec le réſultat du concours des pouſſées verticales & horiſontales. FIG. 32.

381. Il ſuit que la pouſſée horiſontale ſera à toute celle que ſoutiendra la ſurface DC, comme HI eſt à HL, ou comme DF eſt à DC; par conſéquent ſi l'on éleve ſur l'extrémité D de la ligne CD la perpendiculaire DM égale à EF, & qu'on tire la ligne CM, les triangles EFD & CDM ayant des hauteurs égales, ſeront dans la raiſon de leurs baſes DF & DC, ou comme la pouſſée horiſontale eſt à la pouſſée entiere que ſoutient la ſurface DC; or comme la premiere de ces pouſſées eſt exprimée par la ſuperficie du triangle DEF, la ſeconde le ſera donc par celle du triangle DCM, ou ſi l'on veut par un poids équivalent à celui d'un priſme d'eau qui auroit pour baſe ce triangle, & pour hauteur la largeur de la ſurface. (377)

La pouſſée de l'eau contre les ſurfaces inclinées ſe meſure de la même maniere que ſi ces ſurfaces étoient verticales.

382. Comme il faut pour avoir la valeur du priſme, dont nous venons de parler, multiplier la ſurface DC par la moitié de DM ou de ſon égal DF, *l'on voit que la regle pour meſurer la pouſſée de l'eau contre les ſurfaces inclinées, eſt la même que celle que nous avons établies pour les verticales* dans les articles 372, 373, puiſqu'elle ſe réduit encore à multiplier la ſuperficie de la ſurface par la moitié de la hauteur FD de l'eau; ainſi toutes les conſéquences que nous avons tiré de cette regle, pourront s'appliquer auſſi aux ſurfaces inclinées. Par exemple, ſi l'on vouloit ſçavoir quelle eſt la pouſſée de l'eau qui agit ſur la partie HD de la ſurface DC, il faudroit du point H mener la ligne horiſontale HN, & multiplier cette partie par la moyenne arithmétique entre FN & FD.

383. Si le vaiſſeau STBA, contigu au précedent, étoit plus large en bas qu'en haut, la ſurface BA ſera autant pouſſée de bas en haut par tous les filets que comprend le triangle BXA, qui tendent à monter au niveau TB, que la même ſurface le ſera de haut en bas par tous les filets contenus dans le triangle BVA égal au précedent. (355) FIG. 32.

384. Il ſuit que ſi le vaiſſeau STBA ne contenoit de l'eau que juſqu'à la hauteur YO, & que l'autre ABCD fût tout plein, les pouſſées oppoſées que ſoutiendra la ſurface BA, ſeront comme les quarrés BA & OA, ſi les ſurfaces dont ces lignes expriment les hauteurs ont la même baſe, (363) & comme la plus grande pouſſée ſera diminuée de toute l'action de la plus petite, celle de

l'eau du vaiſſeau ABCD ne ſera plus exprimée que par la différence de ces deux quarrés, puiſqu'il en eſt des ſurfaces inclinées, comme des verticales. (382)

Maniere de calculer la pouſſée de l'eau contre la ſurface d'un cone.

385. Si le vaiſſeau ABCD avoit la figure d'un cone tronqué, il faudroit pour avoir la pouſſée que ſoutiendroit toute ſa ſurface, multiplier la circonférence moyenne arithmétique OP, entre BC & AD par le côté DC, & le produit par la moitié de la hauteur FD de l'eau, & ſi le cone étoit entier, comme BQC, il faudroit multiplier la moitié de la circonférence BC de ſa baſe, par le côté QC, & le produit par la moitié de ſon axe RQ.

L'on verra dans la ſuite de cet ouvrage, principalement dans la ſeconde partie, combien il importe de ſçavoir calculer la pouſſée de l'eau que doivent ſoutenir les *Batardeaux*, les *portes des Ecluſes*, les *Digues, levées, &c.* afin d'en proportionner la réſiſtance à l'effort qu'ils auront à ſoutenir, relativement à la nature & à la quantité des matériaux, autrement, ſi l'on ignore juſqu'où peut aller l'effet de la puiſſance qui *agit*, comment pouvoir eſtimer celle qu'il faudra lui *oppoſer*? Qu'on ne nous diſe pas que la pratique donne ces connoiſſances, des évenemens toujours fâcheux montrent ſouvent le contraire.

Examen de la pouſſée de l'eau contre des ſurfaces oppoſées pour faire voir les forces qui ſe deſtruiſent.

386. Ayant un vaiſſeau priſmatique ABFG, dont les faces oppoſées ſont égales, paralleles & verticales, le rempliſſant d'eau, toutes les petites colomnes ayant la même hauteur, preſſeront également le fond ADGH, lequel étant ſoutenu par un plan horiſontal & inébranlable MNOQ, ſera cauſe que le vaiſſeau ne pourra deſcendre; d'autre part, les ſurfaces oppoſées ABCD, HEFG étant pouſſées également dans un ſens contraire par l'action de l'eau, une de ces puiſſances ne pouvant l'emporter ſur l'autre, il n'y a pas de raiſon pour que le vaiſſeau ſoit mû vers la droite ou la gauche. Les ſurfaces DCFG & ABEH étant dans le même cas, le vaiſſeau ne pouvant non plus être mû en avant ou en arriere, il faudra néceſſairement qu'il reſte en repos.

FIG. 33.

FIG. 34.

387. Si l'on coupe le même vaiſſeau obliquement par un plan AIDK, pour ne plus conſiderer que l'eau renfermée dans la partie ABCDFIKE que nous prendrons pour un nouveau vaiſſeau, poſé librement ſur un plan incliné LMNO, il arrivera qu'indépendamment de la pente que tous les corps ont à deſcendre le long des plans inclinés qui les ſoutiennent, ce vaiſſeau en aura plus, étant rempli d'eau, que s'il l'étoit par un corps dur de même peſanteur, parce que la pouſſée que ſoutiendra la ſurface ABCD, eſt autant ſuperieure à celle que ſutiendra ſon oppoſée KEFI,

Digitized by Google

que le quarré de la hauteur BA eſt plus grand que le quarré de la hauteur EK; (363) ainſi la ſurface ſera pouſſée ſelon une direction horiſontale, avec une force qu'on pourra exprimer par la différence des mêmes quarrés; (384) c'eſt-à-dire, par exemple, que ſi BA étoit double de EK, elle ſeroit pouſſée avec une force équivalente aux trois quarts du poids du priſme d'eau, qui auroit pour baſe cette ſurface, & pour hauteur la moitié de BA.

Maniere de calculer une puiſſance qui ſoutient, à l'aide d'un plan Incliné, un vaiſſeau où il y a de l'eau.

388. N'ayant égard qu'à l'action de la peſanteur, il ſera indifférent à la puiſſance P qui ſoutient le vaiſſeau, ſelon une direction horiſontale SP, qu'il ſoit rempli par une liqueur ou par un corps dur, puiſque le poids ſera toujours à la puiſſance, comme la baſe LR du plan eſt à ſa hauteur (83) RO. Or ſi l'on ſuppoſe les lignes BA, BC, BE égales entre-elles, le volume d'eau que comprendra le vaiſſeau, ſera les trois quarts du cube de la hauteur BA, ainſi l'on aura LR, RO :: $\frac{3}{4} \times \overline{BA}^3$, P; ou $\frac{3RO}{4LR} \times \overline{BA}^3 = P$, en faiſant abſtraction de la peſanteur propre du vaiſſeau; mais comme il faut que la puiſſance ſoutienne encore la différence de la pouſſée contre les ſurfaces BD & EI, ou un poids équivalent au volume d'eau exprimé par $\frac{3}{4} \overline{BA}^2 \times \frac{BA}{2} = \frac{3}{8} \overline{BA}^3$; on aura donc $\frac{3RO}{4LR} \times \overline{BA}^3, + \frac{3}{8} \overline{BA}^3 = P$.

Quant à l'action de l'eau ſur le fond ADIK du vaiſſeau, l'on voit que ſelon l'article 382 elle doit être exprimée par le produit de la ſuperficie de ce fond, & de la hauteur TV moyenne arithmétique entre BA & EK; mais comme il ne s'agit ici que de la peſanteur abſolue de l'eau que ſoutient le même fond, le produit précedent n'a aucune relation avec la puiſſance P.

L'on ne ſent point le poids de l'eau qui eſt renfermée dans un vaiſſeau cubique, mû ſur un plan horiſontal, lorſque ce vaiſſeau n'a point de fond.

389. Reprenant le vaiſſeau ABFG que nous ſuppoſerons ſans fond, poſé ſur un plan horiſontal MNOQ, auſſi poli qu'on en puiſſe avoir dans l'uſage, enſorte que la baſe ADGH lui ſoit intimement unie, rempliſſant d'eau ce vaiſſeau, *la puiſſance qui le tirera ſelon une direction horiſontale, ne fera pas plus d'effort pour le faire gliſſer que s'il étoit vuide*; car le vaiſſeau n'ayant point de fond, ce plan ſera chargé de toute la peſanteur de l'eau, dont les parties étant extrémement déliées, gliſſeront ſans frottement ſenſible, parce que toutes celles qui pourroient être arrêtées par les parties ſaillantes du plan, n'empêcheront pas les colomnes de deſſus de ſe mouvoir horiſontalement ſur la ſurface d'une lame d'eau, qui aplanira tous les obſtacles; ainſi il ne pourra y avoir de réſiſtance

FIG. 33.

Digitized by Google

que de la part de la preſſion des bords du vaiſſeau ſur le plan qui donnera lieu à un frottement inévitable, parce que les parties qui ſe rencontreront n'étant point fluides, ne peuvent ſe trouver dans le cas de celles de l'eau.

Quand un vaiſſeau ſans fond eſt poſé ſur un plan incliné, la puiſſance ne ſoutient que la différence des pouſſées oppoſées.

390. *Il ſuit que ſi le vaiſſeau précedent étoit poſé ſans fond ſur un plan incliné, & que l'eau s'appuyât immédiatement ſur ce plan, la puiſſance n'aura à ſoutenir ſelon une direction SP parallele au plan que la différence des pouſſées de la même eau contre les ſurfaces ABCD & HKIG*; ainſi ſuppoſant que AD ou HG ſoit de 30 pouces, AB de 20, HK de 12, & la hauteur TA de l'eau de 18, il faut pour avoir la puiſſance P commencer par chercher le poids du volume d'eau qui exprime la pouſſée que ſoutient la ſurface ABCD qu'on trouvera de 175 ℔, quarrer les hauteurs BA & KH des ſurfaces, ôter le petit quarré du grand, dire comme 400 quarré de BA eſt à 175 ℔, ainſi 356 différence des deux quarrés eſt à la différence des pouſſées qu'on trouvera de 175 ℔, auſquelles on ajoutera ce qu'il faut pour ſurmonter le frottement de la baſe du vaiſſeau.

FIG. 35.

On ne doit pas regarder ce qui précede comme de ſimples curioſités, on en verra l'uſage lorſque nous ferons mention des Moulins à Chapelets, qui agiſſent ſur des plans inclinés, le plus grand ſervice qu'on en peut tirer dépendant de la perfection qu'il faut leur donner, à laquelle on ne peut parvenir que par une théorie fort délicate, comme on en va juger par le problême ſuivant.

Recherche de l'angle ſous lequel un plan doit être incliné pour y faire monter le plus d'eau qu'il eſt poſſible dans le tems le plus court.

391. Le vaiſſeau ABFG ayant un fond ou non, étant poſé ſur un plan incliné, ne contiendra point tant d'eau que ſi le plan étoit horiſontal, & d'autant moins qu'il ſera plus roide; cependant comme on ſuppoſe ne lui avoir donné cette ſituation que pour procurer à une puiſſance plus de facilité à élever l'eau à la hauteur donnée OR, moins le plan ſera incliné, plus il aura de longueur, plus il faudra de tems à cette puiſſance pour amener le vaiſſeau du pied de la rampe au ſommet; or il s'agit de combiner la plus grande quantité d'eau que contiendra le vaiſſeau avec le chemin le plus court, de façon qu'elle monte de la hauteur RO du plan, dans le moins de tems qu'il eſt poſſible, parce que ſi des vaiſſeaux, comme celui-ci enchainés ſe ſuivoient immédiatement avec une viteſſe uniforme, il en réſultera que dans un tems déterminé, & avec une viteſſe auſſi déterminée, la puiſſance tirera du receptacle qui ſeroit au pied du plan la plus grande quantité d'eau qu'il eſt poſſible dans le même tems.

392. La

392. La ligne BK qui marque le niveau de l'eau étant parallele à la baſe LR, le triangle rectangle BEK ſera toujours ſemblable au triangle LOR ; d'une part, ſans avoir égard à la largeur du vaiſſeau, on pourra prendre le trapeze ABKH pour exprimer la quantité d'eau qui ſera contenue dans le vaiſſeau : tirant la ligne AK, ce trapeze ſera diviſé en deux triangles, dont le premier ABK aura toujours une même ſuperficie, à quelque point de la ligne EH qu'aille aboutir ſon ſommet K, au lieu que le ſecond AKH qui a pour baſe la ligne conſtante AH, augmentera ou diminuera dans la raiſon de ſa hauteur KH ; ainſi l'accroiſſement ou la diminution du trapeze ou de l'eau que contiendra le vaiſſeau ſous les différentes inclinaiſons du plan, pourra être exprimé par la ligne HK ; d'autre part, le tems qu'il faudra à la puiſſance pour faire monter le vaiſſeau de L en O, dépendra de la longueur du chemin LO, ou du ſinus de l'angle OLR ; car plus ce ſinus ſera petit par rapport au ſinus total, plus le point K approchera de E, & plus il y aura d'eau dans le vaiſſeau, mais en récompenſe le chemin ſera plus long ; au contraire, plus ce ſinus approchera d'égaler le ſinus total, moins il y aura d'eau, mais auſſi la longueur LO approchant davantage d'égaler la hauteur OR, il faudra moins de tems à la puiſſance pour la faire monter ; or puiſque la plus grande quantité d'eau dépend de la ligne KH, & le chemin le plus court du ſinus de l'angle OLR ; *l'on voit qu'il faut que le produit de ces deux lignes ſoit le plus grand de tous ceux qui peuvent être formés par les mêmes lignes.*

Ayant fait OV égal à OR, & mené du point V la ligne VY, parallele à LR, OV pourra être pris pour le ſinus total, VY pour celui de l'angle VOR, & OY pour celui de l'angle OVY ou OLR ; ainſi nommant OR, ou OV, a ; OY, x ; VY ſera $\sqrt{aa-xx}$; quant aux lignes BE & EH que nous ſuppoſerons égales, comme la longueur en eſt indifférente, nous l'exprimerons par l'unité. Conſidérez que les triangles ſemblables VOY & BKE donnent VY ($\sqrt{aa-xx}$), YO, (x) :: BE (1) EK, ($\frac{x}{\sqrt{aa-xx}}$) d'où l'on tire EH — EK = KH ($1-\frac{x}{\sqrt{aa-xx}}$) qui étant multiplié par OY (x) donne $x-\frac{xx}{\sqrt{aa-xx}}$ dont il faut prendre la *différentielle* & l'égaler à zero, on aura $dx-\frac{2xdx\times\sqrt{aa-xx}-x^3\,dx\times\overline{aa-xx}^{-\frac{1}{2}}}{aa-xx}=0$,

ou bien $aadx - xxdx - 2xdx \times \sqrt{aa-xx} - x^3 dx \times \overline{aa-xx}^{-\frac{1}{2}} = 0$, d'où effaçant les dx, il vient $aa - xx \times \sqrt{aa-xx} - \frac{x^3}{\sqrt{aa-xx}} = 0$, ou $aa - xx - \frac{2aax+x^3}{\sqrt{aa-xx}} = 0$, ou $\frac{x^3-2aax}{\sqrt{aa-xx}} = xx - aa$, qui étant quarré donne $\frac{x^6-4aax^4+4a^4x^2}{aa-xx} = x^4 - 2aaxx + a^4$, d'où l'on tire enfin $x^6 - \frac{5}{7}aax^4 + \frac{3}{7}a^4x^2 - \frac{1}{7}a^6 = 0$, & si l'on suppose $x^2 = ay$, on aura $y^3 - \frac{7}{5}ay^2 + \frac{7}{5}a^2y - \frac{1}{5}a^3 = 0$, pour l'équation la plus simple, à laquelle ce Problême puisse être réduit.

Comme on peut supposer la ligne OR divisée en autant de parties égales qu'on voudra, prenant le nombre 10 pour exprimer la valeur de a, on trouvera en suivant les regles ordinaires $y = \frac{17}{10}$. Pour s'en convaincre, il n'y a qu'à multiplier les valeurs de a & d'y, de la même façon qu'elles le sont dans l'équation précedente, on trouvera $y^3 + \frac{7}{5}a^2y = \frac{100913}{1000}$, & $\frac{7}{5}ay^2 + \frac{1}{5}a^3 = \frac{60150}{1000}$ qui montre que la somme des Plus, ne différant gueres de celles des Moins, on peut les regarder comme égales.

FIG. 35.

Pour le plus grand effet il faut que la hauteur du plan incliné soit les deux cinquiémes de sa longueur, ou que ce plan forme avec l'horison un angle de 24 degrés 21 minutes.

393. Ayant supposé $x^2 = ay$, ou $\frac{x^2}{a} = y$ & $a = 10$, on aura $x^2 = 17$, ou $x = \sqrt{17}$: or si l'on multiplie 17 par le quarré de 10000, qui est 100000000 pour en extraire la racine quarrée plus exactement, elle sera exprimée par 41231; d'autre part multipliant la valeur de a par 10000, on aura $a = 100000$, qui fait voir que OV (a) doit être à OY (x), comme 100000 est à 41231, ou à peu près comme 5 est à 2, qui est un rapport qu'on peut suivre dans la pratique ; ainsi l'on voit que *pour le plus grand effet, il faut que la hauteur OR du plan incliné soit les $\frac{2}{5}$ de sa longueur LO;* alors on trouvera que la base LR du même plan est à sa hauteur OR, comme 23 est à 10, ou comme $4\frac{1}{2}$ est à 2.

Prenant le côté OV (100000) pour le sinus total, OY (41231) sera celui de l'angle OVY = OLR qui répond dans les Tables à 24 degrés 21 minutes, qui est la valeur de l'angle que le plan incliné doit former avec l'horison.

Je ne me suis point amusé à construire la derniere équation que nous a donné le calcul différentiel, parce que pour les choses qui ont rapport à la pratique, on doit préferer des méthodes cour-

Digitized by Google

tes & aiſées à d'autres qui paroiſſent plus exactes, mais qui ne peuvent gueres avoir lieu dans l'exécution.

SECTION V.

De l'Action de l'Eau contre les ſurfaces circulaires, verticales & inclinées.

Il me reſte à parler de l'action de l'eau contre les ſurfaces *circulaires*, pour montrer de quelle maniere on en doit calculer la pouſſée; comme elle eſt toujours équivalente au poids d'un volume d'eau exprimé par les parties d'un cylindre coupé avec des circonſtances relatives à la figure & à la ſituation de ſes ſurfaces, je commencerai par inſinuer les connoiſſances préliminaires dont nous pourrons avoir beſoin.

394. Soit un cylindre droit ABCD, coupé d'abord en deux parties égales par un plan EFGH, paſſant par l'axe IK, enſuite par un autre ROBM qui forme une Ellipſe; enfin par deux autres plans paralleles à la baſe, formant deux cercles, dont le premier OLMN paſſe par le petit axe OM de l'ellipſe, & le ſecond QPVR par l'extrémité R du grand axe. FIG. 36.

Cela poſé, conſiderez que toutes ces ſections ſont naître pluſieurs ſolides. Premierement *l'onglet* ROMNR formé par le demi-cercle OMN, la demi ellipſe OMR, & une portion MYNRTO de la ſurface du cylindre.

2°. Un autre onglet OLBMO (fig. 36, 37.) égal & ſemblable au précedent, puiſqu'il eſt auſſi formé par le demi-cercle OLM, la demi ellipſe OBM, & une portion OLBM de la ſurface du cylindre.

3°. Le ſolide RQOMVR, (fig. 36, 39.) formé par le demi cercle RQV, le rectangle QOMV, la demi ellipſe OMR, & de deux portions VMYRV, QOTRQ de la ſurface du cylindre, je nommerai ce ſolide *complement* de l'onglet ROMN, parce que c'eſt la partie qui lui manque pour valoir le demi cylindre QOMNRVQ.

4°. Le ſolide BMROQPB, (fig. 36, 40.) formé par le cercle PR, l'ellipſe OBMR, & la portion du cylindre compriſe entre ces deux plans.

Digitized by Google

5°. Le ſolide (fig. 36, 41.) ABMRDEOB.

6°. Les deux ſolides OEABMHE, & OEDRMHE (fig. 36, 42, 43.)

FIG. 37. 395. Si l'on examine chacun de ces ſolides en particulier, l'on pourra conſiderer l'onglet OLBMO, comme compoſé d'une infinité de rectangles DEFC, qui auroit pour baſe la double ordonnée CF du demi cercle OLM, & pour hauteur l'élément correſpondant GH du triangle rectangle BLX; ainſi l'on trouvera la ſomme de tous ces rectangles de la même maniere que l'on trouve la ſolidité de l'onglet.

FIG. 38. 396. On peut auſſi imaginer l'onglet compoſé d'une infinité de triangles rectangles FHG, d'une épaiſſeur infiniment petite, ayant pour baſe les ordonnées FG du demi cercle, & pour hauteur l'élément correſpondant FH de la ſurface. Pour avoir la ſomme de ces triangles, nous nommerons le rayon DL, ou DO, a; la hauteur LB, b; DG, x; GF, y; G, g, ou K, f ſera dx, FK, dy; & FH, $\frac{by}{a}$.

La ſolidité de l'onglet eſt égale aux deux tiers du parallelepipede, compris ſous le quarré du rayon, & ſous la hauteur de l'onglet.

397. Multipliant le triangle FHG ($\frac{byy}{2a}$) par dx, le produit donnera $\frac{byydx}{2a}$ pour *le ſolide différentiel* de l'onglet, & comme la proprieté du demi-cercle donne $aa - xx = yy$, ſubſtituant la valeur d'yy dans l'expreſſion précedente, on aura $\frac{abdx}{2} - \frac{bx^2dx}{2a}$, dont l'intégrale eſt $\frac{abx}{2} - \frac{bx^3}{6a}$ ou $\frac{aab}{2} - \frac{cab}{6}$. Lorſque x devient a, ou $\frac{aab}{3}$ pour la ſolidité de la moitié de l'onglet, par conſéquent $\frac{2aab}{3}$ pour la ſolidité entiere, ou enfin $\frac{2a^3}{3}$, lorſque $a = b$, *qui fait voir que dans ce cas l'onglet eſt égal au tiers du cube du rayon.*

La ſurface de l'onglet eſt égale au rectangle compris ſous le diamétre de l'onglet & ſous ſa hauteur.

398. Selon ce qu'on vient de voir (396) on pourra regarder la ſuperficie infiniment petite FH fh, comme le *rectangle différentiel* de la ſurface de l'onglet, dont on aura l'expreſſion de ſa baſe Ff en tirant le rayon DF, & en conſiderant que les triangles ſemblables FDG & FfK donnent FG (y), FD, (a) :: fK (dx) fF, ($\frac{adx}{y}$) dont le quatriéme terme étant multiplié par FH ($\frac{by}{a}$), donne $\frac{bydx}{ay}$, ou ſimplement bdx, dont l'intégrale eſt bx ou ba,

lorſque $x = a$ pour la moitié de la ſurface de l'onglet; par conſéquent $2ab$ pour la *ſurface entiere qui ſe trouve égale au rectangle compris ſous le diamétre MO, & la hauteur BL de l'onglet.* Je ne fais mention de cette ſurface préſentement, que parce qu'il eſt néceſſaire de la connoître pour l'intelligence de ce qu'on verra dans la ſuite.

399. Conſiderant le complement RQOMV de l'onglet, comme compoſé d'une infinité de rectangles ABCD, qui auroient pour baſe la double ordonnée AD, & pour hauteur l'élement correſpondant EF du triangle rectangle XYR, on trouvera leurs ſommes en retranchant du demi-cylindre QOMBVR, l'onglet qui en fait la différence; ainſi ſuppoſant $XY = YR = a$, & la demi-circonférence $QRV = b$, on aura $\frac{aab}{2}$ pour la ſolidité du demi-cylindre, par conſéquent $\frac{aab}{2} - \frac{2a^3}{3}$, ou $\frac{3aab}{6} - \frac{4a^3}{6}$ pour la valeur du complement de l'onglet; ainſi le rapport de ces deux ſolides ſera $\frac{4a^3}{3aab - 4a^3}$, ou $\frac{4a}{3b-4a}$, ou $\frac{2a}{\frac{3b}{2} - 2a}$, *qui montre que l'onglet eſt à ſon complement, comme le diamétre du cercle eſt à la différence du même diamétre aux trois quarts de la circonférence;* il ſuit de-là que ſi l'on pouvoit trouver la valeur exacte du complement de l'onglet, on auroit la quadrature du cercle.

La ſolidité de l'onglet eſt à celle de ſon complement, comme 14 eſt à 19.

FIG. 39.

Pour avoir en nombres le rapport de l'onglet à ſon complement ſuppoſant $a = 7$, il viendra $b = 22$, par conſéquent $\frac{2a}{\frac{3b}{2} - a} = \frac{14}{19}$, qui fait voir *que l'onglet eſt à ſon complement, comme 14 eſt à 19.*

400. Conſiderant auſſi le ſolide exprimé par la quarantiéme figure, comme compoſé d'une infinité de plans EFGH, compris ſous la double ordonnée EH, & l'élément IK du triangle PBR, on aura la ſomme de tous ces plans en multipliant le cercle PVQR par l'élément moyen DC, ſervant d'axe au cylindre PLNR, parce que les onglets OLBM & ROMN, étant égaux, *le ſolide dont il s'agit ſera égal au cylindre.*

FIG. 40.

401. Coupant le même ſolide en deux parties par le plan QOMV qui paſſe par l'axe DC, & dont la baſe QV eſt perpendiculaire au diamétre PR, la grande partie OQPBMV, ſera à la petite OQVMR, comme 47 eſt à 19.

Suppoſant $BP = PR$, on aura $BL = LD$, & $DC = CR$, par

conſéquent ſi l'onglet OLBM, eſt exprimé par 14, ſon complement OQRVM, le ſera par 19, & comme ces deux ſolides enſemble valent le demi-cylindre OQPLMV, il pourra être exprimé par la ſomme des deux nombres précedens, à laquelle ajoutant celui de l'onglet, on aura 47 pour la plus grande partie, OQPBMV, & 19 pour la petite OQRVM.

FIG. 41. 402. Pour avoir la ſomme de tous les plans CFHL compris ſous la double ordonnée CL, & ſous l'élément GI du trapeze ABRD, *il faudra comme dans le cas précedent, multiplier encore la ſuperficie du cercle AD par l'élément moyen XK, ſervant d'axe au cylindre* ALND, puiſque ce cylindre eſt égal au ſolide dont nous parlons.

FIG. 42. & 43. 403. Quant aux ſolides exprimés par les figures 42 & 43, on voit que *pour le premier on aura la ſomme de tous les plans DING, en ajoutant à la ſolidité du demi-cylindre ALMHO, celle de l'onglet OLBA*, & qu'on aura celle du ſecond *en retranchant du cylindre EOMNHD, la valeur de l'onglet MNRO.*

Maniere de meſurer la pouſſée de l'eau contre un demi cercle, eu égard à ſa ſituation.

404. Il ſera aiſé préſentement de calculer la pouſſée de l'eau contre toutes ſortes de ſurfaces circulaires, par exemple, voulant ſçavoir, celle que ſoutient la ſuperficie du demi-cercle ABC dont le diamétre AC répond au niveau RZ de l'eau, remarquez qu'en faiſant le triangle rectangle & iſocelle DBE dont tous les élemens repréſentent les hauteurs des lames d'eau, qui répondent à tous les points de la hauteur DB, on aura la pouſſée qui agit contre la double ordonnée FG, en multipliant cette ligne par l'élément correſpondant IH; or comme la ſomme de tous ces produits ſera égale à la ſolidité d'un onglet qui auroit pour baſe le demi-cercle ABC, & pour hauteur la ligne BE égale au rayon, *cette pouſſée pourra donc être exprimée par un volume d'eau égal aux deux tiers du cube du rayon DB.* (397)

PLAN. 5. FIG. 44.

405. Si le demi-cercle étoit ſitué dans un ſens oppoſé au précedent comme KLM, l'on verra que puiſqu'il faut encore, pour avoir l'action de toutes les lames d'eau contre les doubles ordonnées OP, multiplier chacune de ces lignes, par l'élément correſpondant QR du triangle KLN, que la pouſſée que ſoutiendra ce demi-cercle pourra être exprimée par le complement d'un onglet qui auroit pour baſe ce même demi-cercle, & pour hauteur le rayon, ainſi on la trouvera (399) en diſant 14 eſt à 19, comme $\frac{\overline{2LN}^3}{3}$ eſt à $\frac{19}{14} \times \overline{LN}^3$, *qui fait voir que cette pouſſée eſt égale aux*

dix-neuf-vingt-uniémes du volume d'eau, exprimé par le cube du rayon.

Il ſuit que ſi les deux demi-cercles ſont égaux, la pouſſée que ſoutiendra le premier eſt à celle que ſoutiendra le ſecond comme 14 eſt à 19. (399)

406. Si les deux demi-cercles étoient au-deſſous du niveau RZ, comme ABCD & HRS, les lignes IB & OX, exprimant la plus grande hauteur de l'eau, faiſant les triangles rectangles & iſocelles IBN, & OXL, il faudra multiplier les doubles ordonnées FG, & QT, par les élémens correſpondans HE & PV des trapezes NKDB & LMRX, alors la ſomme des produits, pour le demi-cercle ABC étant exprimée par un ſolide ſemblable à celui de la quarante-deuxiéme figure, *il faudra multiplier ſa ſuperficie par la ligne DK ou DI, qui marque la plus petite hauteur de l'eau, pour avoir le demi-cylindre*, dont il a été fait mention dans l'article 403, *& y ajouter celle de l'onglet, c'eſt-à-dire les deux tiers du cube du rayon, l'on aura le volume d'eau, dont ce demi-cercle ſoutient la peſanteur.* FIG. 45.

407. Quant à l'autre demi-cercle HRS, comme la ſomme des produits, dont nous venons de parler, ſera exprimée par un ſolide ſemblable à celui de la quarante-troiſiéme figure, *l'on voit que pour avoir la pouſſée qu'il ſoutient, il faut multiplier ſa ſuperficie par la ligne XL ou XO, pour avoir la ſolidité du cylindre dont nous avons fait mention dans l'article 403, de laquelle il faudra retrancher celle de l'onglet, c'eſt-à-dire les deux tiers du cube du rayon.*

Maniere de meſurer la pouſſée de l'eau contre les ſurfaces circulaires, en égard à leur poſition.

408. Enfin ſi l'on avoit deux cercles, dont l'un répondit au niveau DL de l'eau, & que l'autre fût plus bas, faiſant les triangles rectangles & iſoceles CDB & NLM, la ſomme des produits des doubles ordonnées EF, par les élémens correſpondans GH du triangle CDB, pourra être exprimée par un ſolide ſemblable à celui de la trente-neuviéme figure. C'eſt pourquoi *il faudra pour avoir la pouſſée que ſoutient le premier cercle, multiplier ſa ſuperficie par l'élément moyen IK qui n'eſt autre choſe que le rayon KD, qui marque la hauteur de l'eau au-deſſus du centre K.* (400) FIG. 46.

409. Si l'on ſe rapelle ce qui a été dit dans l'article 401, l'on verra que *la pouſſée que ſoutient le dernier cercle inférieur IBZ, eſt à celle que ſoutient le ſuperieur IDZ, comme 47 eſt à 19.*

410. L'on verra de même que la ſomme de tous les produits des doubles ordonnées QR, par les élémens correſpondans OP du trapeze NSTM pourra être exprimée par un ſolide ſemblable à la quarante uniéme figure. C'eſt pourquoi *il faudra pour avoir la pouſſée que ſoutient le ſecond cercle, multiplier ſa ſuperficie par l'élément moyen*

Digitized by Google

VX, ou par ſon égal XL qui marque la hauteur de l'eau au-deſſus du centre X. (402)

Dans quelque ſituation que ſoit une ſurface circulaire, la pouſſée qu'elle ſoutient eſt toujours égale au poids d'une colomne d'eau qui auroit cette ſurface pour baſe, & pour hauteur celle du niveau de l'eau au-deſſus du centre du cercle.

411. Il ſuit qu'ayant un tuyau AB recourbé par le bas, pour y adapter un eſpece d'entonnoir GECDFH, fermé par un piſton, que verſant de l'eau dans ce tuyau juſqu'à la hauteur K, *la puiſſance P appliquée au piſton, ſoutiendra une pouſſée équivalente au poids d'une colomne d'eau, qui auroit pour baſe le cercle EF du piſton, & pour hauteur la ligne KB qui marque l'élevation du niveau de l'eau, au-deſſus du centre I, quelque petit que ſoit le diamétre du tuyau, ainſi cette puiſſance ſera dans le même cas, que ſi elle étoit appliquée au piſton de la quarante-huitiéme figure comme dans l'article 357.*

Si les ſurfaces précedentes, au lieu d'être verticales, étoient inclinées, tout ce que nous venons dire n'en ſubſiſteroit pas moins, ayant montré (382) que la pouſſée contre les unes & les autres, devoit ſe meſurer de la même maniere.

412. Il ſuit de-là que ſi on avoit un tuyau incliné ABCD rempli d'eau, & que le fond AD, fût fermé par un piſton, que *la puiſſance qui y ſeroit appliquée ſoutiendroit un poids équivalent à celui d'une colomne d'eau qui auroit pour baſe le cercle du piſton, & pour hauteur la perpendiculaire EF qui marque la plus grande élevation de l'eau au-deſſus du centre F, de quelque figure que ſoit le tuyau, ſans ſe mettre en peine de ſa groſſeur.* (360)

FIG. 47. & 48. FIG. 49.

SECTION VI.

Des Centres d'impreſſion.

413. Puiſque ſelon l'article 362, l'action de toutes les lames d'eau contre une ſurface ABCD peut être exprimée par les élemens d'un triangle iſocele AED, il eſt conſtant qu'il y a un point M, dans la perpendiculaire EF, où une puiſſance P étant appliquée ſelon une direction oppoſée PM, les ſoutiendra toutes en équilibre, & pour peu qu'on y faſſe attention, on verra que ce point que je viens de nommer ici *centre d'impreſſion*, ne peut être que le centre de gravité du triangle AED, *d'où il ſuit que le centre d'impreſſion d'une ſurface rectangulaire ABCD, eſt placé aux deux tiers de la ligne EF qui la diviſe en deux également, & qui marque la hauteur de l'eau.* (100.)

FIG. 50.

414. N'ayant aucun égard qu'à la pouſſée que ſoutient le rectangle AGHD, qu'on pourra regarder comme la vanne d'une Ecluſe, l'eau ayant toujours la même hauteur EF, le centre d'impreſſion de cette ſurface ſera le même que le centre de gravité O du trapeze AIKD. Pour le trouver, nous ſuppoſerons que le point N marque

que celui du triangle IEK, ainſi nommant EF, a; EL, b; EO, x on aura $EM = \frac{2a}{3}$, $EN = \frac{2b}{3}$, $MN = \frac{2a}{3} - \frac{2b}{3}$ & $MO = x - \frac{2a}{3}$.

Si à la place de la ſuperficie des triangles ſemblables IEK, & AED; on prend les quarrés de leurs perpendiculaires EL, & EF, la différence de ces deux quarrés, ou $aa - bb$, exprimera la ſuperficie du trapeze AIKD; (363) ainſi on aura (15) $aa - bb$, $bb :: \frac{2a-2b}{3}, x - \frac{2a}{3}$, d'où l'on tire $\frac{1}{3} \times \frac{abb-b^3}{aa-bb} = x - \frac{2a}{3}$, ou $\frac{2}{3} \times \frac{abb-b^3}{aa-bb} + a = x$; ſi l'on multiplie la grandeur a par $aa - bb$, on aura $\frac{1}{3} \times \frac{abb-b^3+a^3-abb}{aa-bb} = x$, ou $\frac{2}{3} \times \frac{a^3-b^3}{aa-bb} = x$, d'où l'on tire cette regle générale.

415. *Pour avoir l'intervalle de la ſurface de l'eau au centre d'impreſſion d'une vanne, il faut meſurer exactement la plus grande & la plus petite hauteur de l'eau, cuber ces deux hauteurs, ſouſtraire le petit cube du grand, prendre les deux tiers de la différence, enſuite diviſer cette quantité par la différence du quarré de la plus grande hauteur de l'eau, à celui de la plus petite, le quotient donnera ce que l'on cherche.*

Par exemple ſi la hauteur EF étoit de 6 pieds, & la plus petite EL de 4, l'on ſouſtraira 64 cube de 4, de 216 cube de 6, on aura 152, pour la différence dont il faut prendre les deux tiers qui eſt $101\frac{1}{3}$, qu'il faut diviſer par la différence des quarrés de 6 & de 4 qui eſt 20, le quotient donnera $5\frac{1}{15}$, c'eſt-à-dire 5 pieds 9 lignes, 7 points & $\frac{1}{5}$ de point pour l'intervalle EO. L'on verra par la ſuite l'uſage des centres d'impreſſion pour le calcul des machines mues par un courant.

Comme les centres d'impreſſion des ſurfaces circulaires ſont les les mêmes que les centres de gravité des ſolides qui expriment ces impreſſions, & qu'on ne peut avoir ces derniers centres ſans connoître celui de l'ongler, je vais examiner ce ſolide ſous une autre face que dans l'article 396. Pour cela il faut conſiderer la ſolidité d'un cylindre droit ABCD comme compoſé de pluſieurs ſurfaces EFGH d'une épaiſſeur infiniment petite, leſquelles vont toujours en croiſſant depuis l'axe IK juſqu'à la plus grande ſurface ABCD, PLAN. 6. FIG. 51.

Digitized by Google

j'entends que ſi l'on imagine, que le cercle qui ſert de baſe au cylindre ſoit compoſé d'une infinité de circonferences concentriques, formant autant de couronnes d'une épaiſſeur infiniment petite, chacune d'elles ſervira de baſe à l'élement correſpondant du cylindre.

416. En ſuivant cette idée, ſi l'on coupe le cylindre par un plan MLNDOM, paſſant par le centre I, & l'extremité D, du diametre AD, ce plan en détachera un onglet qui aura pour baſe le demi cercle MLC; or comme tous les cylindres qui vont en croiſſant depuis l'axe juſqu'à la ſurface ABCD, auront été coupés de la même maniere que le précédent, chacune d'eux fourniſſant auſſi un onglet, il s'enſuit que le plus grand pourra être conſideré, comme étant compoſé d'une infinité d'autres onglets ſemblables entre eux, allant tous en croiſſant depuis le plus petit qui répond au centre I juſqu'au plus grand; je dis ſemblable entre eux, puiſque tous les triangles IGP, marqueront leurs coupes par le milieu, par conſéquent on pourra conſidérer l'onglet, qui répond au plus grand triangle ICD comme étant compoſé d'une infinité de portions de ſurfaces cylindriques, ſemblables, concentriques, & d'une épaiſſeur infiniment petite, dont chacune ſera égale au rectangle compris ſous le diamétre du demi cercle qui lui ſert de baſe, & ſous l'élément correſpondant GP du triangle IDC. (398)

FIG. 52. 417. Pour avoir la ſolidité de l'onglet par cette voye, ſoit le demi cercle ABC qui lui ſert de baſe, décrivant les demi circonferences FGE & *fge*, infiniment près l'une de l'autre, nommant DB, ou BI, a; DG, ou GP, x; Gg, ſera dx, ainſi l'on aura pour élement differentiel de l'onglet $FE \times GP \times Cg$, ($2xxdx$) dont l'integrale donne $\frac{2x^3}{3}$ ou $\frac{2a^3}{3}$ quand $x = a$, pour la ſolidité de l'onglet.

418. Pour avoir ſon centre de gravité, il faut multiplier le ſolide differentiel $2xxdx$ par le rayon DG, (x) ce qui donne $2x^3dx$ dont l'integrale eſt $\frac{2x^4}{4}$ ou $\frac{x^4}{2}$, ou $\frac{a^4}{2}$, qui étant diviſé par $\frac{2a^3}{3}$ ſolidité de l'onglet, donne $\frac{3a}{4}$, qui fait voir que *le centre de gravité de l'onglet eſt éloigné du centre de ſon demi cercle, des 1sori quarts du rayon.*

FIG. 53. 419. Pour avoir le centre de gravité du complement de l'onglet, nous n'aurons égard qu'au demi cercle VRQ, commun à ces deux ſolides, & le centre de gravité du demi cylindre, celui de l'onglet & celui de ſon complement, étant dans le rayon YR

Digitized by Google

perpendiculaire au diametre VQ, nous ſuppoſerons que le premier eſt au point B, le ſecond au point C, & le troiſiéme au point D, ſur quoi il eſt à remarquer, que la poſition des deux premiers eſt connue; car ſelon l'article 106, la demie circonference VRQ eſt à ſon diametre VQ, comme les deux tiers du rayon YR eſt à l'intervalle YB, le demi cylindre étant compoſé d'une infinité de demi cercles égaux, dont tous les centres de gravité paſſent par la même ligne de direction, on pourra regarder tous ces cercles ou le demi cylindre réunis dans le poids P. D'autre part comme on aura la poſition du centre de gravité de l'onglet, en faiſant YC égal aux trois quarts du rayon YR, (418) on pourra ſuppoſer auſſi ſa ſolidité réunie dans le poids T, & celle de ſon complement dans le poids S.

Cela poſé, Conſidérant le point B, comme l'appuy d'un levier DC, autour duquel ſont en équilibre les poids S & T, dont le premier eſt au deuxiéme, comme 19 eſt à 14, (399) on aura 19, 14 :: BC, BD = $\frac{14}{19}$ × BC, (51).

Si l'on fait un angle à volonté YCK, prenant la ligne CE, de telle grandeur que l'on voudra, il faut la diviſer en 19 parties égales, faire EF égal à 14 de ſes parties, tirer la ligne EB, & par le point F lui mener la parallele FD qui donnera le point D centre de gravité du complement de l'onglet, puiſque CE, (19) EF, (14) :: CB, BD.

420. Ayant un ſolide, comme celui de la quarante-deuxiéme Figure, compoſé d'un demi cylindre OEALMH; & d'un onglet OLBM, on trouvera dans le rayon AK le point par où doit paſſer la ligne de direction du centre de gravité de ce ſolide; car nous ſervant de la figure cinquante-troiſiéme, prenant le poids P pour celui du demi cylindre, & le poids T pour celui de l'onglet on dira comme la ſomme des deux poids, qui n'eſt autre choſe que le ſolide dont il s'agit (403) eſt à l'intervale BC, ainſi le poids T ou l'onglet eſt à l'intervalle BG du centre de gravité du demi cylindre à celui que l'on cherche. (51)

421 Pour trouver de même, dans le rayon KD de la baſe du ſolide de la quarante-troiſiéme figure, le point par où doit paſſer la ligne de direction de ſon centre de gravité, on remarquera que ce ſolide étant compoſé du demi cylindre EQVRDH, & du complement RQOMV d'un onglet, on pourra en prenant encore dans la figure cinquante-troiſiéme le poids P pour celui du demi cylindre, & le poids S pour celui du complement de l'on-

glet, dire comme la ſomme de ces deux poids (403) eſt à l'intervalle DB; ainſi le poids S ou la ſolidité du complement de l'onglet (399) eſt l'intervalle BH du centre de gravité du demi cylindre, à celui du ſolide entier.

422. Si dans la quarantiéme figure on retranche du cylindre PLNR les onglets égaux MNRO, il reſtera un ſolide régulier POMVRQO, don l'axe DC paſſant par ſon centre de gravité, on pourra ſuppoſer, ce ſolide réuni dans le poids Y, prenant la ligne DA égale aux trois quarts du rayon DL, le centre de gravité commun des onglets égaux MBLO, ou MPLO, étant au point A, (418) on pourra auſſi le ſuppoſer réuni dans le poids X; on dira donc comme la ſomme des poids X & Y; ou la ſolidité du cylindre PLNR, (400) eſt à l'intervalle DA, ainſi le poids X ou la ſomme des deux onglets, eſt à l'intervalle DS du centre du cercle LN, au centre de gravité du ſolide PBR.

423. Enfin on trouvera de la même maniere le centre de gravité du ſolide repréſenté par la quarante-uniéme Figure, en retranchant le double onglet OGBM, & en faiſant XY égal aux trois quarts du rayon, afin de pouvoir dire, comme le cylindre ALND eſt à l'intervalle XY, ainſi la ſomme des deux onglets eſt à l'intervalle XS, du centre du demi cercle, au centre de gravité S que l'on cherche.

SECTION VII.

De la meſure des Eaux qui coulent par le fond des Tuyaux ou Reſervoirs.

Les parties de l'eau renfermée dans un vaiſſeau, s'empreſſent de toute part à couler du côté le plus foible.

424. Pour bien établir les principes qui vont faire l'objet de cette Section, il convient de remarquer que les parties de l'eau renfermée dans un vaiſſeau, ſe preſſent mutuellement en tous ſens avec des forces égales dans chaque couche horiſontale, & que s'il vient à s'en échapper par une ouverture pratiquée au fond, toutes les autres dont elles ſont environnées, s'empreſſent à couler de ce côté-là, avec une certaine gradation de viteſſe, qui dépend de la force de celles qui les ſuivent, ou ſi l'on veut, du poids dont elles ſont chargées; (343) & comme la force qui preſſe la ſurface de l'eau pour la faire deſcendre, peut être regardée comme nulle par rapport à la preſſion que ſourient la lame qui ſert de baſe à la colonne d'eau qui répond à *l'orifice*; on ne peut pas dire que ce ſoit cette colonne, ſans ceſſe renouvellée par la ſurface, qui s'échappe, mais que généralement toute celle du vaiſſeau concourt à la dépenſe.

Digitized by Google

425. Pour mettre ceci dans un plus grand jour, ſuppoſons un Vaiſſeau ABCD, rempli d'eau juſqu'à la hauteur IK; ſi on y plonge juſqu'au fond un tuyau EFGH ouvert par les deux bouts, ſa ſurface ſera pouſſée ſelon les directions horiſontales, (361) avec des forces égales & oppoſées, quiiront en croiſſant, ſelon l'ordre des termes d'une progreſſion arithmétique; (362) car traçant ſur les côtez FE, GH du tuyau, les triangles rectangles & iſoceles FES & GHT, leurs élémens répréſenteront l'action de l'eau contre la ſurface extérieure: comme le point X ſera pouſſé avec une forme exprimée par l'élément VX, & le point Y oppoſé au précédent, avec une force exprimée par la hauteur FY égale à VX, (377) & qu'il en ſera de même de tous les autres points pris à la ronde dans une même couche horiſontale LM, l'on voit que l'eau du vaiſſeau ſera autant d'effort pour entrer dans le tuyau, que celle du tuyau en ſera pour en ſortir.

Quand un Reſervoir percé par le fond, eſt toujours entretenu à la même hauteur; ce n'eſt pas la colonne d'eau qui répond à l'orifice ſan ceſſe renouvellée, qui fournit à la dépenſe, mais généralement toute l'eau du vaiſſeau y concourt.

Comme l'étendue de la baſe AD eſt indifférente à la pouſſée dont nous parlons, on voit que ſi le vaiſſeau étoit lui-même un tuyau OPQR, un peu plus gros que celui qu'on plongera dedans, la ſurface de ce dernier ſera toujours pouſſée avec la même force, quelque petite que ſoit la difference des deux cercles OR & EH, pourvû que leurs circonferences ne ſe confondent point. (379)

PLAN. 6. FIG. 54.

426. Si l'on ſuprime le tuyau du milieu pour n'avoir égard qu'à la colonne qui s'y trouve renfermée, la ſurface ſera preſſée par l'eau dont elle eſt environnée, avec la même force que l'étoit celle du tuyau. Pour connoître le rapport de cette force à l'action du poids de la colonne ſur le fonds du vaiſſeau, nous nommerons *r* le rayon NH, du cercle EH; *c*, ſa circonférence, & *h*, la hauteur FE de l'eau; ainſi on aura $\frac{hhc}{2}$ pour la pouſſée que ſoutient la ſurface; (374) & $\frac{rhc}{2}$ pour ſon poids, d'où l'on tire $\frac{hhc}{2}$, $\frac{rhc}{2} :: h, r$, qui montre que *l'effort que fait l'eau du vaiſſeau pour occuper la place de la colonne, eſt à l'action de cette colonne pour deſcendre, comme ſa hauteur eſt au rayon de ſa baſe.*

L'effort que fait l'eau pour occuper la place de la colonne, eſt à l'action de cette colonne pour deſcendre, comme ſa hauteur eſt au rayon de ſa baſe.

427. L'on peut conclure, que lorſque la hauteur de la colonne excedera ſon demi diamétre, les parties de l'eau qui la compoſent ne pourront jamais ſortir toutes enſemble par une ouverture égale à ſa baſe, parce que la force avec laquelle elle tendra à deſcendre, ſera moindre que celle de l'eau qui tend à la remplacer, ce qui mon-

Digitized by Google

tre que cette colonne, dans le tems de l'écoulement, aura toujours la même pesanteur, puisque les parties qui s'en échapperont, seront à l'instant remplacées par celles qui cherchent à sortir à leur tour.

L'eau d'un vaisseau entretenue au même niveau, coule toujours avec une vitesse uniforme, étant chassée par une force constante.

428. Il suit que lorsque l'eau d'un vaisseau sera continuellement entretenue au même niveau, celle qui sortira par un orifice pratiqué au fond, aura toujours la même vitesse, puisqu'elle sera chassée par tout le poids de la colonne qui la presse, qu'on peut regarder comme *une force constante*, qui agit *uniformement* sur toute l'étendue de l'orifice.

Quand un tuyau vertical dont l'ouverture est égale à la base, vient à se vuider, la surface de l'eau acquiert en descendant une vitesse, qui croît comme celle des corps graves, qui tombent librement.

429. Il n'en est pas de même de l'eau d'un tuyau droit, qui se vuide par une ouverture égale à la base, parce qu'elle tombe tout d'une piece comme un cylindre de glace, c'est-à-dire, qu'en sortant elle a d'abord une très-petite vitesse, qui va en croissant, comme celle qu'acquierent les corps graves depuis l'instant de leur chute; car l'eau de la colonne n'étant point remplacée ni par le haut, ni par les côtés, sa surface répondant immédiatement à celle du vaisseau, elle se trouve dans le cas de tous les corps graves, par conséquent elle doit suivre la loi de leur accelération, (154) ne se rencontrant ici aucune circonstance, qui puisse faire naître quelque changement. Le tems qu'un pareil tuyau mettra à se vuider totalement, sera égal à celui qu'il faudra à un corps, pour parcourir en descendant librement le même espace que parcourera dans le tuyau la surface superieure de l'eau. (175)

430. Comme on peut toujours rendre *uniforme* une vitesse retardée ou accelerée, *en prenant la moitié de la grande vitesse*, (160) il faudra en user de la sorte, lorsqu'on voudra comparer la dépense d'un tuyau tel que le précedent, avec celle d'un autre toujours entretenu plein.

Les vitesses de l'eau sont dans la raison des racines quarrées des hauteurs de la même eau.

431. Si la surface de l'eau contenue dans un tuyau, ou Réservoir, après avoir été entretenue pendant un certain tems, au même niveau BC, l'étoit ensuite au niveau FG, malgré la dépense qui s'en fera par l'orifice EH, pratiqué au fond du vaisseau; sa vitesse uniforme dans le *premier cas*, *sera à sa Vitesse uniforme dans le second, comme la racine quarrée de la hauteur IE, est à la racine quarrée de la hauteur KE,*

FIG. 55.

Pour s'en convaincre, il faut considerer que les quantitez ou masses d'eau qui s'écoulent d'un même orifice, en tems égaux, doivent être comme les vitesses qu'elles ont à leurs sorties, puisqu'il est naturel qu'une vitesse double ou triple, fournisse dans le même tems une quantité d'eau double ou triple; ainsi nommant V la grande vitesse; M, la masse ou quantité d'eau qu'elle fournit

Digitized by Google

dans un certain tems; u, la petite viteſſe; & m, la maſſe qu'elle fournit dans le même tems; on aura V, u:: M, m, par conſequent $m = \frac{Mu}{V}$. D'autre part nommant F, le poids de la colomne IH; & f, celui de la colomne KH; l'une & l'autre ayant la même baſe, donneront F, f:: IE, KE: les forces F, f étant comme les quantités de mouvement qu'elles cauſent, (149) c'eſt-à-dire, comme le produit des maſſes d'eau qu'elles font ſortir en tems égaux, multipliées chacune par ſa viteſſe, l'on aura F, f :: VM, $\frac{uxum}{V}$, par conſéquent $\frac{FMuu}{V} = fMV$, ou $Fuu = fVV$, qui donne VV, uu:: F, f; ou VV, uu:: IE, KE; ou enfin V, u:: $\sqrt{IE}$, $\sqrt{KE}$, qui montre que *les viteſſes de l'eau ſont comme les racines quarrées des hauteurs de ſa ſurface au-deſſus de l'orifice.*

La démonſtration du principe général du mouvement des eaux, a été trouvé par M. Varignon.

432. L'on a fait long-tems uſage de ce principe, ſans en connoître la véritable cauſe, qui n'a été découverte qu'en 1695 par M. Varignon, parce qu'on en étoit détourné par la reſſemblance qui ſe rencontre entre l'expreſſion des viteſſes de l'eau, & celles qui réſultent de la chûte des corps graves. On vouloit que la viteſſe de l'eau qui s'échappe, vint de l'impreſſion de la chûte accelerée de la ſurface, ſans faire reflexion que toutes les parties de la colonne qui répond à l'orifice étant contigues, celles d'en haut ne pouvoient avoir plus de viteſſe que celles d'en bas, pour leurs en communiquer, & qu'au contraire les premiers devoient en avoir moins que les autres. (424)

Les viteſſes de l'eau peuvent être exprimées par les racines quarrées des hauteurs des reſervoirs.

433. On voit en général qu'ayant deux tuyaux ou réſervoirs, dans chacun deſquels l'eau ſoit toujours remplacée pour entretenir ſa ſurface au même niveau IL & KP, mais à des hauteurs differentes, *que les viteſſes de celle qui ſortira par les orifices ⊙ o, ſeront comme les racines quarrées des hauteurs IG, & KG.*

L'on pourra donc, quand on le jugera à propos, au lieu des viteſſes de l'eau, prendre les racines des hauteurs des tuyaux ou reſervoirs; j'entends ici par la hauteur des reſervoirs celle de l'eau au-deſſus de leur fond. FIG. 56. & 57.

Que les tuyaux ſoient droits ou inclinés, les viteſſes de l'eau doivent toujours s'exprimer par

434. Le principe précedent eſt général, que le vaiſſeau ſoit *droit* ou *incliné*, parce que la preſſion de l'eau ſur le fond de ce dernier, étant la même que s'ils étoient droits, (412) les forces ſeront auſſi les mêmes, par conſéquent les viteſſes qu'elles cauſent; d'où il ſuit que lorſqu'on voudra calculer la quantité d'eau qui s'écoule par le fond d'un tuyau poſé ſur un plan incliné, de quelque figure que ſoit ce tuyau, *il faudra n'avoir égard qu'à la per-*

Digitized by Google

les racines quarrées de la hauteur de son niveau, au-dessus de l'orifice.

pendiculaire, qui exprime la hauteur de la surface de l'eau au-dessus du centre de l'écoulement, & pour le reste, agir comme si le tuyau étoit droit.

435. Si après avoir rempli d'eau le vaisseau ABCD, on la laissoit couler par l'orifice EH, il suit que les vitesses à chaque instant, seront comme les racines des hauteurs où sa surface se rencontrera au-dessus du fond. (431)

FIG. 55.

La vitesse de l'eau a la sortie d'un orifice est la même que celle qu'un corps auroit acquis en tombant de la hauteur du reservoir.

436. Puisque les vitesses de l'eau qui s'écoule des tuyaux ou reservoirs, toujours entretenus pleins, peuvent être exprimées par les racines quarrées des hauteurs, comme celles qu'acquierent les corps gravent qui tombent librement, (169) l'on voit que les regles de Galilée sur l'accéleration, peuvent être appliquées au moument des eaux en général, en regardant leurs vitesses à la sortie des orifices, comme ayant été acquises par une chûte, dont la hauteur seroit égale à celle du niveau de l'eau au-dessus de ces orifices, d'autant mieux que tout le monde sçait que les jets d'eau remontent à peu près à la hauteur du niveau de leurs réservoirs où ils atteindroient précisement, sans la résistance de l'air qu'ils sont obligez de fendre; ce qui prouve qu'à la sortie de l'adjutage, ils ont la même vitesse que celle qu'auroit acquis un corps par une chûte égale à la hauteur du reservoir, qu'il est celle qu'il lui faudroit pour remonter d'où il étoit tombé. (161)

Quand un vaisseau est toujours entretenu plein, il se dépense par le fond une colomne d'eau double de celle qui auroit pour base l'orifice, & pour hauteur celle de l'eau, dans le tems qu'il faudroit à un corps pour parcourir cette hauteur, en tombant librement.

437. Si la colomne d'eau IEHL étoit refermée dans un tuyau de même grosseur, & qu'on lui laissât tout-à-coup la liberté de s'échapper par l'ouverture EH, égale à sa base, nous avons vû, (430) que sa vitesse moyenne seroit la moitié de celle qu'un corps acquereroit en tombant de la hauteur IE, (ainsi elle peut être exprimée par $\frac{1}{2}\sqrt{IE}$) & que le tems de cette chûte seroit égal à celui qu'il faudroit au tuyau pour se vuider. (429)

Si l'on fait abstraction du tuyau, que l'eau soit toujours remplacée & entretenue au même niveau BC, la vitesse uniforme de celle qui sortira par la même ouverture EH devant être exprimée par $\sqrt{IE}$ (433) double de $\frac{1}{2}\sqrt{IE}$, l'on voit que la dépense de l'orifice, dans le tems qu'un corps mettroit à tomber de la hauteur IE, sera double de celle qui sortira dans le même tems du tuyau dont nous venons de parler, (157) par conséquent double de la colomne EILH, parce que les orifices égaux donnent dans le même tems des quantités d'eau, qui sont en même raison que leurs vitesses.

FIG. 55.

438. On

438. On peut donc dire, que *la dépenſe d'un tuyau ou reſervoir, pendant la durée du tems qu'il faudroit à un corps pour tomber librement de la hauteur du niveau de l'eau au-deſſus du fond, eſt égale à une colonne d'eau qui auroit pour baſe l'orifice, & pour hauteur une ligne égale au chemin que peut parcourir un corps d'un mouvement* (158) *uniforme dans le tems de ſa chûte, avec la viteſſe acquiſe.*

439. Ayant un vaiſſeau rempli d'eau, ſi on lui laiſſe la liberté de ſe vuider par un orifice pratiqué au fond ſans y rien ajoûter, & qu'enſuite on l'entretienne toujours plein, *il en ſortira deux fois autant d'eau qu'il en contient, dans un tems égal à celui qu'il lui faudra pour ſe vuider totalement*, parce que les viteſſes de l'eau d'un vaiſſeau qui ſe vuide, allant en décroiſſant, comme celle d'un corps qui eſt pouſſé de bas en haut, ſi ce corps peut parcourir d'un mouvement uniforme en conſervant ſa premiere viteſſe, un eſpace double de celui où il ſeroit monté pour la perdre, (157) la dépenſe de l'eau doit être double dans le même tems, dès que ſa premiere viteſſe reſte la même.

Un vaiſſeau toujours entretenu plein, dépenſe deux fois autant d'eau qu'il en contient, dans un tems égal à celui qu'il mettroit à ſe vuider.

440. Comme un corps qui eſt tombé d'une certaine hauteur, peut avec la viteſſe acquiſe, remonter d'un mouvement uniforme au point d'où il eſt parti, dans la moitié du tems qu'il a mis à deſcendre, (160, 161) *il arrivera auſſi qu'un vaiſſeau entretenu plein d'eau, en dépenſera autant qu'il en contient, dans la moitié du tems qu'il employera à ſe vuider.*

Un vaiſſeau toujours entretenu plein, dépenſe autant d'eau qu'il en contient dans la moitié du tems qu'il mettroit à ſe vuider

441. Prévenus qu'un corps en tombant, parcourt dans des tems égaux des eſpaces qui vont en croiſſant, ſelon les nombres impairs, 1, 3, 5, 7, 9, &c. (161, 164) & qu'en remontant il parcourt les mêmes eſpaces, mais dans un ordre renverſé; il ſuit que les quantités d'eau d'un vaiſſeau priſmatique ou cylindrique qui ſe vuide par le fond, *doivent diminuer en tems égaux dans le même ordre, que les eſpaces que parcourt un corps qui eſt pouſſé de bas en haut*, puiſque la proportion des viteſſes eſt la même. Suppoſant que le vaiſſeau ſe vuide totalement en 5 minutes, ſi la quantité d'eau qui ſe ſera écoulée dans la premiere eſt exprimée par 9, elle le ſera dans la ſeconde par 7, dans la troiſiéme, par 5, dans la quatriéme par 3, & dans la cinquiéme par 1.

442. On pourra déterminer le tems qu'un vaiſſeau priſmatique ou cylindrique employera à ſe vuider, en diſant, *comme la ſuperficie de l'orifice eſt à celle de la baſe du vaiſſeau; ainſi le tems qu'un corps employera à tomber de la hauteur de l'eau*, (174) *eſt à celui qu'on cherche;* car ſi l'on imagine toute l'eau diviſée en autant de colonnes égales à celle qui répond à l'orifice, que cet orifice peut être

Maniere de trouver le tems qu'un vaiſſeau employera à ſe vuider, & celui qu'un corps met-

ra à tomber de la hauteur du vaiſſeau.

contenu de fois dans la baſe du vaiſſeau, l'on verra que le tems de l'écoulement doit être proportionné au nombre des colomnes; cependant, comme dans l'expérience l'écoulement ne ſera pas auſſi régulier ſur la fin qu'au commencement; il faut pour plus de préciſion obſerver le tems que le vaiſſeau employera à ſe vuider ſeulement juſqu'au quart ou au tiers de ſa hauteur, enſuite ſouſtraire de la premiere hauteur de l'eau, celle où elle ſe trouvera après l'obſervation, *& dire comme la racine de la difference de ces deux hauteurs, eſt à la racine de la plus grande; ainſi le tems qu'on aura trouvé eſt au tems que l'on cherche.*

On pourra donc connoître le tems qu'il faudroit à un corps pour tomber de la hauteur du vaiſſeau, par celui que ce vaiſſeau mettra à ſe vuider totalement, en diſant *comme ſa baſe eſt au tems de l'écoulement, ainſi la ſuperficie de l'orifice eſt au tems que le tuyau mettra à ſe vuider*, qui eſt le même que celui que le corps employera pour ſa chûte.

Quand 2 vaiſſeaux ſe communiquent, il faut le double du tems au premier pour remplir le ſecond, que ſi celui-ci étoit au-deſſous de l'autre.

443. Ayant deux vaiſſeaux priſmatiques, poſez ſur un même plan horiſontal, unis par un tuyau de communication, ſi on entretient le premier plein d'eau, en remplaçant celle qu'il dépenſera, & qu'on lui laiſſe tout-à-coup la liberté de s'écouler dans le ſecond, *il lui faudra pour ſe remplir le double du tems qu'il lui auroit fallu s'il avoit été placé immédiatement au-deſſous du premier*, parce que ſa viteſſe diminuera à meſure que la ſurface de l'eau approchera de ſon niveau, dans le même ordre que diminue celle d'un corps qui remonte vers le point d'où il eſt deſcendu, ou comme diminueroit celle de l'eau d'un même vaiſſeau, ſi après en avoir été rempli on la laiſſoit couler par le fond; ce qui montre qu'il faudra autant de tems pour le remplir que pour le vuider. (441) Cet article nous ſervira dans la ſuite pour connoître le tems qu'il faut pour remplir les ſas des écluſes des canaux.

Concluſion pour faire voir la conformité des regles du mouvement des eaux avec la doctrine de Galilée ſur la chûte des corps.

444. Ces exemples font voir la parfaite conformité qui ſe rencontre entre le mouvement des eaux & celui des corps graves, ce qui procéde de ce principe ſi ſimple, *que les effets ſont toujours proportionnés à leurs cauſes*, (11) car toute la doctrine de Galilée roule ſur ce que *les eſpaces parcourus ſont entr'eux, comme la ſomme des viteſſes acquiſes depuis le repos*, & toute la théorie du mouvement des eaux, *ſur ce que leur dépenſe par des orifices egaux, eſt comme les ſommes de leurs viteſſes.* Ainſi dans le ſecond objet les quantités d'eau écoulées, tiennent lieu des eſpaces parcourus dans le premier, par conſéquent les mêmes régles doivent leur être communes en tout point.

Digitized by Google

445. Lorſqu'à deux reſervoirs de différente hauteur, les orifices $\odot o$, ſont inégaux en ſuperficie, les petits *priſmes d'eau* qui en ſortent dans *un même inſtant* peuvent être exprimés par $\odot V$, & *ou*, parce qu'ils ne peuvent avoir pour baſes que celles des colomnes qui les chaſſent, & pour hauteur l'eſpace qu'une lame détachée des mêmes colomnes peut parcourir d'un mouvement uniforme dans cet inſtant; & comme ces eſpaces ſeront dans la raiſon des viteſſes exercées dans le même inſtant, (147) les viteſſes pourront tenir lieu des eſpaces, puiſqu'il ne s'agit ici que du rapport de ces priſmes. *Formule générale, d'où l'on peut tirer toutes les regles pour la meſure des eaux.* FIG. 56. & 57.

446. Comme les colomnes ou maſſes d'eau que les orifices depenſeront en deux tems différens Tt, contiendront autant de fois leurs petits priſmes $\odot V$, *ou*, qu'il ſe ſera écoulé d'inſtans dans la durée des tems Tt, l'on aura $\frac{M}{T} = \odot V$, & $\frac{m}{t} = ou$, d'ou l'on tire $\frac{M}{T}, \frac{m}{t} :: \odot V, ou$, qui donne $\frac{Mou}{T} = \frac{m \odot V}{t}$, ou $Motu = m \odot TV$, qui eſt une formule générale qui comprend *les maſſes* ou *quantités deau*, leurs *viteſſes*, les *tems* de leur écoulement, & *la grandeur des orifices*, c'eſt-à-dire toutes les circonſtances qui entrent dans la meſure des eaux, de laquelle on pourra tirer autant d'analogies, qu'elle comprend de racines, & autant de conſéquences particulieres, qu'on pourra faire de ſuppoſitions différentes : par exemple, les Analogies générales ſont,

1°. $M, m :: \odot TV, otu$. 2°. $T, t :: Mou, m \odot V$.

3°. $\odot, o :: Mtu, mTV$. 4°. $V, u :: Mot, m \odot T$.

447. La premiere montre que les *maſſes* ou *quantités d'eau* ſont entre-elles, dans la raiſon compoſée des orifices des tems & des viteſſes. *Regles générales tirées de la formule précedente pour la meſure des eaux.*

448. La ſeconde que les *tems* ſont dans la raiſon compoſée des quantités ou maſſes d'eau priſes directement, des orifices, & des viteſſes réciproquement.

449. La troiſiéme, que les *orifices* ſont dans la raiſon compoſée des quantités d'eau priſes directement, des tems & des viteſſes réciproquement.

450. La quatriéme que les *viteſſes* ſont dans la raiſon compoſée des quantités d'eau priſes, des orifices, & des tems réciproquement.

451. Quant aux Analogies ou regles particulieres, ſi l'on ſuppoſe $V = u$, & qu'on ſupprime ces lettres de la formule, on en tirera $M, m :: \odot T, ot$, qui montre que lorſque les *viteſſes* ou *les* *Analogies particulieres ſelon les différentes hypotheſes*

qui peuvent se rencontrer dans la meſure des eaux.

hauteurs des reſervoirs ſont égales, les quantités d'eau qui s'en écoulent ſont dans la raiſon compoſée des tems & des orifices.

452. De même ſuppoſant $T = t$, on aura $M, m :: \odot V, ou$, c'eſt-à-dire que lorſque les *tems* ſont égaux, les quantités d'eau ſont dans la raiſon compoſée des orifices & des viteſſes.

453. Suppoſant auſſi $\odot = o$, il vient $M, m :: TV, tu$, qui montre que lorſque les *orifices* ſont égaux, les quantités d'eau qu'ils dépenſent ſont dans la raiſon compoſée des tems & des viteſſes, ou des tems & des racines quarrées des hauteurs des reſervoirs.

454. Si l'on ſuppoſe encore $M = m$, l'on aura $V, u :: ot, \odot T$, qui montre que lorſque la *dépenſe* des reſervoirs eſt égale, les viteſſes de l'eau ſont dans la raiſon réciproque des produits des tems & des orifices.

455. Si $Mt = mT$, on aura $\odot, o :: u, V$, qui montre, que lorſque *les quantités d'eau ſont égales, ainſi que les tems*, les orifices ſont dans la raiſon reciproque des viteſſes; par conſéquent, lorſque les orifices ſont dans la raiſon réciproque des viteſſes, ou des racines quarrées des hauteurs des reſervoirs, ils dépenſent en tems égaux des quantités d'eau égales.

456. Ayant de même $tu = TV$, il viendra $M, m :: \odot, o$; qui montre que lorſque les *viteſſes* ſont égales, par conſéquent les hauteurs des reſervoirs, les quantités d'eau qui s'en écouleront dans *le même tems*, ou dans des tems égaux, ſeront dans la raiſon des orifices.

457. Suppoſant auſſi $ou = \odot V$, $oh = \odot H$, on aura $M, m :: T, t$, qui fait voir que lorſque *les viteſſes* ou *les hauteurs des* réſervoirs ſont égales, les quantités d'eau qui ſortiront par des *orifices égaux*, ſont dans la raiſon des tems de leur écoulement.

458. Suppoſant $\odot T = ot$, on aura $M, m :: V, u :: \sqrt{H}, \sqrt{h}$, c'eſt-à-dire, que lorſque les *tems* ſeront égaux, ainſi que les *orifices*, les quantités d'eau qui en ſortiront ſeront dans la raiſon des viteſſes, ou dans la raiſon des racines quarrées des hauteurs des reſervoirs.

459. De même ſi $Mo = m\odot$, on aura $u, V :: T, t$, c'eſt-à-dire, que lorſque les *quantités d'eau* ſont égales, ainſi que *les orifices*, les viteſſes ſont dans la raiſon réciproque des tems.

460. Enfin ſi $Mu = mV$, on aura $o, \odot :: T, t$, qui montre que lorſque *les quantités d'eau* ſont égales, ainſi que *les viteſſes*, ou *les hauteurs des reſervoirs*, les orifices ſont dans la raiſon réciproque des tems.

Tout ce qu'on vient de dire n'en ſubſiſtera pas moins, ſoit que

l'eau coule de haut en bas, ou qu'elle jailliſſe de bas en haut, comme aux jets d'eau, pourvû que *le plan de l'orifice ſoit horiſontal*, parce que *les pouſſées ou les forces qui ſont exprimées par les mêmes hauteurs d'eau, agiſſant également, quelles qu'en ſoient les directions*, les viteſſes qu'elles cauſent ſeront égales.

Maniere de déterminer la valeur des grandeurs conſtantes de la formule,

461. Les Analogies précedentes comprenant toutes les regles d'où dépend la meſure des eaux, il ſera aiſé, *en faiſant abſtraction de tout accident*, de les appliquer à la pratique, dès qu'on connoîtra *la hauteur*, *l'orifice* d'un certain reſervoir toujours entretenu au même niveau, & par l'expérience ou le raiſonnement, *ſa dépenſe dans un tems déterminé*, alors la valeur des quatre grandeurs T, ⊙, V, M, tirées de la regle générale (446) pourra ſervir dans tous les cas.

462. Comme le tems, la grandeur de l'orifice, la viteſſe de l'eau ou la hauteur du reſervoir, ſont arbitraires, nous ſuppoſerons pour la facilité du calcul, que le tems eſt d'une ſeconde, l'orifice d'un pouce de diamétre, par conſéquent ſon quarré de 144 lignes, la viteſſe de l'eau de 26 pieds, qui eſt celle qui répond à un reſervoir de 11 pieds 3 pouces de hauteur, parce que ſelon l'article 176, on aura $\sqrt{15}, 30 :: \sqrt{11\frac{1}{4}}, x$, ou $15,900 :: 11\frac{1}{4}, xx$, qui donne $676\frac{1}{2}$ ou $26 = x$, en négligeant la fraction : ainſi l'orifice dépenſera par ſeconde une colomne d'eau d'un pouce de diamétre, ſur 26 pieds de hauteur, qui étant multipliée par 6 onces 1 gros, (341) donne 10 ℔ d'eau. On aura donc T = une ſeconde; ⊙ = 144 lignes, V, 26 pieds, M = 10 ℔.

463. Il m'a paru qu'il convenoit de prendre le tems d'une ſeconde préferablement à tout autre, pour meſurer la dépenſe, parce que la multipliant par 60, on l'aura pendant une minute. J'ai cru devoir auſſi exprimer cette dépenſe en livres, parce qu'enſuite il ſera aiſé de la réduire à telle meſure que l'on voudra : par exemple, diviſant par 2 le nombre qu'on aura, il viendra des *pintes*, (241) par 70 des *pieds cubes*, & par 28 des *pouces d'eau*, lorſque le tems de l'écoulement ſera d'une minute. (342)

Application de la premiere analogie générale à un exemple.

464. On a un reſervoir de 4 pieds de hauteur, percé par le fond d'un orifice de 9 lignes de diamétre, on demande *la quantité d'eau qu'il dépenſera en 45 ſecondes.*

Il faut chercher (176) la viteſſe uniforme par ſeconde acquiſe par une chûte de 4 pieds, on la trouvera à peu près de 15 pieds 6 pouces, ainſi on aura $t = 45$ ſecondes, $o = 81$ lignes, quarré du

diamétre de l'orifice, $u = 15$ pieds 6 pouces, viteſſe de l'eau.

Les dépenſes étant comme les produits des orifices, ou des quarrés de leur diamétre, par les tems & les viteſſes; (447) nommant x la quantité d'eau qu'on cherche; on aura $\odot TV$ ($144 \times 1 \times 26$), $o\iota u$ ($81 \times 45 \times 15\frac{1}{2}$) :: M (10), m (x); ou 3744, $56497\frac{1}{2}$ :: 10, $x = 151$ ℔, ou $75\frac{1}{2}$ pintes, pour la dépenſe que l'on demande.

Maniere de faire uſage de la formule, pour trouver la grandeur de l'orifice, connoiſſant ſa dépenſe dans un tems déterminé, & la hauteur du reſervoir.

465. L'on peut ſi l'on veut ſe ſervir de l'équation ou regle générale $Motu = m\odot TV$, pour trouver la *depenſe*, le *tems*, *l'orifice*, la *viteſſe* ou la *hauteur* de l'eau d'un reſervoir quelconque, dès qu'on connoîtra trois de ces termes qui doivent toujours être repréſentés par les *petites lettres*, en ſubſtituant x dans l'équation à la place du terme que l'on cherche, parce que les autres grandeurs Γ, $\odot$, V, M, étant déterminées, on n'aura qu'à dégager x, ſans faire aucune analogie, *obſervant d'effacer les lettres ſemblables, lorſque leur valeur ſe trouvera la méme*, afin de rendre le calcul plus ſimple.

466. Par exemple, ayant un reſervoir de 4 pieds de hauteur, on demande *quel doit être l'orifice*, pour qu'en 45 ſecondes il dépenſe 151 ℔ d'eau; je ſubſtitue x à la place de o dans l'équation, pour avoir $Mxtu = m\odot TV$, ou $x = \frac{m \odot TV}{Mtu}$, ou $x = \frac{151 \times 144 \times 1 \times 26}{10 \times 45 \times 15\frac{1}{2}} = \frac{565344}{6975} = 81$, pour le quarré du diamétre, en négligeant un reſte qui n'auroit pas lieu, ſi la dépenſe d'un reſervoir avoit été de 150 ℔, & environ $\frac{9}{10}$ au lieu de 151, comme je l'ai ſuppoſé dans la regle précedente; extrayant la racine quarrée du nombre qu'on vient de trouver, on aura 9 lignes pour le diamétre de l'orifice.

Autre application de la formule pour trouver la hauteur du reſervoir, connoiſſant l'orifice, le tems & la dépenſe.

467. Un reſervoir dépenſe 10 pouces par un orifice de 8 lignes, on demande *la hauteur de l'eau au-deſſus de cet orifice.*

Comme le tems de l'écoulement eſt ici d'une minute, ou de 60 ſecondes, puiſqu'il eſt queſtion de pouces d'eau, on aura $t = 60$, & la quantité d'eau que comprend un pouce peſant 28 livres, on aura $m = 280$, & $o = 64$; quant à la hauteur que l'on cherche, comme on ne peut la trouver que par la connoiſſance de la viteſſe qu'aura l'eau à la ſortie de l'orifice, nous la nommerons x; ainſi on aura $Mox = m\odot TV$; ou $x = \frac{m \odot TV}{Mo}$ qui donne x

Digitized by Google

$= \frac{280 \times 144 \times 1 \times 16}{10 \times 64 \times 60} =$ 27 pieds 3 pouces 7 lignes, pour la viteſſe qui répond à une chûte de 12 pieds 5 pouces, comme on la trouvera en faiſant le calcul indiqué dans l'article 177.

468.. Un reſervoir de 6 pieds de hauteur a dépenſé 400 pintes, ou 800 lb d'eau par un orifice de 6 lignes de diamétre; on demande *en combien de tems.*

Autre explication de la formule pour trouver le tems, connoiſſant la dépenſe, la grandeur de l'orifice, & la hauteur de l'eau.

Nommant x le tems que l'on cherche, on aura $Moxu = m \odot TV$, ou $x = \frac{m \odot TV}{Mou}$, $m = 800$ lb, $o = 36$, & $u = 19$ pieds pour la viteſſe, comme on le trouvera par l'article 176, faiſant le calcul indiqué par les lettres, il viendra 7 minutes 17 ſecondes & 53 tierces pour le tems de l'écoulement.

469. Pour faciliter le calcul de la dépenſe des eaux, j'ai dreſſé pluſieurs Tables fort utiles, dont la premiere comprend *les chûtes* & *les viteſſes uniformes* qui leur ſont relatives, pendant la durée *d'une ſeconde*; les chûtes ſont en progreſſion arithmétique, & commencent par celle qui n'auroient qu'une ligne de hauteur, & vont en croiſſant juſqu'à un pied ſelon l'ordre des nombres naturels, pour meſurer avec plus de préciſion la viteſſe des eaux coulantes comme on le verra par la ſuite; mais comme cette Table eût été d'un calcul trop ennuyeux, ſi je l'avois continué de même juſqu'à une chûte de 15 pieds de hauteur, qui eſt la plus grande qui ſe rencontre ici; j'ai cru qu'il ſuffiroit que toutes les autres qui ſuivoient celles d'un pied ſe ſurpaſſaſſent ſeulement de deux lignes, parce que dans l'uſage que nous en ferons, l'exactitude ſera pouſſée auſſi loin qu'on le peut ſouhaiter.

Uſage d'une table, où l'on trouve la viteſſe uniforme d'un corps par ſeconde acquiſe par toutes les chûtes, depuis celle d'une ligne juſqu'à celle de 15 pieds.

Comme toutes ces chûtes ſont accompagnées des viteſſes uniformes qui leur répondent, l'on trouvera tout d'un coup celle d'un corps par ſeconde, après être tombé de telle hauteur que l'on voudra : par exemple, voulant ſçavoir quelle viteſſe il aura acquiſe par une chûte de 6 pouces 9 lignes, on verra dans la premiere page qu'elle répond à 5 pieds 9 pouces 4 lignes 5 points; de même voulant connoître celle qu'il acquerra par une chûte de 6 pieds 4 pouces 8 lignes, on la trouvera dans la ſixiéme page de 19 pieds, 6 pouces, 11 lignes, 2 points, ainſi des autres.

470. Si l'on avoit une *parabole* ADC, dont *l'axe* AB ſoit ſuppoſé de 15 pieds, & ſa plus grande *ordonnée* BC de 30, cette parabole aura les mêmes propriétés que la Table dont nous parlons; car cette courbe donnant AE, AG :: $\overline{EF}^2$, $\overline{GH}^2$, par conſéquent

Cette Table a les mêmes propriétés que la parabole, eu égard aux

ordonnées menées à l'axe.

$\sqrt{AE}$, $\sqrt{AG}$ :: EF, GH, l'on voit que puiſque d'une part les racines des *chûtes* ſont comme les *viteſſes* correſpondantes, (169) & que de l'autre les racines des *abſciſſes* ſont comme les *ordonnées* qui leur répondent, ces abſciſſes pourront être priſes pour les chûtes, & les ordonnées pour les viteſſes acquiſes; on peut donc regarder la colomne des chûtes, comme exprimant l'axe AB, diviſé en autant de parties que cette colomne comprend de termes, & la colomne des viteſſes, comme exprimant la valeur en pieds, pouces, lignes des ordonnées, qui répondent aux abſciſſes formés par la progreſſion des parties de l'axe, alors le *Parametre* AI ſera de 60 pieds, puiſqu'on aura ÷ AB, (15) BC (30), AI (60).

PLAN. 6. FIG. 58.

Maniere de trouver à l'aide de la Table precedente les viteſſes acquiſes pour telles chûtes que l'on voudra au-deſſus de 15 pieds.

471. Quoique nous ayons terminé cette Table à une chûte de 15 pieds, c'eſt-à-dire, à celle qu'un corps parcourt depuis ſon repos pendant une ſeconde, (172) qu'on peut regarder comme la plus grande hauteur de l'eau des reſervoirs, ou comme la plus grande élévation où elle puiſſe être ſoutenue pour faire tourner la roue d'une Machine; nous ne laiſſerons pas de montrer qu'on peut en deux traits de plume, avec la même Table, trouver la viteſſe qui doit répondre à une chûte beaucoup plus grande; pour cela il faut diviſer la chûte donnée par le quarré d'un des nombres, 2, 3, 4, 5, &c. enſorte que le diviſeur ſoit aſſez grand pour qu'il donne moins de 15 pieds, après quoi on cherchera dans la Table une chûte pareille au quotient, on prendra la viteſſe qui lui répond, & on la multipliera par la racine quarrée du diviſeur pour avoir celle qui appartient à la chûte propoſée.

Par exemple, pour connoître la viteſſe uniforme dont un corps peut être capable, après être tombé de la hauteur de 130 pieds, il faut diviſer ce nombre par 9 quarré de 3; on trouvera 14 pieds 5 pouces 4 lignes pour le quotient qui répond dans la Table à une viteſſe de 29 pieds 5 pouces 3 lignes 2 points, qui étant multiplié par 3, (racine du diviſeur 9) donne 88 pieds 3 pouces 9 lignes 6 points pour celle que l'on cherche.

Si au lieu de diviſer la chûte de 130 pieds par 9, on la diviſoit par 16, (quarré de 4) le quotient donnera 8 pieds 1 pouce 6 lignes, qui eſt une chûte qui répond à une viteſſe de 22 pieds 11 lignes 4 points, qui étant multiplié par 4, racine du diviſeur, donne 88 pieds 3 pouces 9 lignes 4 points, qui ne differe que de deux points du nombre précedent; l'on voit que l'on peut toujours diviſer la chûte propoſée par le quarré de tel nombre que l'on voudra, pourvû qu'il vienne moins de 15 pieds au quotient, parce que s'il étoit plus grand, on ne le trouveroit pas dans la Table.

La

La raiſon des opérations précédentes, eſt tirée de ce que les viteſſes ſont entr'elles, comme les racines quarrées des chûtes; (169) or comme dans le premier cas, la chûte de 14 pieds 5 pouces 4 lignes, eſt à celle de 130 pieds, comme 1 eſt à 9, & que les racines quarrées des deux termes de ce rapport, ſont comme 1 eſt à 3, la viteſſe qui doit répondre à la chûte de 130 pieds, doit donc être triple de celle qui répond à la chûte de 14 pieds 5 pouces 4 lignes; par la même raiſon, le rapport de la chûte de 8 pieds 1 pouce 6 lignes, à celle de 130 pieds, étant comme 1 eſt à 16, celui des viteſſes qui répondent à ces deux chûtes doit être comme 1 eſt à 4.

On peut, avec le ſecours de la même Table, connoître les chûtes qui doivent répondre à une viteſſe uniforme quelconque.

472. Quoiqu'on trouvera dans la ſuite une autre Table qui donne les *chûtes* qui doivent répondre à de telles viteſſes uniformes que l'on peut propoſer, je ne laiſſerai pas de faire remarquer en paſſant, que celle-ci peut ſervir au même uſage, mais non pas d'une maniere auſſi commode ni auſſi exacte; par exemple, voulant connoître la chûte d'un corps pour acquérir une viteſſe uniforme de 20 pieds 6 pouces par ſecondes, il faudra chercher dans la colomne des viteſſes celles qui en approchent le plus; on trouvera au ſommet de la page 195, qu'elle répond à une chûte de 7 pieds 2 lignes, ainſi des autres.

Si la viteſſe dont on veut avoir la chûte ſurpaſſoit 30 pieds, qu'elle fut par exemple de 400, il faudra la diviſer par un nombre aſſez grand, pour que le quotient ſoit moins de 30, comme par 20, il viendra 20 pieds qui répondent dans les colomnes des viteſſes à une chûte de 6 pieds 8 pouces, qu'il faut multiplier par le quarré du diviſeur, c'eſt-à-dire par 400, on aura 2666 pieds 8 pouces pour la hauteur de la chûte que l'on demande; car les viteſſes étant entr'elles comme les racines quarrées des chûtes, (169) il y aura même raiſon de la viteſſe de 20 pieds à celle de 400, que de la racine quarrée de 1 à la racine 20; par conſéquent les chûtes ſeront comme le quarré de ces racines, c'eſt-à-dire comme 1 eſt à 400, ou comme 6 pieds 8 pouces eſt à 2666 pieds 8 pouces.

Uſage de la Table des chûtes & des viteſſes qui leur répondent.

473. Il ſuit que lorſqu'on connoîtra la hauteur de l'eau d'un reſervoir, & la ſuperficie de l'orifice pratiqué au fond; que ſi le niveau de l'eau eſt toujours entretenu à la même hauteur, on trouvera ſur le champ la quantité qui s'en écoulera par ſeconde, puiſque moyennant la hauteur du réſervoir qui tient lieu de chûte, on aura la viteſſe de l'eau ou la hauteur de la colonne qui auroit pour baſe l'orifice; il ne s'agira plus que de connoître le poids de cette colomne pour la réduire à telle meſure que l'on voudra. (463)

peut eſtimer la quantité d'eau que doit dépenſer un reſervoir dont on connoît la hauteur & l'orifice.

Usage d'une ſeconde Table pour connoître la quantité d'eau que comprend une colonne dont la hauteur & le diametre ſont donnés.

474. J'ai crû devoir accompagner cette premiere Table d'une autre qui comprend la peſanteur d'une colomne d'eau, qui auroit pour baſe *un pouce de diamétre*, & pour hauteur depuis un pied juſqu'à 400; voulant ſçavoir quel eſt le poids d'une colomne d'eau de même baſe qui auroit 240 pieds de hauteur, il faut chercher cette hauteur au rang des pieds, on trouvera pour ſon poids 91 ℔, 14 onces.

475. Comme cette Table ne comprend point de pouces, & qu'il s'en rencontre preſque toujours auſſi bien que des lignes dans la hauteur des colomnes dont on cherche le poids, on ſera attention que ſon premier terme étant une colomne d'un pied de hauteur, dont le poids ſe trouve de 6 onces 1 gros, (431) chaque pouce d'eau cylindrique peut être regardé comme d'une demi-once; ainſi lorſqu'on aura pris dans la Table le poids d'une colomne dont la hauteur eſt exprimée en pieds, il faudra ajoûter au poids autant de demi-onces qu'on aura de pouces, c'eſt-à-dire, que ſi la colomne précédente étoit de 240 pieds, 8 pouces, il faudroit ajoûter à 91 ℔ 14 onces, le produit de 8 pouces par une demi-once, pour avoir le poids total de 92 ℔ 2 onces. De même, lorſqu'on aura des lignes, il faudra ſi l'on veut en tenir compte, chercher le poids qu'elles doivent donner par rapport à celui d'un pouce.

476. Si l'orifice ou la baſe de la colomne que je ſuppoſe toujours circulaire avoit plus d'un pouce de diamétre, on n'en aura pas moins le poids de l'eau par le moyen de la ſeconde Table; par exemple, s'il s'agiſſoit d'une colomne de 120 pieds 9 pouces 6 lignes de hauteur, ayant pour baſe un cercle de 6 pouces de diamétre, on ſuppoſera pour un inſtant qu'il n'eſt que d'un pouce, alors la colomne ſera de 46 ℔ 3 onces 6 gros; comme les cercles ſont dans la raiſon des quarrez de leurs diamétres, multipliant le quarré de 6 pouces, qui eſt 36, par le poids précédent, le produit donnera celui de la colomne que l'on cherche.

Methode pour connoître à l'aide de la ſeconde Table le poids des colonnes d'eau qui ont plus ou moins d'un pouce de diamétre.

477. Si au contraire le diamétre de l'orifice avoit moins d'un pouce, il faudra en faire le *numerateur* d'une fraction dont le *dénominateur* doit être 12 lignes, réduire cette fraction s'il eſt poſſible, enſuite en quarrer les deux termes, & multiplier ce quarré par le poids de la colomne qui auroit un pouce de diamétre; par exemple, ſi celui de la précedente n'étoit que de 9 lignes, on aura $\frac{9}{12}$ ou $\frac{3}{4}$ dont le quarré eſt $\frac{9}{16}$, qui étant multiplié par 46 livres 3

Digitized by Google

onces 6 gros, donnera ce que l'on demande. On peut auſſi ſe ſervir de cette Méthode, lorſque le diamétre de l'orifice a plus de 12 lignes.

Uſage de la premiere & ſeconde Table pour connoître la dépenſe d'un réſervoir, dont on a la hauteur, le diamétre de l'orifice, & le tems de l'écoulement.

478. Voulant connoître *la dépenſe par ſecondes* d'un réſervoir toujours entretenu à une hauteur de 7 pieds 6 pouces par un orifice de 2 pouces de diamétre, il faut chercher dans la premiere Table la viteſſe qui répond à une chûte de 7 pieds 6 pouces, qu'on trouvera de 21 pieds 2 pouces 6 lignes 8 points; prendre dans la ſeconde le poids d'une colomne de 21 pieds de hauteur qui ſe trouve de 8 livres 5 gros, à quoi ajoutant ce qu'il faut pour les 2 pouces 6 lignes 8 points; (474) on aura 8 livres 2 onces & un gros, qui étant multiplié par 4 (quarré du diamétre) donne 33 ℔ 4 gros pour la dépenſe qu'on cherche.

Maniere de ſe ſervir de ces deux Tables pour trouver la hauteur des réſervoirs dont on connoît la dépenſe & le diamétre de l'orifice.

479. De même, ayant un réſervoir dont la dépenſe ſoit de 10 pintes ou de 20 ℔ d'eau en une ſeconde, par un orifice de 18 lignes de diamétre, *voulant connoître la hauteur de l'eau*, il faudra ſuppoſer pour un moment que le diamétre de l'orifice n'eſt que d'un pouce, & chercher dans la ſeconde Table la hauteur d'une colomne du poids d'environ 20 ℔, on la trouvera de 52 pieds qu'il faut diviſer par le quarré de $\frac{18}{12}$ ou de $\frac{3}{2}$ qui eſt $\frac{9}{4}$, (477) le quotient donnera 23 pieds 1 pouce 4 lignes pour la viteſſe de l'eau qui répond dans la premiere Table à une chûte de 8 pieds 10 pouces 10 lignes.

Autre uſage des mêmes Tables pour trouver quel doit être le diamétre d'un orifice pour qu'il dépenſe une certaine quantité d'eau déterminée, moyennant la hauteur du réſervoir, & le tems de l'écoulement.

480. Si la hauteur d'un réſervoir étoit de 5 pieds, *& qu'on voulut ſçavoir quel devroit être le diamétre de l'orifice, pour qu'il dépenſât 30 pintes d'eau, ou 60 ℔ par ſeconde*; il faut chercher cette hauteur dans la premiere Table, on trouvera qu'elle répond à une viteſſe d'environ 17 pieds 4 pouces; prendre dans la ſeconde le poids d'une colonne qui auroit cette hauteur ſur un pouce de diamétre, on trouvera qu'il doit être de 6 ℔ 10 onces, enſuite on dira, comme 6 ℔ 10 onces, ou $\frac{13}{2}$ eſt à 144, (quarré du diamétre d'un pouce) ainſi 60 ℔ (dépenſe du reſervoir) eſt au quarré du diamétre de l'orifice qu'on trouvera de 1304 $\frac{8}{13}$, dont la racine quarrée eſt d'environ 3 pouces 1 point pour le diamétre que l'on cherche.

Uſage des mêmes Tables pour connoître

481. Un réſervoir toujours entretenu à 3 pieds de hauteur, a dépenſé ſans interruption 40 pintes ou 80 ℔ d'eau par un orifice de 6 lignes de diamétre, *on demande en combien de tems?* Il faut cher-

tems qu'il faudra à un reſervoir, dont on connoît la hauteur & l'orifice, pour dépenſer une quantité d'eau déterminée.

cher dans la premiere Table la viteſſe qui répond à une chûte de 3 pieds, on la trouvera de 13 pieds 5 pouces, & l'on verra dans la ſeconde quelle poids d'une colomne qui auroit cette hauteur eſt de 5 ℔ 2 onces 1 gros, diviſant la dépenſe de l'orifice par le poids de cette colomne, le quotient donnera 15 ſecondes & $\frac{25}{41}$ de ſecondes pour le tems de l'écoulement par un orifice d'un pouce; mais comme celui dont il s'agit n'a que 6 lignes, il faudra quadrupler le quotient, parce que les orifices doivent être dans la raiſon réciproque des tems, (460) il viendra 62 ſecondes, & $\frac{18}{41}$ pour la durée de l'écoulement.

Uſage des mêmes Tables pour ſçavoir le tems qu'un vaiſſeau priſmatique mettra à ſe vuider.

482. Un réſervoir priſmatique de 4 pieds de hauteur, contient 190 pintes $\frac{1}{2}$ ou 381 ℔ d'eau, ayant au fond un orifice d'un pouce de diamétre; *on demande quel eſt le tems qu'il mettra à ſe vuider, en laiſſant couler l'eau ſans interruption;* on cherchera dans la premiere table la viteſſe qui répond à une chûte de 4 pieds, qui ſe trouve de 15 pieds 6 pouces, laquelle ſervant de hauteur à une colomne d'un pouce de diamétre, donnera dans la ſeconde Table environ 5 ℔ 15 onces pour la dépenſe de l'orifice par ſeconde, ſi l'eau étoit toujours entretenue à la hauteur de 4 pieds; diviſant par cette quantité le poids de celle du reſervoir, il viendra 64 $\frac{1}{16}$ ſecondes pour le tems qu'il faudra à l'orifice, afin de fournir autant d'eau que le reſervoir en contient; & comme le tems qu'il mettra à ſe vuider ſera double de celui-cy, (448) il ſera donc de 2 minutes, 8 $\frac{1}{8}$ ſecondes.

483. Un vaiſſeau priſmatique contenant 540 pintes d'eau s'eſt vuidé totalement par le fond en 30 minutes; *on demande combien il s'en eſt écoulé dans les 5 premieres, combien dans les 5 ſuivantes, & toujours de 5 en 5 juſqu'aux 5 dernieres.*

Connoiſſant le tems qu'un vaiſſeau mettra à ſe vuider, ainſi que la quantité d'eau qu'il contient, trouver ce qu'il doit en ſortir dans chaque partie égale du tems total.

Le tems de l'écoulement pouvant être diviſé en 6 parties égales, ſi on les conſidére ſelon leur ordre naturel, on aura 1, 2, 3, 4, 5, 6; comme le nombre des pintes qui ſe feront dépenſées pendant chacun de ces tems, ſeront dans le rapport de la difference des quarrez des mêmes tems, mais dans un ordre renverſé, (441) c'eſt-à-dire, comme 11, 9, 7, 5, 3, 1; il y aura même raiſon de la ſomme de tous les termes à la quantité deau que contient le vaiſſeau, que de ſon plus grand terme, au nombre de pintes qui ſe feront écoulées dans le premier tems: faiſant la regle, on en

Digitized by Google

trouvera 165. Comme il y aura encore même rapport de 36 à 540, que du ſecond terme 9 de cette progreſſion, au nombre de pintes qui ſe ſeront écoulées dans le ſecond tems, qu'on trouvera de 135, l'on voit qu'il s'en ſera écoulé dans le ſecond tems 30 moins que dans le premier, qui eſt la différence des termes de la progreſſion; on aura donc 165, 135, 105, 75, 45, 15 pintes pour la quantité qui répond à chaque tems pris immédiatement de ſuite.

Voici un Problême d'Hydraulique qui m'eſt venu en penſée, & que je n'aurai peut être pas occaſion de placer ailleurs; il eſt vrai qu'il paroit n'avoir pas grand rapport au ſujet que je traite ici, mais je compte que l'on me paſſera ce petit écart, en faveur de la Méthode dont je me ſers pour le réſoudre, qui peut avoir ſon application dans bien des cas, comme on en jugera par quelques exemples rapportés dans le quatriéme Chapitre.

Problême d'Hydraulique ſur le mélange des Liqueurs.

484. On a un tonneau contenant 100 pintes de vin, on en tire d'abord une par la fontaine, qu'on remplace d'une autre d'eau par le bondon, & ſuppoſant que l'eau ſe mêle parfaitement avec le vin; on tire enſuite une pinte de ce mélange, que l'on remplace par une ſeconde pinte d'eau; on tire encore une autre pinte de nouveau mélange, que l'on remplace par une troiſiéme partie d'eau; continuant de même, on demande combien il faudra metre de pintes d'eau dans le tonneau, pour qu'il y en ait autant que de vin.

On peut dire en général que quand le vin eſt mêlé avec l'eau, il eſt plus *rare* ou plus *dilaté* qu'il n'étoit auparavant, de toute la quantité d'eau qui en a augmenté le volume; par exemple, ſi l'on a un verre à demi-plein de vin, & qu'on acheve de le remplir d'eau, faiſant abſtraction de cette eau, le vin occupera un volume double de celui qu'il occupoit auparavant; ainſi *ce Problême ſe réduit à faire enſorte que le vin ſoit dilaté dans le tonneau au double de ce qu'il l'eſt naturellement.*

Après qu'on aura tiré du tonneau une pinte de vin, il en reſtera 99, & quand on y aura remis une pinte d'eau, on pourra dire que la dilatation naturelle du vin eſt à celle où il ſe trouve après la premiere opération, comme 99 eſt à 100; voilà une progreſſion géométrique, dont les termes qui expriment la dilatation du vin, iront toujours en augmentant dans le rapport de 99 à 100, à meſure que l'on mettra une nouvelle pinte d'eau dans le tonneau; il eſt donc queſtion de connoître quel ſera le terme double du premier 99, & l'expoſant de ce terme donnera la quantité de

pintes d'eau qu'il faudra mettre dans le tonneau pour que le vin y ſoit dilaté au double, ou ce qui revient au même, pour qu'il y en ait autant que d'eau.

485. Suppoſant $a = 99$, $b = 100$, les deux premiers termes de cette proportion ſeront a & b; mais par la proprieté de la progreſſion géométrique, *le premier terme élevé à une certaine puiſſance eſt toujours au ſecond élevé à la même puiſſance, comme le premier terme eſt à un autre terme, autant éloigné du premier, que l'expoſant de la puiſſance où on a élevé le premier a d'unités.* Ainſi le terme que nous cherchons dépend de l'expoſant de la puiſſance où il faudra élever le premier & le ſecond terme; cet expoſant n'étant point connu, nous le nommerons x, alors nous aurons a^x, $b^x :: 1a, 2a$, qui donne $\frac{ab^x}{a^x} = 2a$, ou bien $\frac{b^x}{a^x} = 2$; nommant m le logarithme de b; n, celui de a; & p celui du nombre 2, l'expoſant x deviendra le coëficient des logarithmes de a & de b; ainſi au lieu de $\frac{b^x}{a^x} = 2$, l'on aura $xm - xn = p$, ou $x = \frac{p}{m-n}$; prenant dans les Tables ordinaires les logarithmes exprimés ici par les lettres m, n, p, c'eſt-à-dire, ceux des nombre 100, 99, 2, l'on aura $x = \frac{3010300}{20000000 - 19956352}$, ou $x = \frac{3010300}{43648}$, qui donne $x = 68$, *c'eſt-à-dire, que quand on aura mis dans le tonneau environ 68 pintes d'eau, elle ſera mêlée par moitié avec le vin.*

Nous n'avons conſideré juſqu'ici que l'action de l'eau, ſans parler de celle des autres Liqueurs, parce qu'elle fait l'unique objet de ce Chapitre; cependant je ne laiſſerai pas de montrer ce qui doit leur arriver lorſque leur peſanteur *ſpécifique* eſt différente, *c'eſt-à-dire, lorſqu'une certaine meſure de liqueur peſe plus ou moins que la même meſure d'une autre.*

Les peſanteurs abſolues de deux liqueurs différentes, ſont dans la raiſon compoſée de leurs volumes & de leurs peſanteurs ſpécifiques.

486. Pour peu qu'on y faſſe attention, l'on concevra que *les peſanteurs abſolues de deux liqueurs ſont dans la raiſon compoſée de leur volume, & de leur peſanteur ſpecifique*; par exemple, ſi le volume de la premiere étoit à celui de la ſeconde, comme 1 eſt à 2, & leur peſanteur ſpécifique, comme 1 à 3, la peſanteur abſolue de la premiere ſera à la peſanteur abſolue de la ſeconde, comme 1 eſt à 6; ainſi il faudroit que le volume de la premiere fût triple de celui de la ſeconde, pour que les peſanteurs abſolues de ces liqueurs fuſſent égales, *parce qu'alors leur volume & leur peſanteur ſpecifiques ſeront en raiſon reciproque.*

Les viteſſes de deux li-

487. Ayant deux colomnes de liqueurs différentes BA & DC,

répondantes à des orifices égaux, les volumes de ces colomnes ſeront dans la raiſon de leur hauteur EB (H) & FD (*h*), puiſqu'elles ont la même baſe; ſi la peſanteur ſpécifique de la premiere eſt à la peſanteur ſpécifique de la ſeconde, comme *p* eſt à *q*; celui des peſanteurs abſolues de ces colomnes, ou des forces dont elles ſont capables, ſera comme H*p* eſt à *hq*, d'où l'on tire F, *f* :: H*p*, *hq*; mais comme d'autre part l'on a F, *f* :: VV, *uu* (431), on aura donc VV, *uu* :: H*p*, *hq*; par conſéquent V, *u* :: $\sqrt{\text{H}p}$, $\sqrt{hq}$, qui montre que *quelles que ſoient les liqueurs qui coulent du fond des tuyaux ou reſervoirs, leurs viteſſes ſont comme les racines quarrées des produits des peſanteurs ſpécifiques de ces liqueurs, multipliées par leur hauteur.*

quatre différentes, ſont comme les racines quarrées des produits de leur peſanteur ſpécifique par leur hauteur.

FIG. 56. & 57.

488. Il ſuit 1°. Que lorſque les hauteurs & les peſanteurs ſpécifiques des liqueurs ſont égales, les viteſſes à la ſortie des orifices le ſont auſſi.

Conſéquences tirées du principe précédent.

489. 2°. Que lorſque les hauteurs ſont égales, les viteſſes ſeront comme les racines des peſanteurs ſpécifiques.

490. 3°. Lorſque les peſanteurs ſpécifiques ſeront égales, les viteſſes ſeront comme les racines des hauteurs, ce qui retombe dans le principe général. (431)

Si la liqueur GL étoit de l'eau, & l'autre GP du mercure, que la hauteur EB fût à la hauteur FD, comme 7 eſt à 4, le rapport de la peſanteur ſpécifique de ces deux liqueurs étant comme 2 eſt à 27 (343) celui de leur viteſſe ſera comme $\sqrt{7}$ eſt à $\sqrt{54}$. Si ces deux colomnes avoient la même hauteur, (444) la viteſſe de l'eau ſera à celle du mercure, comme $\sqrt{2}$ eſt à $\sqrt{27}$, ou comme 7 eſt à 26; par conſéquent, ſi les orifices ſont égaux, & que celui par où coule l'eau en dépenſe 7 pintes dans une ſeconde, celui par où coule le mercure en dépenſera 26 dans le même tems. Au reſte je ne m'arrêterai point à rapporter d'autres exemples, ce principe étant plus curieux qu'utile, puiſque dans l'uſage il n'eſt queſtion que de la connoiſſance du mouvement des eaux.

Digitized by Google

TABLE

Digitized by Google

TABLE PREMIERE.

Qui comprend les Viteſſes uniformes par ſecondes, qu'un Corps peut acquerir pour une Chute donnée.

Chute.			Viteſſe.				Chute.			Viteſſe.			
pieds.	pouces	lign.	pieds.	pouc.	lign.	points.	pieds.	pouces.	lign.	pieds.	pouc.	lign.	points.
0	0	1	0	7	8	10	0	3	1	3	11	1	4
0	0	2	0	10	11	3	0	3	2	3	11	8	11
0	0	3	1	1	4	11	0	3	3	4	0	4	5
0	0	4	1	3	5	9	0	3	4	4	0	11	9
0	0	5	1	5	3	9	0	3	5	4	1	7	1
0	0	6	1	6	11	7	0	3	6	4	2	2	4
0	0	7	1	8	5	9	0	3	7	4	2	9	4
0	0	8	1	9	10	9	0	3	8	4	3	2	10
0	0	9	1	11	2	9	0	3	9	4	3	11	6
0	0	10	2	0	5	10	0	3	10	4	4	6	5
0	0	11	2	1	8	1	0	3	11	4	5	1	2
0	1	0	2	2	9	11	0	4	0	4	5	7	11
0	1	1	2	3	11	1	0	4	1	4	6	2	6
0	1	2	2	4	11	9	0	4	2	4	6	9	2
0	1	3	2	6	0	0	0	4	3	4	7	3	8
0	1	4	2	6	11	7	0	4	4	4	7	10	2
0	1	5	2	7	11	2	0	4	5	4	8	4	7
0	1	6	2	8	10	3	0	4	6	4	8	10	11
0	1	7	2	9	9	0	0	4	7	4	9	5	3
0	1	8	2	10	10	2	0	4	8	4	9	11	7
0	1	9	2	11	4	11	0	4	9	4	10	5	7
0	1	10	3	0	3	10	0	4	10	4	10	11	9
0	1	11	3	1	1	6	0	4	11	4	11	5	11
0	2	0	3	1	11	3	0	5	0	5	0	0	0
0	2	1	3	2	8	8	0	5	1	5	0	5	10
0	2	2	3	3	5	10	0	5	2	5	0	11	10
0	2	3	3	4	2	11	0	5	3	5	1	5	11
0	2	4	3	4	11	9	0	5	4	5	1	11	7
0	2	5	3	5	8	6	0	5	5	5	2	5	4
0	2	6	3	6	5	0	0	5	6	5	2	11	1
0	2	7	3	7	1	5	0	5	7	5	3	4	9
0	2	8	3	7	9	8	0	5	8	5	3	10	4
0	2	9	3	8	6	0	0	5	9	5	4	3	11
0	2	10	3	9	3	10	0	5	10	5	4	9	7
0	2	11	3	9	9	9	0	5	11	5	5	3	2
0	3	0	3	10	5	8	0	6	0	5	6	0	0

Digitized by Google

TABLE des Viteſſes rélatives aux Chutes.

Chute.			Viteſſe.			
pieds.	pouces	lign.	pieds.	pouc.	lign.	points.
3	9	2	15	0	3	10
3	9	4	15	0	7	11
3	9	6	15	1	0	0
3	9	8	15	1	3	10
3	9	10	15	1	7	10
3	10	0	15	1	11	9
3	10	2	15	2	3	9
3	10	4	15	2	7	8
3	10	6	15	2	11	6
3	10	8	15	3	3	6
3	10	10	15	3	7	5
3	11	0	15	3	11	4
3	11	2	15	4	3	3
3	11	4	15	4	7	3
3	11	6	15	4	11	2
3	11	8	15	5	3	0
3	11	10	15	5	6	8
4	0	0	15	5	10	8
4	0	2	15	6	2	7
4	0	4	15	6	6	5
4	0	6	15	6	10	4
4	0	8	15	7	2	3
4	0	10	15	7	6	1
4	1	0	15	7	9	10
4	1	2	15	8	1	9
4	1	4	15	8	5	6
4	1	6	15	8	9	10
4	1	8	15	9	1	1
4	1	10	15	9	5	0
4	2	0	15	9	8	9
4	2	2	15	10	0	6
4	2	4	15	10	4	4
4	2	6	15	10	8	1
4	2	8	15	10	11	10
4	2	10	15	11	3	7
4	3	0	15	11	7	4
4	3	2	15	11	11	1
4	3	4	16	0	2	10
4	3	6	16	0	6	7
4	3	8	16	0	10	4
4	3	10	16	1	2	1
4	4	0	16	1	5	10
4	4	2	16	1	9	7
4	4	4	16	2	1	4
4	4	6	16	2	5	0

Chute.			Viteſſe.			
pieds.	pouces.	lign.	pieds.	pouc.	lign.	points.
4	4	8	16	2	8	8
4	4	10	16	3	0	5
4	5	0	16	3	4	0
4	5	2	16	3	7	9
4	5	4	16	3	11	4
4	5	6	16	4	3	1
4	5	8	16	4	6	8
4	5	10	16	4	10	5
4	6	0	16	5	2	0
4	6	2	16	5	5	9
4	6	4	16	5	9	4
4	6	6	16	6	1	0
4	6	8	16	6	4	7
4	6	10	16	6	8	2
4	7	0	16	7	0	0
4	7	2	16	7	3	6
4	7	4	16	7	7	1
4	7	6	16	7	10	9
4	7	8	16	8	2	4
4	7	10	16	8	5	11
4	8	0	16	8	9	6
4	8	2	16	9	1	1
4	8	4	16	9	4	7
4	8	6	16	9	8	2
4	8	8	16	9	11	9
4	8	10	16	10	3	4
4	9	0	16	10	6	10
4	9	2	16	10	10	5
4	9	4	16	11	1	7
4	9	6	16	11	5	6
4	9	8	16	11	9	1
4	9	10	17	0	0	6
4	10	0	17	0	4	2
4	10	2	17	0	7	7
4	10	4	17	0	11	2
4	10	6	17	1	2	8
4	10	8	17	1	6	1
4	10	10	17	1	9	8
4	11	0	17	2	1	2
4	11	2	17	2	4	7
4	11	4	17	2	8	3
4	11	6	17	2	11	8
4	11	8	17	3	3	2
4	11	10	17	3	6	7
5	0	0	17	3	10	0

Digitized by Google

TABLE des Viteſſes rélatives aux Chutes.

Chute.			Viteſſe			
pieds.	pouces.	lign.	pieds.	pouc.	lign.	points.
5	0	2	17	4	1	6
5	0	4	17	4	4	11
5	0	6	17	4	8	5
5	0	8	17	4	11	10
5	0	10	17	5	3	4
5	1	0	17	5	6	9
5	1	2	17	5	10	3
5	1	4	17	6	1	7
5	1	6	17	6	5	0
5	1	8	17	6	8	5
5	1	10	17	6	11	11
5	2	0	17	7	3	3
5	2	2	17	7	6	8
5	2	4	17	7	10	2
5	2	6	17	8	1	5
5	2	8	17	8	4	11
5	2	10	17	8	8	3
5	3	0	17	8	11	8
5	3	2	17	9	3	0
5	3	4	17	9	6	5
5	3	6	17	9	9	9
5	3	8	17	10	1	1
5	3	10	17	10	4	6
5	4	0	17	10	7	10
5	4	2	17	10	11	2
5	4	4	17	11	2	7
5	4	6	17	11	5	11
5	4	8	17	11	9	3
5	4	10	18	0	0	6
5	5	0	18	0	3	10
5	5	2	18	0	7	2
5	5	4	18	0	10	6
5	5	6	18	1	1	9
5	5	8	18	1	5	1
5	5	10	18	1	8	5
5	6	0	18	1	11	9
5	6	2	18	2	3	0
5	6	4	18	2	6	4
5	6	6	18	2	9	8
5	6	8	18	3	1	0
5	6	10	18	3	4	3
5	7	0	18	3	7	7
5	7	2	18	3	10	9
5	7	4	18	4	2	1
5	7	6	18	4	5	5

Chute.			Viteſſe.			
pieds.	pouces.	lign.	pieds.	pouc.	lign.	points.
5	7	8	18	4	8	7
5	7	10	18	4	11	10
5	8	0	18	5	3	2
5	8	2	18	5	6	4
5	8	4	18	5	9	8
5	8	6	18	6	0	10
5	8	8	18	6	4	2
5	8	10	18	6	7	4
5	9	0	18	6	10	7
5	9	2	18	7	1	9
5	9	4	18	7	5	0
5	9	6	18	7	8	3
5	9	8	18	7	11	5
5	9	10	18	8	2	9
5	10	0	18	8	5	11
5	10	2	18	8	9	1
5	10	4	18	9	0	2
5	10	6	18	9	3	5
5	10	8	18	9	6	7
5	10	10	18	9	9	11
5	11	0	18	10	1	1
5	11	2	18	10	4	3
5	11	4	18	10	7	5
5	11	6	18	10	10	7
5	11	8	18	11	1	9
5	11	10	18	11	5	0
6	0	0	18	11	8	1
6	0	2	18	11	11	3
6	0	4	19	0	2	5
6	0	6	19	0	5	7
6	0	8	19	0	8	9
6	0	10	19	0	11	11
6	1	0	19	1	2	11
6	1	2	19	1	6	1
6	1	4	19	1	9	3
6	1	6	19	2	0	5
6	1	8	19	2	3	7
6	1	10	19	2	6	8
6	2	0	19	2	9	10
6	2	2	19	3	1	0
6	2	4	19	3	4	0
6	2	6	19	3	7	2
6	2	8	19	3	10	2
6	2	10	19	4	1	4
6	3	0	19	4	4	4

Digitized by Google

TABLE des Viteſſes rélatives aux Chutes.

Chute.			Viteſſe.			
pieds.	pouces.	lign.	pieds.	pouc.	lign.	points.
6	3	2	19	4	7	7
6	3	4	19	4	10	7
6	3	6	19	5	1	9
6	3	8	19	5	4	9
6	3	10	19	5	7	11
6	4	0	19	5	10	11
6	4	2	19	6	2	0
6	4	4	19	6	5	2
6	4	6	19	6	8	2
6	4	8	19	6	11	2
6	4	10	19	7	2	4
6	5	0	19	7	5	5
6	5	2	19	7	8	5
6	5	4	19	7	11	5
6	5	6	19	8	2	7
6	5	8	19	8	5	7
6	5	10	19	8	8	8
6	6	0	19	8	11	8
6	6	2	19	9	2	8
6	6	4	19	9	5	9
6	6	6	19	9	8	9
6	6	8	19	9	11	9
6	6	10	19	10	2	9
6	7	0	19	10	5	10
6	7	2	19	10	8	10
6	7	4	19	10	11	10
6	7	6	19	11	2	11
6	7	8	19	11	5	11
6	7	10	19	11	8	11
6	8	0	20	0	0	0
6	8	2	20	0	2	10
6	8	4	20	0	5	10
6	8	6	20	0	8	11
6	8	8	20	0	11	11
6	8	10	20	1	2	9
6	9	0	20	1	5	10
6	9	2	20	1	8	10
6	9	4	20	1	11	9
6	9	6	20	2	2	9
6	9	8	20	2	5	9
6	9	10	20	2	8	8
6	10	0	20	2	11	8
6	10	2	20	3	2	8
6	10	4	20	3	5	7
6	10	6	20	3	8	7

Chute.			Viteſſe.			
pieds.	pouces.	lign.	pieds.	pouc.	lign.	points.
6	10	8	20	3	11	6
6	10	10	20	4	2	6
6	11	0	20	4	5	5
6	11	2	20	4	8	3
6	11	4	20	4	11	3
6	11	6	20	5	2	2
6	11	8	20	5	5	2
6	11	10	20	5	8	2
7	0	0	20	5	10	11
7	0	2	20	6	2	0
7	0	4	20	6	4	10
7	0	6	20	6	7	9
7	0	8	20	6	10	9
7	0	10	20	7	1	8
7	1	0	20	7	4	6
7	1	2	20	7	7	5
7	1	4	20	7	10	3
7	1	6	20	8	1	4
7	1	8	20	8	4	2
7	1	10	20	8	7	1
7	2	0	20	8	9	11
7	2	2	20	9	0	10
7	2	4	20	9	3	8
7	2	6	20	9	6	7
7	2	8	20	9	9	4
7	2	10	20	10	0	4
7	3	0	20	10	3	3
7	3	2	20	10	6	1
7	3	4	20	10	9	0
7	3	6	20	10	11	10
7	3	8	20	11	2	9
7	3	10	20	11	5	7
7	4	0	20	11	8	6
7	4	2	20	11	11	5
7	4	4	21	0	2	1
7	4	6	21	0	5	0
7	4	8	21	0	7	11
7	4	10	21	0	10	9
7	5	0	21	1	1	8
7	5	2	21	1	4	4
7	5	4	21	1	7	3
7	5	6	21	1	10	2
7	5	8	21	2	0	10
7	5	10	21	2	3	9
7	6	0	21	2	6	8

Digitized by Google

TABLE des Viteſſes rélatives aux Chutes.

Chute.			Viteſſe.			
pieds.	pouces.	lign.	pieds.	pouc.	lign.	points.
1	3	2	8	8	5	11
1	3	4	8	9	0	8
1	3	6	8	9	7	7
1	3	8	8	10	2	9
1	3	10	8	10	9	2
1	4	0	8	11	4	0
1	4	2	8	11	10	6
1	4	4	9	0	5	2
1	4	6	9	0	11	9
1	4	8	9	1	6	4
1	4	10	9	2	1	0
1	5	0	9	2	6	4
1	5	2	9	3	2	0
1	5	4	9	3	8	5
1	5	6	9	4	3	0
1	5	8	9	4	9	5
1	5	10	9	5	3	7
1	6	0	9	5	9	11
1	6	2	9	6	4	3
1	6	4	9	6	10	7
1	6	6	9	7	4	10
1	6	8	9	7	11	0
1	6	10	9	8	5	2
1	7	0	9	9	0	1
1	7	2	9	9	5	7
1	7	4	9	9	11	7
1	7	6	9	10	5	10
1	7	8	9	10	11	10
1	7	10	9	11	5	11
1	8	0	10	0	0	0
1	8	2	10	0	5	10
1	8	4	10	0	11	9
1	8	6	10	1	5	10
1	8	8	10	1	11	9
1	8	10	10	2	5	7
1	9	0	10	2	11	5
1	9	2	10	3	5	3
1	9	4	10	3	11	1
1	9	6	10	4	4	11
1	9	8	10	4	10	9
1	9	10	10	5	4	6
1	10	0	10	5	10	3
1	10	2	10	6	3	9
1	10	4	10	6	9	7
1	10	6	10	7	3	9

Chute.			Viteſſe.			
pieds.	pouces.	lign.	pieds.	pouc.	lign.	points.
1	10	8	10	7	9	0
1	10	10	10	8	2	0
1	11	0	10	8	8	1
1	11	2	10	9	1	10
1	11	4	10	9	7	4
1	11	6	10	10	0	9
1	11	8	10	10	8	9
1	11	10	10	10	11	10
2	0	0	10	11	5	4
2	0	2	10	11	10	10
2	0	4	11	0	4	3
2	0	6	11	0	9	7
2	0	8	11	1	3	1
2	0	10	11	1	8	7
2	1	0	11	2	1	11
2	1	2	11	2	7	2
2	1	4	11	3	0	6
2	1	6	11	3	5	10
2	1	8	11	3	11	2
2	1	10	11	4	4	6
2	2	0	11	4	9	8
2	2	2	11	5	3	0
2	2	4	11	5	8	3
2	2	6	11	5	6	4
2	2	8	11	6	6	9
2	2	10	11	6	11	11
2	3	0	11	7	4	11
2	3	2	11	7	10	2
2	3	4	11	8	3	4
2	3	6	11	8	8	6
2	3	8	11	9	1	7
2	3	10	11	9	7	0
2	4	0	11	9	11	9
2	4	2	11	10	4	10
2	4	4	11	10	9	10
2	4	6	11	11	2	2
2	4	8	11	11	7	11
2	4	10	12	0	0	10
2	5	0	12	0	5	10
2	5	2	12	0	10	11
2	5	4	12	1	3	10
2	5	6	12	1	8	8
2	5	8	12	2	1	9
2	5	10	12	2	6	8
2	6	0	12	2	11	6

Digitized by Google

TABLE des Viteſſes relatives aux Chutes.

Chute.			Viteſſe.			
pieds.	pouces	lign.	pieds.	pouc.	lign.	points.
8	9	2	23	11	2	0
8	9	4	23	11	4	7
8	9	6	23	11	7	2
8	9	8	23	11	9	10
8	9	10	23	0	0	5
8	10	0	23	0	3	0
8	10	2	23	0	5	7
8	10	4	23	0	3	2
8	10	6	23	0	10	9
8	10	8	23	1	1	6
8	10	10	23	1	4	1
8	11	0	23	1	6	8
8	11	2	23	1	9	3
8	11	4	23	1	11	10
8	11	6	23	2	2	5
8	11	8	23	2	5	1
8	11	10	23	2	7	6
9	0	0	23	2	10	1
9	0	2	23	3	0	8
9	0	4	23	3	3	3
9	0	6	23	3	5	10
9	0	8	23	3	8	5
9	0	10	23	3	11	1
9	1	0	23	4	1	8
9	1	2	23	4	4	1
9	1	4	23	4	6	8
9	1	6	23	4	9	3
9	1	8	23	4	11	10
9	1	10	23	5	2	5
9	2	0	23	5	5	1
9	2	2	23	5	7	6
9	2	4	23	5	10	1
9	2	6	23	6	0	8
9	2	8	23	6	3	3
9	2	10	23	6	5	9
9	3	0	23	6	8	4
9	3	2	23	6	10	11
9	3	4	23	7	1	4
9	3	6	23	7	3	11
9	3	8	23	7	6	6
9	3	10	23	7	9	0
9	4	0	23	7	11	7
9	4	2	23	8	2	0
9	4	4	23	8	4	7
9	4	6	23	8	7	2
9	4	8	23	8	9	8
9	4	10	23	9	0	3
9	5	0	23	9	2	8
9	5	2	23	9	5	3
9	5	4	23	9	7	9
9	5	6	23	9	10	4
9	5	8	23	10	0	9
9	5	10	23	10	3	4
9	6	0	23	10	5	10
9	6	2	23	10	8	5
9	6	4	23	10	10	10
9	6	6	23	11	1	4
9	6	8	23	11	3	11
9	6	10	23	11	6	4
9	7	0	23	11	8	11
9	7	2	23	11	11	5
9	7	4	24	0	1	10
9	7	6	24	0	4	5
9	7	8	24	0	6	10
9	7	10	24	0	9	4
9	8	0	24	0	11	11
9	8	2	24	1	2	4
9	8	4	24	1	4	10
9	8	6	24	1	7	5
9	8	8	24	1	9	10
9	8	10	24	2	0	4
9	9	0	24	2	2	9
9	9	2	24	2	5	2
9	9	4	24	2	7	9
9	9	6	24	2	10	3
9	9	8	24	3	0	8
9	9	10	24	3	3	2
9	10	0	24	3	5	7
9	10	2	24	3	8	2
9	10	4	24	3	10	7
9	10	6	24	4	1	1
9	10	8	24	4	3	6
9	10	10	24	4	6	0
9	11	0	24	4	8	5
9	11	2	24	4	10	10
9	11	4	24	5	1	4
9	11	6	24	5	3	9
9	11	8	24	5	6	2
9	11	10	24	5	8	8
10	0	0	24	5	11	1

TABLE des Viteſſes rélatives aux Chutes.

Chute.			Viteſſe.			
pieds.	pouces	lign.	pieds.	pouc.	lign.	points.
13	9	2	28	8	10	1
13	9	4	28	9	0	1
13	9	6	28	9	2	3
13	9	8	28	9	4	3
13	9	10	28	9	6	5
13	10	0	28	9	8	5
13	10	2	28	9	10	7
13	10	4	28	10	0	8
13	10	6	28	10	2	9
13	10	8	28	10	4	10
13	10	10	28	10	6	10
13	11	0	28	10	9	0
13	11	2	28	10	11	0
13	11	4	28	11	1	2
13	11	6	28	11	3	2
13	11	8	28	11	5	2
13	11	10	28	11	7	4
14	0	0	28	11	9	4
14	0	2	28	11	11	6
14	0	4	29	0	1	7
14	0	6	29	0	3	7
14	0	8	29	0	5	9
14	0	10	29	0	7	9
14	1	0	29	0	9	9
14	1	2	29	0	11	11
14	1	4	29	1	1	11
14	1	6	29	1	3	11
14	1	8	29	1	6	1
14	1	10	29	1	8	1
14	2	0	29	1	10	2
14	2	2	29	2	0	4
14	2	4	29	2	2	4
14	2	6	29	2	4	4
14	2	8	29	2	6	4
14	2	10	29	2	8	6
14	3	0	29	2	10	6
14	3	2	29	3	0	6
14	3	4	29	3	2	7
14	3	6	29	3	4	9
14	3	8	29	3	6	9
14	3	10	29	3	8	9
14	4	0	29	3	10	9
14	4	2	29	4	0	9
14	4	4	29	4	2	11
14	4	6	29	4	4	11

Chute.			Viteſſe.			
pieds.	pouces.	lign.	pieds.	pouc.	lign.	points.
14	4	8	29	4	7	0
14	4	10	29	4	9	0
14	5	0	29	4	11	0
14	5	2	29	5	1	2
14	5	4	29	5	3	2
14	5	6	29	5	5	2
14	5	8	29	5	7	2
14	5	10	29	5	9	3
14	6	0	29	5	11	3
14	6	2	29	6	1	3
14	6	4	29	6	3	5
14	6	6	29	6	5	5
14	6	8	29	6	7	5
14	6	10	29	6	9	6
14	7	0	29	6	11	6
14	7	2	29	7	1	6
14	7	4	29	7	3	6
14	7	6	29	7	5	6
14	7	8	29	7	7	7
14	7	10	29	7	9	7
14	8	0	29	7	11	7
14	8	2	29	8	1	7
14	8	4	29	8	3	7
14	8	6	29	8	5	7
14	8	8	29	8	7	8
14	8	10	29	8	9	8
14	9	0	29	8	11	8
14	9	2	29	9	1	8
14	9	4	29	9	3	8
14	9	6	29	9	5	9
14	9	8	29	9	7	9
14	9	10	29	9	9	9
14	10	0	29	9	11	9
14	10	2	29	10	1	9
14	10	4	29	10	3	10
14	10	6	29	10	5	10
14	10	8	29	10	7	10
14	10	10	29	10	9	10
14	11	0	29	10	11	10
14	11	2	29	11	1	11
14	11	4	29	11	3	11
14	11	6	29	11	5	11
14	11	8	29	11	7	11
14	11	10	29	11	9	11
15	0	0	30	0	0	0

Digitized by Google

TABLE SECONDE de la pésanteur d'une Colonne d'eau d'un pouce de diamétre, qui auroit depuis un pied juſqu'à 400 de hauteur.

Pieds.	Livres	onc.	gros.	Pieds	Livres	onc,	gros.	Pieds.	Livres	onc.	gros.
1	0	6	1	45	17	3	5	89	34	1	1
2	0	12	2	46	17	9	6	90	34	7	2
3	1	2	3	47	17	15	7	91	34	13	3
4	1	8	4	48	18	6	0	92	35	3	4
5	1	14	5	49	18	12	1	93	35	9	5
6	2	4	6	50	19	2	2	94	35	15	6
7	2	10	7	51	19	8	3	95	36	5	7
8	3	1	0	52	19	14	4	96	36	12	0
9	3	7	1	53	20	4	5	97	37	2	1
10	3	13	2	54	20	10	6	98	37	8	2
11	4	3	3	55	21	0	7	99	37	14	3
12	4	9	4	56	21	7	0	100	38	4	4
13	4	15	5	57	21	13	1	101	38	10	5
14	5	5	6	58	22	3	2	102	39	0	6
15	5	11	7	59	22	9	3	103	39	6	7
16	6	2	0	60	22	15	4	104	39	13	0
17	6	8	1	61	23	5	5	105	40	3	1
18	6	14	2	62	23	11	6	106	40	9	2
19	7	4	3	63	24	1	7	107	40	15	3
20	7	10	4	64	24	8	0	108	41	5	4
21	8	0	5	65	24	14	1	109	41	11	5
22	8	6	6	66	25	4	2	110	42	1	6
23	8	12	7	67	25	10	3	111	42	7	7
24	9	3	0	68	26	0	4	112	42	14	0
25	9	9	1	69	26	6	5	113	43	4	1
26	9	15	2	70	26	12	6	114	43	10	2
27	10	5	3	71	27	2	7	115	44	0	3
28	10	11	4	72	27	9	0	116	44	6	4
29	11	1	5	73	27	15	1	117	44	12	5
30	11	7	6	74	28	5	2	118	45	2	6
31	11	13	7	75	28	11	3	119	45	8	7
32	12	4	0	76	29	1	4	120	45	15	0
33	12	10	1	77	29	7	5	121	46	5	1
34	13	0	2	78	29	13	6	122	46	11	2
35	13	6	3	79	30	3	7	123	47	1	3
36	13	12	4	80	30	10	0	124	47	7	4
37	14	2	5	81	31	0	1	125	47	13	5
38	14	8	6	82	31	6	2	126	48	3	6
39	14	14	7	83	31	12	3	127	48	9	7
40	15	5	0	84	32	2	4	128	49	0	0
41	15	11	1	85	32	8	5	129	49	6	1
42	16	1	2	86	32	14	6	130	49	12	2
43	16	7	3	87	33	4	7	131	50	2	3
44	16	13	4	88	33	11	0	132	50	8	4

Digitized by Google

TABLE de la pésanteur d'une Colonne d'eau.

Pieds	Livres	onc.	gros.
133	50	14	5
134	51	4	6
135	51	10	7
136	52	1	0
137	52	7	1
138	52	13	2
139	53	3	3
140	53	9	4
141	53	15	5
142	54	5	6
143	54	11	7
144	55	2	0
145	55	8	1
146	55	14	2
147	56	4	3
148	56	10	4
149	57	0	5
150	57	6	6
151	57	12	7
152	58	3	0
153	58	9	1
154	58	15	2
155	59	5	3
156	59	11	4
157	60	1	5
158	60	7	6
159	60	13	7
160	61	4	0
161	61	10	1
162	62	0	2
163	62	6	3
164	62	12	4
165	63	2	5
166	63	8	6
167	63	14	7
168	64	5	0
169	64	11	1
170	65	1	2
171	65	7	3
172	65	13	4
173	66	3	5
174	66	9	6
175	66	15	7
176	67	6	0
177	67	12	1
178	68	2	2
179	68	8	3
180	68	14	4
181	69	4	5
182	69	10	6
183	70	0	7
184	70	7	0
185	70	13	1
186	71	3	2
187	71	9	3
188	71	15	4
189	72	5	5
190	72	11	6
191	73	1	7
192	73	8	0
193	73	14	1
194	74	4	2
195	74	10	3
196	75	0	4
197	75	6	5
198	75	12	6
199	76	2	7
200	76	9	0
201	76	15	1
202	77	5	2
203	77	11	3
204	78	1	4
205	78	7	5
206	78	13	6
207	79	3	7
208	79	10	0
209	80	0	1
210	80	6	2
211	80	12	3
212	81	2	4
213	81	8	5
214	81	14	6
215	82	4	7
216	82	11	0
217	83	1	1
218	83	7	2
219	83	13	3
220	84	3	4
221	84	9	5
222	84	15	6
223	85	5	7
224	85	12	0
225	86	2	1
226	86	8	2
227	86	14	3
228	87	4	4
229	87	10	5
230	88	0	6
231	88	6	7
232	88	13	0
233	89	3	1
234	89	9	2
235	89	15	3
236	90	5	4
237	90	11	5
238	91	1	6
239	91	7	7
240	91	14	0
241	92	4	1
242	92	10	2
243	93	0	3
244	93	6	4
245	93	12	5
246	94	2	6
247	94	8	7
248	94	15	0
249	95	5	1
250	95	11	2
251	96	1	3
252	96	7	4
253	96	13	5
254	97	3	6
255	97	9	7
256	98	0	0
257	98	6	1
258	98	12	2
259	99	2	3
260	99	8	4
261	99	14	5
262	100	4	6
263	100	10	7
264	101	1	0
265	101	7	1
266	101	13	2
267	102	3	3

Digitized by Google

TABLE des Vitesses rélatives aux Chutes.

Chute.			Vitesse.			
pieds.	pouces.	lign.	pieds.	pouc.	lign.	points.
11	3	2	26	11	11	5
11	3	4	26	0	1	8
11	3	6	26	0	4	0
11	3	8	26	0	6	4
11	3	10	26	0	8	7
11	4	0	26	0	10	11
11	4	2	26	1	1	2
11	4	4	26	1	3	6
11	4	6	26	1	5	10
11	4	8	26	1	8	1
11	4	10	26	1	10	5
11	5	0	26	2	0	9
11	5	2	26	2	3	0
11	5	4	26	2	5	4
11	5	6	26	2	7	8
11	5	8	26	2	9	11
11	5	10	26	3	0	1
11	6	0	26	3	2	5
11	6	2	26	3	4	9
11	6	4	26	3	7	0
11	6	6	26	3	9	4
11	6	8	26	3	11	7
11	6	10	26	4	1	11
11	7	0	26	4	4	1
11	7	2	26	4	6	5
11	7	4	26	4	8	8
11	7	6	26	4	11	0
11	7	8	26	5	1	2
11	7	10	26	5	3	6
11	8	0	26	5	5	9
11	8	2	26	5	8	1
11	8	4	26	5	10	3
11	8	6	26	6	0	6
11	8	8	26	6	2	10
11	8	10	26	6	5	2
11	9	0	26	6	7	4
11	9	2	26	6	9	7
11	9	4	26	6	11	11
11	9	6	26	7	2	1
11	9	8	26	7	4	4
11	9	10	2	7	6	8
11	10	0	26	7	8	10
11	10	2	26	7	11	2
11	10	4	26	8	1	5
11	10	6	26	8	3	7

Chute.			Vitesse.			
pieds.	pouces.	lign.	pieds.	pouc.	lign.	points.
11	10	8	26	8	5	11
11	10	10	26	8	8	1
11	11	0	26	8	10	4
11	11	2	26	9	0	8
11	11	4	26	9	2	10
11	11	6	26	9	5	2
11	11	8	26	9	7	4
11	11	10	26	9	9	7
12	0	0	26	9	11	9
12	0	2	26	10	2	1
12	0	4	26	10	4	3
12	0	6	26	10	6	6
12	0	8	26	10	8	8
12	0	10	26	10	11	0
12	1	0	26	11	1	2
12	1	2	26	11	3	6
12	1	4	26	11	5	7
12	1	6	26	11	7	11
12	1	8	26	11	10	1
12	1	10	27	0	0	5
12	2	0	27	0	2	7
12	2	2	27	0	4	9
12	2	4	27	0	7	0
12	2	6	27	0	9	2
12	2	8	27	0	11	6
12	2	10	27	1	1	8
12	3	0	27	1	3	10
12	3	2	27	1	6	1
12	3	4	27	1	8	3
12	3	6	27	1	10	5
12	3	8	27	2	0	9
12	3	10	27	2	2	11
12	4	0	27	2	5	1
12	4	2	27	2	7	4
12	4	4	27	2	9	6
12	4	6	27	2	11	8
12	4	8	27	3	2	0
12	4	10	27	3	4	2
12	5	0	27	3	6	4
12	5	2	27	3	8	5
12	5	4	27	3	10	9
12	5	6	27	4	0	11
12	5	8	27	4	3	1
12	5	10	27	4	5	3
12	6	0	27	4	7	7

SECTION VIII.

De la maniere d'eſtimer le déchet cauſé par le bord des orifices.

Le bord des orifices retarde la viteſſe de l'eau, ainſi tous les calculs qu'on a rapportés ci-devant ſur leur meſure, ne ſont point exacts.

491. Comme l'eau doit couler plus vite vers le *milieu* des orifices, que vers les *bords* à cauſe qu'elle eſt retardée par la friction, c'eſt-à-dire par le frottement que ces mêmes bords occaſionnent, il en doit moins ſortir d'un orifice quelconque pendant un tems déterminé, qu'il en ſortiroit ſi tous ces filets avoient une viteſſe uniforme, comme nous l'avons ſuppoſé juſqu'ici. (427) Les dépenſes que donnent les calculs précédens, ſont donc plus grandes que celles qu'on trouvera par l'expérience, & d'autant plus que les orifices ſeront petits, parce que les circonférences des cercles étant entre-elles comme les diamétres, tandis que les ſuperficies ſont comme les quarrez des mêmes diamétres, *les petits orifices ayant plus de circonference à proportion que les grands, retarderont plus la viteſſe de l'eau par rapport à la quantité qui en devroit ſortir.*

Le rapport du déchet d'un orifice à ſa dépenſe naturelle, eſt au rapport du déchet d'un autre orifice à ſa dépenſe naturelle dans la raiſon reciproque de leur diametre.

492. Pour ſçavoir quel eſt ce rapport, nous prendrons les quarrez des diamétres pour les ſuperficies des orifices, & les côtez de ces quarrez pour leurs circonférences; ainſi nommant a le diamétre du petit, & b celui du grand, on aura $\frac{a}{aa}$ pour le rapport du circuit du premier à ſa ſuperficie, & $\frac{b}{bb}$ pour le rapport du circuit du ſecond à ſa ſuperficie, qui ſe réduit à $\frac{1}{a}$ & $\frac{1}{b}$, d'où l'on tire $\frac{1}{a}, \frac{1}{b} :: b, a$, puiſque $\frac{a}{a} = \frac{b}{b}$, ou que $ab = ab$, qui montre *que le rapport du circuit du premier à ſa ſuperficie, eſt au rapport du circuit du ſecond à la ſienne réciproquement, comme le diamétre du ſecond eſt au diamétre du premier.*

493. Il ſuit que *le rapport du déchet du premier orifice à ſa dépenſe naturelle, ſera au rapport du déchet du ſecond orifice à ſa dépenſe naturelle réciproquement, comme le diamétre du ſecond eſt au diamétre du premier.*

J'entends par *dépenſe naturelle*, celle qu'on trouvera par nos regles, en faiſant abſtraction de tout accident, & par *déchet* l'excès de la dépenſe naturelle au-deſſus de la dépenſe *effective* qu'on doit trouver par l'expérience.

Digitized by Google

Lorſque par une expérience on aura trouvé le rapport du déchet à la dépenſe naturelle d'un certain orifice, on aura ce rapport pour un orifice quelconque en diſant, *comme le diamétre de l'orifice propoſé eſt au diamétre de celui de l'experience; ainſi le rapport du déchet à la dépenſe naturelle qu'on a trouvé par cette experience, eſt à un quatriéme terme, qui donnera ce que l'on demande.*

Expérience de M. Mariotte par laquelle il a trouvé qu'un tuyau de 13 pieds de hauteur dépenſoit par un orifice horiſontal de 3 lignes de diametre 14 pintes d'eau en une minute.

494. M. Mariotte dans le ſecond diſcours de la troiſiéme partie de ſon *Traité du mouvement des Eaux*, rapporte page 245, qu'il a trouvé par un nombre d'experiences très-exactes, *qu'un orifice horiſontal de 3 lignes de diamétre étant à 13 pieds au-deſſous de la ſurface ſuperieure de l'eau d'un large tuyau, donnoit un pouce, c'eſt-à-dire qu'il en ſortoit pendant le tems d'une minute 14 pintes, meſure de Paris,* ou 24 ℔. (342) Comme c'eſt ſur cette experience qu'il appuye tout le reſte de ſon Traité, je crois pouvoir m'en ſervir comme d'un principe certain; il ſeroit à ſouhaiter que cet Auteur qui avoit une adreſſe merveilleuſe pour les expériences, nous en eut laiſſé d'autres ſur de plus grands orifices; cependant on ne doit pas regarder comme un défaut, que celui dont nous allons nous ſervir n'ait eu que 3 lignes, parce que ſa circonference étant fort grande par rapport à ſa ſuperficie, le déchet en ſera plus ſenſible, eu égard à la dépenſe naturelle. (491)

Le rapport du déchet à la dépenſe naturelle d'un orifice de 3 lignes, eſt comme 3 eſt à 10.

495. Pour comparer la dépenſe de cette experience, avec celle qu'on trouvera par nos régles, il faut chercher dans la premiere Table la viteſſe acquiſe par une chûte de 13 pieds de hauteur, qui eſt de 27 pids 11 pouces par ſeconde, ou de 1675 par minute; diviſer ce nombre par 16 pour réduire la colomne d'eau à un pouce de diamétre, ſa hauteur ſera de 104 pieds & environ 8 pouces, qui répond dans la ſeconde Table à 40 ℔ 1 once, au lieu que M. Mariotte n'en a trouvé que 28 ℔, *ce qui montre que dans ce cas la dépenſe naturelle eſt à la dépenſe effective, à peu près comme* 10 *eſt à* 7, *& que le déchet eſt à la dépenſe naturelle, comme* 3 *eſt à* 10, *par conſéquent peut être exprimée par* $\frac{3}{10}$.

Formule générale pour trouver le rapport du déchet à la dépenſe naturelle d'un orifice quelconque.

496. Voulant connoître le rapport du déchet d'un orifice quelconque à ſa dépenſe naturelle, on dira *comme d diamétre de l'orifice propoſé, eſt à 3 lignes, diamétre de l'orifice de l'experience; ainſi* $\frac{3}{10}$, *rapport du déchet à la dépenſe naturelle trouvée par l'experience eſt à celui du déchet à la dépenſe naturelle pour l'orifice dont il s'agit,* (493) qui ſera exprimé par $\frac{9}{10 \times d}$, qui montre qu'*en général on*

Digitized by Google

aura toujours ce rapport pour un orifice quelconque, en multipliant le dénominateur de $\frac{9}{10}$ par ſon diametre exprimé en lignes; par exemple, s'il étoit de 2 pouces, ou de 24 lignes, la formule deviendra $\frac{9}{10\times 24}$ qui ſe réduit à $\frac{3}{80}$.

497. L'on remarquera que lorſque *l'on a une fois trouvé le rapport du déchet à la dépenſe naturelle pour un certain orifice, ce rapport demeure toujours le même, ſoit que l'on augmente ou que l'on diminue la hauteur de l'eau*, parce qu'il eſt certain que le déchet augmente ou diminue dans la raiſon de la dépenſe naturelle, ou ſi l'on veut dans la raiſon de la racine des differentes hauteurs de l'eau. J'entends par exemple, que ſi le tuyau dont M. Mariotte s'eſt ſervi avoit eu 26 pieds de hauteur, ou qu'il n'en eut eu que 6 au lieu de 13, le rapport du déchet à la dépenſe naturelle ſe feroit toujours trouvé pour un orifice de 3 lignes, celui de 3 à 10; ce qui montre qu'on peut avoir le rapport du déchet à la dépenſe naturelle pour un orifice quelconque, ſans ſe mettre en peine de la hauteur de l'eau.

Le rapport du déchet à la dépenſe naturelle pour un orifice quelconque, reſte toujours le même, ſoit qu'on augmente ou diminue la hauteur de l'eau.

498. Quand on aura trouvé les deux termes qui marquent le rapport du déchet à la dépenſe naturelle, *on n'aura qu'à ſouſtraire le plus petit du plus grand, la difference donnera l'expreſſion de la dépenſe effective*; par conſéquent ſon rapport avec la dépenſe naturelle ſera de $\frac{77}{80}$ pour l'exemple de l'article 451.

Maniere de connoître la dépenſe effective, moyennant le rapport du déchet à la dépenſe naturelle.

Après avoir trouvé le rapport de la dépenſe effective, à la dépenſe naturelle pour un orifice quelconque, il faut enſuite, avec le ſecours de nos deux Tables, chercher la dépenſe naturelle de cet orifice, relativement à la hauteur de l'eau, ſoit par ſeconde ou par minute; ayant ces trois termes il ſera aiſé d'avoir la dépenſe effective: par exemple, un réſervoir de 7 pieds 6 pouces de hauteur devant donner par un orifice de 2 pouces de diamétre 33 ℔ 4 gros d'eau pour la dépenſe naturelle par ſeconde, (478) & venant de voir que le rapport de la dépenſe effective à la dépenſe naturelle de cet orifice étoit exprimée par $\frac{77}{80}$, on dira comme 80 eſt à 77, ainſi $33\frac{1}{32}$ ℔, eſt à un quatriéme terme, qu'on trouvera d'environ 28 ℔ 14 onces 3 gros pour la dépenſe effective, par conſéquent le déchet eſt de 4 ℔ 2 onces 1 gros.

499. Pour qu'un reſervoir dépenſe *effectivement* une certaine *De quelle*

maniere on peut ſuppléer au déchet.

quantité d'eau déterminée dans un tems donné, il faut ſi l'on veut ſe ſervir de *l'orifice* qu'on trouvera par la Méthode des articles 466, 480, augmenter *la hauteur de l'eau*, pour qu'ayant plus de *viteſſe* elle fourniſſe dans le tems preſcrit la dépenſe que l'on demande; ou ſi la hauteur de l'eau reſte la même, *prolonger le tems* afin qu'il ſuplée au déchet; ou ſi l'on veut que le tems & la hauteur de l'eau demeure les mêmes, trouver un *orifice* dont la dépenſe effective ſoit égale à celle qu'on demande; nous allons examiner ces trois cas chacun en particulier.

Réſolution du premier cas en augmentant la hauteur de l'eau, pour que la dépenſe effective ſoit égale à la dépenſe naturelle.

500. Nommant e la dépenſe effective d'un certain orifice; n ſa dépenſe naturelle; h la hauteur du reſervoir, & x celle qu'il faudroit lui donner pour que la dépenſe effective fut égale à la dépenſe naturelle. Conſidérez que *les dépenſes étant entre-elles comme les viteſſes, ou comme les racines quarrées des hauteurs des réſervoirs lorſque les tems ſont égaux, ainſi que les orifices*, (458) l'on aura u, V :: e, n :: $\sqrt{h}$, $\sqrt{x}$, ou ee, nn :: h, x, d'où l'on tire $\frac{nnh}{ee} = x$, qui montre que lorſqu'on a le rapport de la dépenſe effective à la dépenſe naturelle, il faut pour avoir la hauteur qu'il convient de donner au réſervoir pour ſuppléer au déchet, *quarrer les deux termes, multiplier le plus grand quarré par la hauteur de l'eau, & diviſer le produit par le plus petit quarré.* Par exemple, dans l'experience de M. Mariotte où nous avons trouvé que par un orifice de 3 lignes de diamétre, la dépenſe effective étoit à la dépenſe naturelle, comme 7 eſt à 10, (495) voulant qu'il coule de cet orifice 20 pintes par minute, l'on aura $\frac{100 \times 13}{49} = x$, qui donne 26 pieds 6 pouces 4 lignes, & environ $\frac{2}{7}$ de ligne pour la hauteur de l'eau, qui eſt plus que le double de celle du tuyau dont il s'eſt ſervi.

501. On a vû, art. 479, que pour qu'un reſervoir dépenſe 10 pintes en une ſeconde par un orifice de 18 lignes de diamétre, il falloit que la hauteur de l'eau fût de 8 pieds 1 pouce 10 lignes, en faiſant abſtraction du déchet; mais voulant y avoir égard, il faut que la hauteur de l'eau ſoit plus grande que celle que nous avons trouvé, *dans la raiſon que la dépenſe naturelle eſt plus grande que l'effective.* Pour connoître ce rapport, il faut multiplier le dénominateur de la fraction $\frac{9}{10}$ par 18 lignes, diamétre de l'orifice,

Digitized by Google

(496) ce qui donne $\frac{1}{100}$, d'où l'on tire $\frac{19}{200}$. (498) On dira donc comme 361 quarré de 19, eſt à 400 quarré de 20, ainſi la hauteur de 8 pieds 1 pouce 10 lignes eſt à celle qu'on cherche, qu'on trouvera de 9 pieds & environ 5 lignes.

Réſolution du ſecond cas, en augmentant la durée de l'écoulement.

502. Prévenu que les reſervoirs qui ont la même hauteur *dépenſent par des orifices égaux des quantités d'eau dans la raiſon des tems de leur écoulement*, (457) on aura pour le ſecond cas, $e, n :: t, x$; d'où l'on tire $\frac{nt}{e} = x$, qui montre que pour avoir le tems de l'écoulement, afin que la dépenſe effective ſoit égale à la dépenſe naturelle, *il faut multiplier la dépenſe naturelle par le tems qui répond à la règle qu'on a fait, en ne tenant point compte des frottemens, & diviſer le produit par la dépenſe effective.* Par exemple, nous avons trouvé art. 481, que pour qu'un réſervoir de 3 pieds de hauteur dépenſe 40 pintes d'eau par un orifice de 6 lignes de diamétre, il falloit que le tems de l'écoulement fut de 15 ſecondes & d'environ 37 tierces; mais comme ce tems doit être *prolongé*, il faut chercher le rapport des dépenſes (496, 498) qu'on trouvera exprimées par $\frac{17}{20}$ & dire comme 17 eſt à 20, ainſi 15 $\frac{25}{41}$ ſecondes eſt au tems que l'on cherche, qui eſt de 18 ſecondes, & environ 22 tierces.

503. De même ayant trouvé, art. 480, qu'un réſervoir de 5 pieds de hauteur devoit avoir un orifice d'environ 36 lignes pour dépenſer 30 pintes par ſecondes, on aura *le tems* qui doit ſupléer au déchet, en cherchant encore le rapport de la dépenſe effective à la dépenſe naturelle, qu'on trouvera exprimée par $\frac{39}{40}$, enſuite dire comme 39 eſt à 40, ainſi 60 tierces eſt au tems que l'on demande, qui eſt de 61 $\frac{1}{2}$ tierces, ainſi des autres. Ces exemples montrent que plus les diamétres des orifices ſeront grands, plus la dépenſe *naturelle* approchera d'égaler la dépenſe *effective* que doit donner l'expérience; ce qui prouve l'exactitude des régles que nous avons déduites du principe de la chûte des corps.

On peut prendre les dépenſes effectives de deux orifices pour exprimer le

504. Pour avoir une formule qui convienne au troiſiéme cas, & généralement à tous ceux qu'on peut propoſer relativement aux *modifications* auſquelles il faut avoir égard dans la pratique; conſidérez que *lorſque deux réſervoirs ont la même hauteur, leurs dépenſes naturelles en tems égaux étant dans la raiſon des orifices*, (456)

rapport de leur ſuperficie reduite.

on pourra dire auſſi que *les dépenſes effectives ſont entre-elles comme les ſuperficies des mêmes orifices diminuées dans la proportion que leurs dépenſes effectives ſont moindres que les dépenſes naturelles.*

PLAN. 6. FIG. 59.

505. Suppoſant que le cercle AB repréſente un orifice provenant d'une expérience faite ſur la dépenſe des eaux, diviſant ſon diamétre au point C, *dans la raiſon de la dépenſe effective au déchet*; nommant AB, a; & CB, b, le quarré DB (aa) exprimera la dépenſe naturelle; le rectangle FB (ab) le déchet, & le rectangle DC, ($aa-ab$) la dépenſe effective. De même nommant d le diamétre d'un autre orifice, dd exprimera ſa dépenſe naturelle; *& comme les déchets ſont entr'eux dans la raiſon des diamétres*, on aura $a, d :: ab, bd$, d'où l'on tire $dd-bd$ pour l'expreſſion de la dépenſe effective du ſecond orifice.

Formule qui comprend généralement tout ce qui peut appartenir à la meſure des eaux.

Si l'on prend $aa-ab$ & $dd-bd$ pour exprimer le rapport des deux *orifices*, & Mm pour exprimer celui de leur *dépenſe*, on aura $M, m :: aa-ab, dd-bd$; lorſque les tems ſeront égaux, & que les reſervoirs auront la même hauteur (504); nommant V la viteſſe de l'eau de l'orifice de l'expérience, dont la dépenſe eſt exprimée par M; & T le tems de l'écoulement; u la viteſſe de l'eau du ſecond reſervoir dont la dépenſe eſt exprimée par m; & t le tems de l'écoulement; on aura $M, m :: \overline{aa-bb} \times TV, \overline{dd-bd} \times tu$, puiſque par l'article 447 *les dépenſes ſont dans la raiſon compoſée des orifices, des tems & des viteſſes*, d'où l'on tire $aa-ab \times TVm = dd-bd \times tuM$, qui eſt une formule qui donnera celle des quatre grandeurs d, m, t, u qui ſera inconnue.

Reſolution du troiſiéme cas à l'aide de la formule précedente.

506. Voulant avoir le *diamétre* de l'orifice d'un reſervoir dont on connoît *la hauteur* ou *la viteſſe*, pour qu'il dépenſe *effectivement* dans *un tems donné* une quantité *d'eau déterminée* & déſignée par m, moyennant la connoiſſance de toutes les autres grandeurs que comprend la formule, on ſubſtituera x à la place de d pour avoir $\overline{aa-ab} \times TVm = \overline{xx-bx} \times tuM$, qui ſe réduit à $\frac{1}{2}$

$$b + \sqrt{\frac{bb}{4} + \frac{TVm}{tuM} \times \overline{aa-ab}} = x.$$

Application de la formule génerale pour trouver la dépenſe effective.

507. Si le diamétre de l'orifice, la hauteur du reſervoir ou la viteſſe de l'eau & le tems étoient donnés, & que l'on voulut connoître la *dépenſe effective*, il faudra ſubſtituer x à la place de m pour avoir $aa-ab \times TVx = dd-bd \times tuM$, d'où l'on tire

$$x = \frac{\overline{dd-bd}}{aa-ab} \times \frac{tuM}{TV}.$$

Digitized by Google

508. Si le diamétre de l'orifice, ſa dépenſe effective & le tems étoient donnés, & qu'on voulût connoître la *viteſſe de l'eau* par ſeconde, afin d'en déduire la hauteur du reſervoir, il faudra mettre x à la place de u pour avoir $\frac{\overline{aa-ab}}{\overline{dd-bd}} \times \frac{TVm}{sM} = x$. *Autre application pour trouver la viteſſe ou la hauteur de l'eau.*

509. Enfin, ſi le diamétre de l'orifice, la dépenſe, la viteſſe ou la hauteur du réſervoir étoient donnez, & qu'on voulut connoître le *tems* de l'écoulement, on ſubſtituera x à la place de t, pour avoir $\frac{\overline{aa-ab}}{\overline{dd-bd}} \times \frac{TVm}{uM} = x$. *Autre application pour trouver le tems de l'écoulement.*

510. Lorſqu'il ſe rencontrera que quelques grandeurs *ſemblables* auront *la même valeur*, il faudra les effacer de la formule, qui devenant plus ſimple, rendra le calcul plus aiſé. Par exemple, l'on demande quel *diamétre* il faudroit donner à l'orifice d'un reſervoir de 13 pieds de hauteur, pour que ſa dépenſe effective par minute ſoit *quadruple* de celle que M. Mariotte a trouvé, comme on aura $T = t$, $V = u$, & $\frac{m}{M} = \frac{4}{1}$; l'équation (506) ſera changée en celle-ci, $\frac{\sqrt{4aa-4ab}}{1} + \frac{bb}{4} + \frac{b}{2} = x$; ayant $a = 3$ lignes, $b = \frac{9}{10}$, & $\frac{b}{2} = \frac{9}{20}$, faiſant le calcul, on trouvera que le diamétre que l'on cherche doit être à peu près de $5\frac{1}{2}$ lignes, *au lieu de 6 qu'il ſemble qu'on devroit lui donner.* *Trouver le rapport que doivent avoir les diametres des deux orifices, pour que leurs dépenſes effectives ſoient en raiſon données.*

Pour montrer que l'orifice qu'on vient de trouver dépenſera effectivement le quadruple de celui de l'experience, l'on dira comme 9 quarré du diamétre de 3 lignes eſt à $30\frac{1}{4}$ quarré du diamétre qu'on vient de trouver de $5\frac{1}{2}$ lignes; ainſi 40 ℔ d'eau, dépenſe naturelle du premier orifice, eſt à la dépenſe naturelle du ſecond, qu'on trouvera de 134 ℔ $\frac{4}{9}$; pour en ſouſtraire le déchet, on multipliera le dénominateur $\frac{9}{10}$ par le diamétre $5\frac{1}{2}$, on aura $\frac{9}{55}$ pour le rapport du déchet à la dépenſe naturelle; (496) on dira donc comme 55 eſt à 46, ainſi 1034 $\frac{4}{9}$, dépenſe naturelle du ſecond orifice, eſt à ſa dépenſe effective, qu'on trou-

vera de 112 ℔ & environ $\frac{1}{4}$ qui eſt un nombre quadruple de 28, c'eſt-à-dire de la dépenſe effective du premier orifice, en négligeant les 4 onces que nous trouvons de plus, qui viennent de ce que le diamétre a été eſtimé un peu plus grand qu'il ne devroit être, pour avoir ſuppoſé $\frac{49}{100} = \frac{1}{2}$.

Maniere de trouver géometriquement le diametre d'un orifice en conſtruiſant la formule.

511. L'on aura dans toute la préciſion géométrique le diamétre que l'on demande, en *conſtruiſant* l'équation $\sqrt{4aa - 4ab + \frac{bb}{4}} + \frac{b}{2} = x$. Pour cela il faut tirer la ligne AB égale à $2a$, la prolonger de B en C, en ſorte que BC ſoit égale à $2b$, décrire ſur AC, comme diamétre, le demi-cercle ADC, élever la perpendiculaire BD dont le quarré vaudra $4ab$, élever auſſi ſur l'extrémité A la perpendiculaire AF égale à $\frac{b}{2}$; tirer la ligne FB; dont le quarré vaudra $4aa + \frac{bb}{4}$, décrire ſur cette ligne le demi cercle BHF, faire BH égale à BD, enſuite tirer la ligne FH qu'on prolongera de F en G de la longueur de FA, alors la ligne GH ſera *exactement* le diamétre que l'on demande, puiſqu'on aura $\sqrt{\overline{FB}^2 \cdot (4aa + \frac{bb}{4}) - \overline{BH}^2 \cdot (4ab)} + GF \cdot (\frac{b}{c}) = GH$ (*x*).

FIG. 60.

Examen des orifices quarrés.

512. De quelque figure que ſoient les orifices, *ſemblables ou non*, leur dépenſe naturelle étant toujours dans la raiſon de leur ſuperficie, & les déchets dans la raiſon de leur circuit, il ſuit que lorſque les ſuperficies ſeront comme les circuits, les dépenſes naturelles ſeront comme les déchets; c'eſt ce qui ſe rencontre lorſque de deux orifices, l'un eſt un cercle & l'autre le quarré de ſon diamétre; car nommant d le diamétre, & c la circonférence, $\frac{cd}{4}$ ſera la ſuperficie du cercle, & $4d$, le circuit de ſon quarré; d'où l'on tire $\frac{cd}{4}, dd :: c, 4d$, qui fait voir *que le rapport du déchet à la dépenſe naturelle d'un orifice quarré, qui auroit 3 lignes de côté*, peut encore être exprimé par $\frac{3}{10}$; ainſi lorſque l'on voudra connoître ce rapport pour un orifice quarré quelconque, il faudra multiplier le dénominateur de $\frac{9}{10}$ par le côté du quarré réduit en lignes

lignes. (496) Par exemple, pour un quarré d'un pouce, on aura $\frac{9}{10\times12}$ ou $\frac{1}{40}$.

513. Si l'orifice étoit un *rectangle* compris ſous les dimenſions *a* & *b*, ſon *circuit* ſera $2a+2b$ & ſa ſuperficie ab, alors on aura comme 12 lignes, circuit du quarré de l'expérience, eſt à $2a+2b$, circuit de l'orifice rectangulaire; ainſi 3, expreſſion du déchet du premier orifice, eſt à $\frac{a+b}{2}$ déchet du ſecond. D'autre part, comme 9, ſuperficie de 3 lignes du côté, eſt à ab, ſuperficie du rectangle; ainſi 10 expreſſion de la dépenſe naturelle du premier orifice, eſt à $\frac{10ab}{9}$, expreſſion de la dépenſe naturelle du ſecond, ce qui donne $\frac{\frac{ab}{2}}{\frac{10ab}{9}}$ ou $9\times\frac{\frac{a+b}{2}}{10\times ab}$, qui eſt une formule générale pour tous les orifices rectangulaires, qui montre que pour avoir le rapport du déchet à leur dépenſe naturelle, *il faut multiplier le numerateur de* $\frac{9}{10}$ *par la moitié de la ſomme des deux dimenſions du rectangle réduites en lignes, & le dénominateur par la ſuperficie du même rectangle exprimée en lignes quarrées.*

Examen des orifices rectangulaires.

514. Si les dimenſions de l'orifice étoient aſſez grandes pour être exprimées en pouce, la formule deviendra alors $3\times\frac{\frac{a+b}{2}}{40\times ab}$, qui montre que dans ce cas il faut multiplier le numerateur de $\frac{1}{40}$ (513) par la moitié de la ſomme des deux dimenſions du pertuis exprimées en pouces, & le dénominateur par la ſuperficie de l'orifice exprimée en pouces quarrés, comme on le verra lorſque nous ferons uſage de cette derniere formule, pour calculer la dépenſe effective des *pertuis* pratiqués aux écluſes.

515. Quand on aura trouvé le rapport du déchet à la dépenſe naturelle pour un orifice de quelque nature qu'il ſoit, & enſuite ſa dépenſe effective, on la ſubſtituera dans la formule de l'article 505, pour découvrir quelques-unes des grandeurs qui y ſeront relatives, & on agira comme nous avons fait pour les orifices circulaires.

516. Comme le *cercle* & le *quarré* ſont les figures qui comprennent le plus d'étendue ſous moins de circuit, l'on voit que les orifices faits ainſi cauſent moins de déchet que les autres qui auroient

Les orifices quarrés &

circulaires causent moins de déchet que ceux de toute autre figure qui auroient la même superficie.

la même superficie, au lieu que lorſqu'ils ſont *rectangulaires*, le déchet eſt d'autant plus grand à la ſuperficie égale, qu'une des dimenſions excedera l'autre.

Au reſte, voilà ce me ſemble ce que l'on peut dire de plus ſatisfaiſant pour unir la théorie à la pratique dans la meſure des eaux.

Il eſt eſſentiel d'avoir égard au déchet pour la diſtribution des eaux des fontaines d'une ville.

517. L'on voit la conſéquence d'avoir égard aux déchets pour diſtribuer les eaux avec économie; lorſqu'on eſt obligé d'amener à grands frais celles de pluſieurs *ſources*, ou de conſtruire des *machines* pour la tirer d'une riviere, parce que pour la partager à des communautés ou à des particuliers, il faudra que chacun en ait une quantité proportionnée aux frais qu'il a fait pour ſa part de la dépenſe totale, ou de ce qu'il payera pour la dépenſe annuelle de l'entretien des eaux, ce qui demande beaucoup d'intelligence de la part de ceux qui en ſeront chargés, autrement il arrive que l'un a plus, & l'autre moins qu'il ne devroit avoir. Il y a bien des choſes à conſiderer ſur ce ſujet, que je reſerve de traiter ailleurs.

SECTION IX.

De la meſure des eaux qui coulent par des orifices rectilignes & verticaux.

L'eau qui ſort des orifices verticaux eſt chaſſé ſelon une direction horiſontale, avec des viteſſes qui peuvent être exprimées par les ordonnées d'une parabole.

518. Ayant un vaiſſeau priſmatique continuellement rempli d'eau, on a vû (362.) que chacune de ſes *faces* étoit pouſſée ſelon une direction horiſontale, par toutes les lames d'eau qu'elle ſoûtient; par conſéquent, ſi cette ſurface eſt percée de pluſieurs trous H, K, &c. dans la verticale EF, l'eau qui en ſortira ſera chaſſée ſelon des directions horiſontales, avec des viteſſes qui pourront être exprimées par les racines des hauteurs EH & EK, ou par les ordonnées correſpondantes HI & KL d'une parabole EIG, puiſque la proprieté de cette courbe donne (470) $\sqrt{EH}$, $\sqrt{EK}$ :: HI, KL. Si l'on ſuppoſe le paramétre de cette parabole de 60 pieds, les ordonnées HI & KL exprimeront non ſeulement le rapport des viteſſes de l'eau, mais auſſi les viteſſes réelles par ſeconde des filets qui ſortiront par les trous H & K (470) que nous ſuppoſons fort petits; alors connoiſſant en pieds, pouces, lignes, les hauteurs EH & EK, on aura à l'aide de la premiere Table de la ſeptiéme Section les valeurs en pieds, pouces, lignes des ordonnées HI & KL.

PLAN. 7. FIG. 61.

519. Il ſuit que ſi tous les filets d'eau qui ſortiront par un des orifices H ou K, ont la même viteſſe, la dépenſe naturelle par

ſeconde ſera égale à une colonne qui auroit pour baſe le plan de l'orifice, & pour hauteur l'ordonnée qui lui répond.

520. Si l'on ſuppoſe l'axe EF de la parabole ELG, diviſé en un nombre infini de parties égales, elles compoſeront une progreſſion arithmétique infinie, c'eſt-à-dire dont le plus petit terme ſera zero, & le plus grand la hauteur EF de l'eau, qui exprimera en même tems le nombre des termes de cette progreſſion, tirant par chaque point de diviſion une ordonnée HI ou KL, en commençant du ſommet E, toutes ces ordonnées étant dans la raiſon des racines de leurs abſciſſes, ou des racines des termes de la progreſſion des parties de l'axe, on trouvera la ſomme de toutes ces racines de la même maniere que l'on trouve celles des ordonnées qui compoſent la ſuperficie d'une parabole *en multipliant l'axe EF par les deux tiers de la plus grande ordonnée FG ; on aura donc auſſi la ſomme de toutes les racines des abſciſſes correſpondantes, ou celles de tous les termes de la progreſſion, en multipliant l'axe EF par* $\frac{2}{3}\sqrt{EF}$, ou $\sqrt{EF}$ *par* $\frac{2EF}{3}$.

La ſomme des viteſſes avec leſquelles toutes les lames d'eau renfermées dans un vaiſſeau, tendent à s'échapper par les côtés, peut être exprimée par le produit de la plus grande hauteur de l'eau multiplié par les deux tiers de la racine de la même hauteur, ou par cette racine entiere multipliée par les deux tiers de la même hauteur.

Pour démontrer la même regle indépendamment de la parabole, conſidérez le triangle rectangle & iſoſcele EFG, dont la hauteur EF étant priſe pour celle de l'eau, tous les élémens MN compoſeront les termes de la progreſſion précédente, ou ſi l'on veut toutes les differentes hauteurs de l'eau priſes depuis ſon niveau juſqu'au fond du vaiſſeau. Pour avoir la ſomme des racines de tous ces élemens, nous nommerons EF, h; EM, x; ainſi Mm ſera dx, qui étant multiplié par $\sqrt{x}$ donne $dx\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}dx$ pour la ſomme des racines compriſes dans le plan différentiel $MmNn$, FIG. 65.

dont l'intégrale donne $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ ou $\frac{2}{3}x\times\sqrt{x}$, ou $\frac{2}{3}h\times\sqrt{h}$, lorſque x devient égale à h.

521. Il ſuit que ſi l'on pratique dans la ſurface du vaiſſeau une fente verticale POEF d'une largeur uniforme, on aura l'expreſſion de toutes les viteſſes de l'eau qui ſortira par cette fente, *en multipliant la racine de la plus grande hauteur EF par les deux tiers de la même hauteur.* FIG. 61

522. Comme entre toutes les viteſſes interpoſées, il y en a une *moyenne*, qui étant multipliée par la grandeur qui en exprime le nombre, donne un produit égal à la ſomme des mêmes viteſſes, l'on voit *que cette viteſſe moyenne eſt égale aux deux tiers de la plus gran-*

La viteſſe moyenne acquiſe à la ſurface de l'eau juſqu'au fond, eſt

Digitized by Google

égale aux deux tiers de la plus grande, & la lame à laquelle elle appartient est située au-dessous du niveau de l'eau des quatre neuviémes de la plus grande hauteur.

de ordonnée FG, ou a $\frac{2}{3}\sqrt{h}$, quad on prendra les racines des abſciſſes, au lieu des ordonnées de la parabole.

523. Pour ſçavoir à quel point de la hauteur EF doit répondre la viteſſe moyenne, il n'y a qu'à quarrer $\frac{2}{3}\sqrt{h}$, on aura $\frac{4}{9}h$ qui montre que *la lame d'eau qui répond à la viteſſe moyenne eſt au-deſſous du niveau OB des quatre neuviémes de la hauteur entiere EF.*

524. Quand on aura un pertuis rectangulaire ABCD, pratiqué dans une ſurface verticale, que ce pertuis regnera ſur toute la hauteur de l'eau, il faut pour avoir ſa dépenſe pendant un certain tems, *multiplier la ſuperficie du pertuis par les deux tiers de la plus grande ordonnée DG, ou par la viteſſe uniforme dont un corps ſeroit capable pendant ce tems, après l'avoir acquiſe par une chûte CE égale aux quatre neuviémes de la hauteur de l'eau*, parce que la viteſſe EF ſera égale aux deux tiers de la plus grande DG, puiſqu'on a $\sqrt{CD}, \frac{2}{3}\sqrt{CD} :: DG, \frac{2}{3}DG$, ou que $CD, \frac{4}{9}CD :: \overline{DG}^2, \frac{4}{9} \times \overline{DG}^2$.

FIG. 62.

Maniere de meſurer la dépenſe d'un pertuis vertical, dont le ſommet répond au niveau de l'eau.

525. Suppoſant que le pertuis ABCD, ait 4 pieds de largeur ſur 13 pieds 1 pouce 6 lignes de hauteur, ſa ſuperficie ſera de 52 pieds 6 pouces; & les quatre neuviemes de la hauteur de l'eau, 5 pieds 10 pouces, qui eſt une chûte qui répond dans la premiere table de la ſeptieme Section à une viteſſe de 18 pieds 8 pouces, 6 lignes, qui étant multiplié par le produit précedent donne 982 pieds cubes 2 pouces 3 lignes, pour la quantité d'eau que le pertuis dépenſera par ſeconde.

Maniere de meſurer la dépenſe d'une nappe d'eau droite ou circulaire.

526. Quand on ſera dans le cas de meſurer une *nappe d'eau* comme celles qui ſe rencontrent dans la décoration des jardins de plaiſance, ou comme celles qui ſe forment aux décharges d'une écluſe, d'une machine hydraulique, d'un canal, &c. *Il faudra de même prendre la ſuperficie du rectangle, qui auroit pour baſe la longueur du bord, & pour hauteur celle de l'eau qui coule au-deſſus du même bord, & en multiplier la ſuperficie par la viteſſe qui auroit pour chûte les quatre neuviémes de la hauteur précédente.*

PLAN. 7. FIG. 67.

527. Lorſqu'un vaiſſeau ABCD eſt percé par le fond, que l'eau n'y eſt entretenue qu'à une hauteur médiocre GH, il arrive quelquefois qu'en ſortant elle ne remplit pas entierement le trou EF, laiſſant un vuide dans le milieu, formant un entonnoir NMIQLOP, qui donne lieu à une nappe circulaire dont *la dépenſe par ſeconde eſt égale au volume d'eau compris ſous la circonférence du trou EF, ſous la hauteur IK, & ſous la ligne qui exprimeroit la viteſſe*

Digitized by Google

acquiſe par la chûte des quatre neuviémes de la hauteur IK.

528. Comme cette nappe n'a lieu que lorſque la ſomme des viteſſes de l'eau qui tend à remplacer celle de la colomne du milieu, eſt moindre que la viteſſe uniforme de la même colomne. Voici le rapport de ces deux viteſſes.

La viteſſe de l'eau qui ſort d'un orifice pratiqué au fond du vaiſſeau, eſt à la viteſſe de celle qui s'empreſſe à la remplacer, comme le quart du diametre de l'orifice eſt aux deux tiers de la hauteur de l'eau, ou comme les trois huitiémes du même diametre eſt à la hauteur entiere de l'eau.

Nommant h, la hauteur IK de l'eau; d, le diamétre EF du trou, c, ſa circonférence, $\frac{cd}{4}$ en ſera la ſuperficie, laquellle repréſentant celle des lames qui s'échappent lorſque la colomne eſt entiere, on aura $\frac{cd}{4} \times \sqrt{h}$ pour la quantité d'eau qui ſort à chaque inſtant; (445) d'autre part la ſurface de la colomne ſera ch, qui étant multipliée par $\sqrt{\frac{4}{9}h}$, ou par $\frac{2}{3}\sqrt{h}$, donne $\frac{2}{3}ch \times \sqrt{h}$ pour la ſomme des viteſſes de l'eau qui tend à remplacer la colomne, d'où l'on tire $\frac{cd}{4} \times \sqrt{h}$, $\frac{2}{3}ch \times \sqrt{h} :: \frac{d}{4}$, $\frac{2h}{3}$ *qui montre que la viteſſe de l'eau à la ſortie du tuyau eſt à la viteſſe de celle qui s'empreſſe à la remplacer, comme le quart du diamétre de l'orifice eſt aux deux tiers de la hauteur de l'eau*

Si l'on multiplie les deux derniers termes de la proportion précedente par $\frac{1}{2}$ pour les rendre plus ſimples, on aura $\frac{d}{4}$, $\frac{2h}{3}$ :: $\frac{3d}{8}$, h, qui montre encore *que la viteſſe de la colomne de l'eau eſt à la viteſſe de celle qui s'empreſſe à la remplacer, comme les trois huitiémes du diametre eſt à la hauteur de l'eau;* ainſi faiſant abſtraction de tout accident, l'on voit que *quand la hauteur de l'eau ſera plus grande que les trois huitiémes du diamétre de l'orifice, ſa dépenſe ſera complette,* & qu'au contraire lorſque la hauteur de l'eau ſera moindre que les trois huitiémes du diamétre, l'orifice ne ſera pas rempli. FIG. 67.

Pour que la dépenſe d'un orifice ſoit complette, il faut avoir plus d'égard au rapport du diamétre de l'orifice a la hauteur de l'eau, qu'à

529. Ceux qui ont écrit juſqu'ici ſur le mouvement des eaux, ont inſinué qu'il falloit que *l'orifice fut fort petit, par rapport à la baſe du vaiſſeau,* pour que la viteſſe de l'eau pût être exprimée par la racine de ſa hauteur, ſans faire nulle mention du rapport que cette hauteur devoit avoir avec le diamétre de l'orifice; cependant c'eſt de ce rapport qu'elle doit dépendre, car un orifice pourroit être fort petit, eu égard à la ſuperficie du fond, & le diamétre fort grand par rapport à la hauteur de l'eau; alors la condition qu'on exige ſe rencontreroit ſans que la régle eut lieu. Cela vient, comme je l'ai déja dit, de ce qu'on s'eſt imaginé que c'étoit la colomne

celui de la ſuperficie du même orifice à celle du vaiſſeau.

ſans ceſſe renouvellée par l'eau ſupérieure qui fourniſſoit à la dépenſe, & qu'il falloit ſeulement prendre garde que l'orifice fut aſſez petit pour empêcher que cette colomne ne ſortit tout à la fois, comme s'il étoit poſſible que l'eau d'alentour reſtât ſoutenue ſans ſe répandre dans le vuide qu'elle laiſſeroit.

Quand l'eau n'a qu'une hauteur médiocre, & qu'elle coule par un orifice horiſontal, il ſe forme un vuide au-deſſus de l'orifice qui empêche que la dépenſe ſoit complette.

530. Pour voir ſi l'experience ſeroit conforme à la régle précedente, je me ſuis ſervi d'une cuvette, dont le fond avoit environ un pied de ſuperficie, percé d'un trou de 3 lignes de diamétre, l'ayant entretenu pleine d'eau ſur la hauteur de 4 pouces; j'ai répandu deſſus un peu de ſcieure de bois, laiſſant couler l'eau pendant quelque tems, ſans y rien ajouter, pour ne point l'agiter, ſa ſurface eſt reſtée ſans aucun mouvement ſenſible, mais on voyoit l'eau du fond couler vers l'orifice, & toute celle du vaiſſeau concourir à la dépenſe, ce qu'on appercevoit par le mouvement des petits corps que j'y avois plongé, mais ce qui m'a fort ſurpris, c'eſt de voir, que lorſque ſa ſurface fut deſcendue d'environ 2 pouces, il s'eſt formé un petit eſpace vuide, qui avoit la figure d'un tuyau qui ſe terminoit en pointe par le bas; à meſure que l'eau baiſſoit, ce vuide devenoit plus ſenſible, & ſon extrémité étant parvenue à l'orifice il s'eſt fait un trou dans le milieu de l'eau, ſa ſurface étant encore à 12 ou 13 lignes du fond.

J'ai réperé la même experience pluſieurs fois, tantôt en laiſſant vuider le vaiſſeau ſans y rien ajouter, tantôt en entretenant la ſurface à la diſtance du fond où le vuide étoit entierement formé, quoique la hauteur de l'eau fut bien plus de trois huitiémes du diamétre de l'orifice, la dépenſe n'étoit jamais complette: ce qu'on trouvera de ſingulier, c'eſt qu'en agitant l'eau le vuide n'en ſubſiſtoit pas moins allant en ſerpentant d'une largeur aſſez uniforme depuis en haut juſqu'à la ſortie du trou. Quant à l'eau qui ſortoit par l'orifice, & qui formoit une petite nappe circulaire, on voyoit qu'elle venoit de toutes les parties du vaiſſeau fournir à la dépenſe.

J'ai auſſi fait cette expérience avec des vaiſſeaux beaucoup plus grands, m'en étant ſervi dont le fond avoit juſqu'à huit pieds de ſuperficie, percé dans le milieu d'un orifice d'un pouce de diametre; j'ai toujours remarqué que lorſque la ſurface de l'eau n'étoit qu'à 5 ou 6 pouces du fond, le vuide traverſoit l'orifice, & que l'eau à ſa ſortie formoit encore une nappe circulaire.

531. Ne pouvant concilier ces experiences avec le raiſonnement des art. 527, 528. je me ſuis imaginé qu'il falloit que quelque cauſe étrangere à l'action naturelle de l'eau s'en mêlât, &

que ce ne pouvoit être que le poids de l'air qui répondoit au-dessus de l'orifice qui donnoit dans un certain cas à la colomne d'eau plus de force pour descendre, que celle qui l'environne n'en pouvoit avoir pour la remplacer.

Pour sçavoir si ma conjecture étoit juste, j'ai mis un bout d'ais flotter sur l'eau avant de la laisser couler, il ne s'est point formé de vuide, & aussi-tôt que je l'ai ôté il s'en est fait un comme auparavant : si je le posois de nouveau, l'eau se réunissoit, parce que la planche étant beaucoup plus grande que l'orifice, avoit un trop grand nombre de points d'appuy pour que l'air superieur put prendre aucun avantage sur celui de dessous : ainsi il paroît que ce n'est que dans le vuide où il arrive que la dépense d'un orifice pratiqué au fond d'un vaisseau sera complette lorsque les trois huitiémes de son diamétre seront un peu moindres que la hauteur de l'eau, à moins qu'on ne fasse flotter un corps au-dessus de l'orifice. FIG. 68.

532. Quand un orifice horisontal NO, est pratiqué à l'extrêmité d'un tuyau recourbé EPLM, la hauteur IQ de la surface GH de l'eau, par rapport au diamétre de l'orifice est indifférente, parce que la partie recourbée PTVLM du tuyau étant remplie, il ne peut arriver que l'air qui répond au niveau GH sorte par l'orifice ; cependant quoique l'eau soit entretenue au niveau GH, il ne faut pas conclure que sa viteſſe sera toujours exprimée par la racine de la hauteur IQ, parce que le diamétre de l'orifice NO, celui de la crapaudine XY, la hauteur IQ, & la hauteur IK du niveau de l'eau au-dessus du fond AD du reservoir pourroient être tels que l'eau ne suffiroit pas à la dépense de l'orifice. Car de quelque hauteur que soit la ligne IQ, le reservoir n'en fournira jamais plus que celle qui peut sortir par le trou XY, & pour peu qu'on y fasse attention, on verra que *pour que le jet agisse pleinement, il faut que le produit du quarré du diamétre NO de l'ajutage, & de la racine de la hauteur IQ du niveau du reservoir, au-dessus de cet ajutage, soit au moins égal au produit de la racine de la hauteur GA, ou IK de l'eau du reservoir par le quarré du diametre XY de la crapaudine, c'est-à-dire, que ces quatre termes doivent être réciproquement proportionels.*

Pour que la dépense d'un orifice horisontal pratiqué à l'extrémité d'un tuyau recourbé soit complette, il faut lorsque ce tuyau répond au fond d'un reservoir, que la racine de la hauteur de l'eau dans le reservoir, celle de la hauteur du niveau de l'eau au-dessus de l'orifice, le quarré du diamétre de la crapaudine & celui du diamétre de l'orifice, soient réciproquement proportionels.

Il ne faut donc plus s'étonner s'il arrive quelquefois que des reservoirs fort élevés au-dessus d'un ajutage, ne forment qu'un jet d'une hauteur médiocre & fort éloigné de la proportion qu'il devroit avoir, eu égard à la résistance de l'air, parce que le passage de l'eau par la crapaudine étant toujours beaucoup plus petit que le

cercle du tuyau du conduit, il n'en faut pas davantage pour empêcher que ce tuyau ne ſoit toujours plein, & pour être cauſe que l'eau reſtera à une certaine hauteur RS, parce que la crapaudine n'en fournira qu'une certaine quantité qui fera que la dépenſe de l'orifice ſera relative à $\sqrt{RP}$, & non pas à $\sqrt{IQ}$; nous reprendrons ce ſujet dans le ſecond volume en parlant de la diſtribution des eaux pour la décoration des jardins.

Maniere de connoître la viteſſe moyenne de la dépenſe d'un pertuis rectangulaire, dont le ſommet eſt au-deſſous du niveau de l'eau.

533. Quand le ſommet d'un pertuis rectangulaire ſe trouve au-deſſous du niveau de l'eau, comme MKLN, la ſomme de toutes les viteſſes des lames d'eau qui en ſortiront pouvant être exprimées par les élémens du ſegment parabolique FHIG, il y en a un moyen OT, qui étant multiplié par la hauteur HF, donnera un produit égal à la ſuperficie de ce ſegment: comme la proportion de cet élément déterminera la hauteur moyenne EO; voici comment on pourra la trouver.

Nommant EF, a; EH, b; HF, c; & la hauteur moyenne EO, x; la ſomme de toutes les viteſſes dont ſont capables les lames ſur la hauteur EF ſera $\frac{2a}{3}\sqrt{a}$, & la ſomme de toutes les viteſſes qui regnent ſur la hauteur EH ſera $\frac{2b}{3}\sqrt{b}$, (520) par conſéquent $\frac{2a}{3}\sqrt{a} - \frac{2b}{3}\sqrt{b}$, donnera la ſomme de toutes les viteſſes des lames qui ſortiront du pertuis, qui étant égale au produit de la viteſſe moyenne $\sqrt{EO}$ ($\sqrt{x}$) par la hauteur HF (c), l'on aura $\frac{2a}{3}\sqrt{a} - \frac{2b}{3}\sqrt{b} = c\sqrt{x}$, qui étant quarré, donne $\frac{4}{9}a^3 - \frac{4}{9} \times 2ab\sqrt{ab} + \frac{4}{9}b^3 = ccx$, ou $\frac{4}{9} \times \frac{a^3 + b^3 - 2ab\sqrt{ab}}{cc} = x$, d'où l'on tire $9, 4 :: a^3 + b^3 - 2ab\sqrt{ab}, x$; *qui montre que 9 eſt à 4, comme la ſomme des cubes de la plus grande & de la plus petite hauteur de l'eau par rapport au pertuis, moins le double de la racine quarrée du produit de ces deux cubes, la difference diviſée par le quarré de la hauteur du pertuis eſt à la moyenne que l'on cherche.*

Si la hauteur EF (a) étoit de 8 pieds, la hauteur EH (b) de 6, la hauteur HF (c) ſera de 2 pieds; alors on aura 512 pour le premier cube, & 216 pour le ſecond, dont le produit donne 110592, duquel extrayant la racine quarrée, on la trouvera de $332\frac{11}{10}$ dont le double eſt de $665\frac{1}{10}$, qui étant ſouſtrait de 728, (ſomme des

des deux cubes) reſte $62\frac{9}{10}$, qui étant diviſé par 4 quarré de la hauteur du pertuis, donne $15\frac{39}{40}$ pour le troiſiéme terme de la proportion. On dira donc comme 9 eſt à 4, ainſi $15\frac{39}{40}$ eſt à la hauteur qu'on demande, qu'on trouvera de 6 pieds 11 pouces 10 $\frac{2}{5}$ lignes, qui répond dans la Table à une viteſſe de 20 pieds 5 pouces 10 lignes.

534. Voici encore une autre maniere beaucoup plus ſimple de trouver la viteſſe moyenne de l'eau d'un pertuis rectangulaire. *Il faut chercher dans la premiere table les viteſſes qui répondent à la plus grande & à la plus petite hauteur de l'eau; multiplier chacune de ces viteſſes par ſa chûte, ſouſtraire le ſecond produit du premier, prendre les deux tiers de la difference, & diviſer cette quantité par la hauteur du pertuis, le quotient donnera la viteſſe qu'on demande.* Ainſi pour l'exemple précedent on trouvera que les viteſſes qui répondent aux chûtes de 8 & de 6 pieds donnent pour la premiere 21 pieds 10 pouces 10 lignes 9 points, & pour la ſeconde 18 pieds 11 pouces 8 lignes qui étant multipliées chacune par leur chûte, il viendra 61 pieds 5 pouces2 lignes pour la différence des produits, dont il faut prendre les deux tiers, qui étant diviſés par deux pieds, hauteur du pertuis, donne 20 pieds 5 pouces 9 lignes 6 points pour la viteſſe moyenne par ſeconde qui eſt à $\frac{1}{2}$ ligne près la même que celle que nous avons trouvé par la regle précedente.

Autre maniere plus ſimple que la précedente en ſe ſervant de la Table dont les chûtes donnent les viteſſes.

535. Suppoſant que la largeur du pertuis ſoit de 1 pied 6 pouces, ſa ſuperficie ſera de 3 pieds quarrés qui étant multipliés par la viteſſe moyenne donnent 61 pieds cubes 5 pouces 9 lignes pour le volume d'eau de la dépenſe naturelle de ce pertuis par ſeconde.

Pour avoir le rapport du déchet à la dépenſe naturelle, il faut ſelon l'article 514 multiplier le numerateur de la fraction $\frac{3}{40}$ par 21, moitié de la ſomme des dimenſions du pertuis réduite en pouces, & le dénominateur par 432 pouces, ſuperficie du pertuis, on aura $\frac{7}{1960}$ pour le rapport que l'on demande, d'où l'on tire $\frac{1953}{1960}$ pour celui de la dépenſe effective à la depenſe naturelle; on dira donc comme le dénominateur eſt au numerateur, ainſi la

Application de la regle précedente pour meſurer la dépenſe du même pertuis.

dépenſe naturelle qu'on vient de trouver eſt à la depenſe effective.

Lorſque les pertuis ont plus d'un pied de ſuperficie, comme ſont ordinairement ceux des écluſes, la dépenſe effective ne differant que très-peu de la dépenſe naturelle, on peut ſe diſpenſer d'avoir égard au déchet, parce que plus ces pertuis ſont grands, & plus leurs circuits ſont petits par rapport à leurs ſuperficies.

La dépenſe d'un pertuis vertical peut être conſiderée ſelon la méthode de la Géometrie des indiviſibles.

536. L'on peut encore conſiderer la maſſe d'eau qui ſort par ſeconde du même pertuis, comme égale au volume d'un ſolide compoſé d'une infinité de plans, compris ſous les élémens VX de ſa ſuperficie, & ſous les ordonnées OT, correſpondantes du ſegment parabolique FHIG, pourvû que le parametre de la parabole ſoit de 60 pieds, ou que la plus grande ordonnée FG, ſoit égale à la viteſſe par ſeconde qu'un corps peut acquerir en tombant de la hauteur EF. (470)

FIG. 66.

La dépenſe d'un pertuis vertical eſt égale à celle d'un pertuis horiſontal de même ſuperficie, qui répondroit à un reſervoir qui auroit pour hauteur la hauteur moyenne.

537. Quand on a une fois trouvé la hauteur moyenne EO, l'on peut ſuppoſer que le fond du vaiſſeau paſſe le point O, comme fait ici le plan PQRS; que ce fond eſt percé d'un trou horiſontal *mkln*, égal au pertuis, & réſoudre tous les cas qu'on peut propoſer pour les pertuis verticaux de la même maniere que s'ils étoient horiſontaux, & ſuivre ce qui a été enſeigné dans la ſeptiéme & huitiéme Section.

Ce n'eſt que par le calcul integral que l'on peut parvenir à meſurer la dépenſe des pertuis verticaux qui ne ſont point rectangulaires.

538. Comme ce n'eſt que par le calcul *integral* que l'on peut parvenir à connoître la ſomme de tous ces plans, je ne puis me diſpenſer d'y avoir recours pour réſoudre les queſtions que l'on va voir, les ayant tenté vainement par la méthode des anciens.

Bien des gens qui n'entendent point ce calcul, ſeront peut-être peu ſatisfaits de voir que j'en ai rempli tout le reſte de cette Section & la ſuivante, mais c'eſt une occaſion de leurs en faire ſentir l'utilité, dans les choſes mêmes qui ſont de pure pratique; cependant comme les nouveaux calculs deviennent fort à la mode, & qu'on en connoît plus que jamais la néceſſité, je me flatte que ceux qui ne les ont pas familiers, ſeront bien-aiſes d'en trouver une application auſſi étendue que celle que je donne, n'ayant rien negligé pour me faire entendre. J'ai même cité les endroits de *l'Analyſe démontrée du Pere Reynaud*, où l'on trouve expliquées les méthodes dont je me ſers, afin que les commençans puiſſent y avoir recours; quant à ceux qui voudront ſe contenter de ce qui peut leur être utile, j'ai tâché de les ſatisfaire, en rapportant les

Digitized by Google

régles que l'on déduit des mêmes calculs dont il pourront faire uſage avec la confiance que la plûpart ont pour les maximes de la Géometrie pratique, quoiqu'ils ignorent la théorie d'où elles ont été tirées.

539. Lorſque l'on ſera parvenu par quelque moyen que ce ſoit à connoître la dépenſe d'un pertuis vertical, quelle qu'en ſoit la figure, diviſant cette dépenſe par la ſuperficie du pertuis, on aura la viteſſe moyenne pendant le tems de l'écoulement.

Quand on connoît la dépenſe d'un pertuis vertical en pieds ou pouces cubes, il faudra la diviſer par la ſuperficie du pertuis pour avoir la viteſſe moyenne.

540. Pour connoître indépendamment de ce qui précede, le volume d'eau que dépenſera le pertuis rectangulaire ABCD, dont le ſommet BC répond au niveau de l'eau, nous nommerons a, la viteſſe DG pendant la durée de l'écoulement; b, la baſe AD, ou l'élément HE du rectangle; h, la hauteur CD; p, le parametre de la parabole; y, l'ordonnée EF; x, l'abſciſſe CE; ainſi Ee ſera dx qui étant multiplié par y, & le produit par b, donne $bydx$, pour l'élément différentiel du ſolide. (538) Comme l'on tire de l'équation de la parabole $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} = y$, ſubſtituant la valeur d'y, on aura $bp^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx$, dont l'intégral donne $\frac{2bp^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}}}{3}$, ou $\frac{2bp^{\frac{1}{2}} h^{\frac{3}{2}}}{3}$ lorſque $x = h$; & comme l'on a dans ce cas $ph = aa$, ou $p^{\frac{1}{2}} h^{\frac{1}{2}} = a$, on aura par conſéquent $\frac{2abh}{3} = \frac{2a}{3} \times bh$, qui montre comme dans l'article 524, *qu'il faut multiplier la ſuperficie du pertuis par les deux tiers de la plus grande viteſſe.*

Application du calcul integral à la meſure de la dépenſe des orifices rectangulaires & verticaux.

PLAN. 7. FIG. 62.

541. Pour avoir de même le volume d'eau que dépenſera le pertuis MKLN, nous nommerons FG, a; MN, ou VX, b; EH, c; HF, h; EF, $n = c + h$; HI, q; le parametre de la parabole p; l'ordonnée OT, y; HO, x; ainſi Oo ſera dx, qui étant multiplié par y, & le produit par b, donne $bydx$ pour la différentielle du ſolide.

FIG. 66.

Pour avoir la dépenſe d'un pertuis rectangulaire placé au-deſſous du niveau de l'eau, il faut multiplier la plus grande & la plus petite viteſſe, chacune par leur chûte, ſouſtraire le ſecond produit du premier, & multiplier la différence

Comme l'on tire de l'équation $cp + px = yy$, cette autre $x = \frac{yy}{p} - c$, dont la différentielle eſt $dx = \frac{2ydy}{p}$, ſubſtituant la valeur de dx dans $bydx$, on aura $\frac{2by^2dy}{p}$ dont l'intégral donne $\frac{2by^3}{3p} = \frac{2b}{3p} \times \overline{cp + px} \times \sqrt{cp + px}$; ſuppoſant $x = 0$, * il reſtera $\frac{2bc}{3} \times \sqrt{cp} = \frac{2bcq}{3}$, parce que $\sqrt{cp} = q$. Or ſi l'on ajoute $\frac{2bcq}{3}$ avec le

Analiſe démontrée, Art. 664, pag. 726.

par les deux tiers de la largeur du pertuis.

ſigne contraire à l'expreſſion du ſolide, on aura $\frac{2b}{3p} \times \overline{cp+px} \times \sqrt{cp+px} - \frac{2bcq}{3}$ pour l'integral complet; & comme on a $c+x=n$, & $\sqrt{cp+px}=a$, lorſque $x=h$, le ſolide ſera alors exprimé par $\frac{2abn-2bcq}{3} = \frac{2b}{3} \times an - cq$, qui montre *qu'il faut multiplier la plus grande & la plus petite viteſſe, chacunes par leur chûte, ſouſtraire le ſecond produit du premier, & multiplier la difference par les deux tiers de la largeur du pertuis*; ce qui eſt bien évident, puiſque ſi l'on diviſe $\frac{2abn-2bcq}{3}$ par bh, ſuperficie du pertuis, (539) on aura $\frac{2an-2cq}{3h}$ pour la viteſſe moyenne, qui ſe trouve exprimée par les mêmes grandeurs dont on a fait mention dans l'article 534.

FIG. 63.

La dépenſe d'un pertuis triangulaire dont la baſe eſt horiſontale, & dont le ſommet répond au niveau de l'eau, ſe trouve en multipliant la ſuperficie du triangle par les deux cinquiémes de la plus grande viteſſe de l'eau pendant la durée de l'écoulement.

542. Ayant un triangle rectangle ABD, dont la hauteur BA ſert d'axe à une parabole BIC, on demande l'expreſſion du ſolide formé par la ſomme de tous les plans, compris ſous les élemens FG du triangle, & ſous les ordonnées correſpondantes GI de la parabole. Nommant AC, a; DA, b; BA, c; le parametre de la parabole, p; GI, y; & BG, x; Gg ſera dx; & à cauſe des triangles ſemblables BAD, BGF on aura $c, b :: x, \frac{bx}{c} = GF$, qui étant multiplié par GI (y), & le produit par Gg (dx) donne $\frac{bxydx}{c}$ pour l'élement différentiel du ſolide que l'on cherche.

Comme la proprieté de la parabole donne $px=yy$, ou $p \frac{1}{2} x \frac{1}{2} = y$, ſubſtituant la valeur d'y dans $\frac{bxy\,dx}{c}$, on aura $\frac{bp\frac{1}{2}x\frac{1}{2}dx}{c}$ dont l'intégral donne $\frac{2bp\frac{1}{2}x\frac{5}{2}}{5c}$ ou $\frac{2bx^2y}{5c}$, après avoir mis y en la place de $p \frac{1}{2} x \frac{1}{2}$ ou $\frac{2abc}{5}$, lorſque $x=c$, & $y=a$, qui montre que *lorſqu'on aura un pertuis triangulaire, dont le ſommet aboutira à la ſurface de l'eau; il faut pour avoir ſa dépenſe prendre les deux cinquiémes du parallelepipede, compris ſous la hauteur & la baſe du triangle, & ſous la ligne qui exprimera la plus grande viteſſe de l'eau pendant la durée de l'écoulement.*

FIG. 64.

543. Si le triangle étoit diſpoſé d'un ſens *oppoſé* au précedent;

Digitized by Google

on aura à cauſe des triangles ſemblables AB, (*c*) BD, (*b*) :: AG ($c-x$), GF ($\frac{bc-bx}{c}$), qui étant multiplié par ydx ou par $p\ \frac{1}{2}\ x\ \frac{1}{2}\ dx$, donne $bp\ \frac{1}{2}\ x\ \frac{1}{2}\ dx - \frac{bp\ \frac{1}{2}\ x\ \frac{1}{2}\ dx}{c}$, dont l'integral donne $2bp\ \frac{1}{2}\ x\ \frac{3}{2} - \frac{2bp\ \frac{1}{2}\ x\ \frac{1}{2}}{5c}$, mettant y à la place de $p\ \frac{1}{2}\ x\ \frac{1}{2}$, on aura $\frac{2byx}{3} - \frac{2byx^2}{5c}$, ou $\frac{2abc}{3} - \frac{2abc}{5}$ quand $x=c$, & $y=a$, qui étant réduite donne $\frac{4abc}{15}$, qui montre que *lorſque la baſe d'un pertuis triangulaire répond au niveau de l'eau, ſa dépenſe eſt égale aux quatre quinziémes du parallelepipede, compris ſous la baſe & la hauteur du triangle & ſous la ligne qui meſure la plus grande viteſſe de l'eau pendant la durée de l'écoulement.*

Quand la baſe du pertuis triangulaire répond au niveau de l'eau, on en aura la dépenſe en multipliant ſa ſuperficie par les quatre quinziémes de la plus grande viteſſe.

544. Pour être convaincu que $\frac{2abc}{5}$ & $\frac{4abc}{15}$ expriment exactement la dépenſe des deux pertuis précedens, en leur ſuppoſant les mêmes dimenſions, il ſuffit de montrer que leur ſomme eſt égale au produit d'un rectangle compris ſous les mêmes dimenſions & ſous les deux tiers de la plus grande viteſſe; (524, 540) ce qui eſt bien évident, puiſque ces deux termes étant réduits en même dénomination donnent $\frac{6}{15}\ abc$, $\frac{4}{15}\ abc$, dont la ſomme eſt $\frac{10abc}{45}$ ou $\frac{2}{3}\ abc$.

Preuve de l'exactitude des calculs précedens.

Comme les triangles ſont égaux, lorſqu'ils ont la même baſe & la même hauteur, dans quelque ſituation que ſoient leurs côtés par rapport à leurs baſes; l'on voit que quand ceux qui expriment la ſuperficie du pertuis ne ſeroient pas rectangles, on pourra toujours les ſuppoſer tels, afin que leurs élémens ſoient perpendiculaires à l'axe de la parabole; l'on peut auſſi ajouter que ſi l'on avoit pluſieurs pertuis triangulaires, ſemblablement diſpoſés & de même hauteur, on pourra les conſiderer comme n'en compoſant qu'un ſeul, qui auroit pour baſe la ſomme de celle des triangles & la hauteur commune.

545. Il ſuit que deux pertuis triangulaires qui auroient les mêmes dimenſions, mais ſitués d'un ſens oppoſé, dépenſeront dans le même tems des quantités d'eau bien différentes, puiſqu'elles ſe-

Lorſqu'on a deux pertuis triangulaires,

ſemblables & égaux ſitués dans un ſens oppoſé, répondant au niveau de l'eau, leurs dépenſes ſont dans le rapport de 3 à 2.

ſeront l'une à l'autre, comme $\frac{2}{5}$ eſt à $\frac{4}{10}$, ou comme 3 eſt à 2.

Je n'ai point rapporté d'application numerique des deux cas précedens, ni n'en donnerai point dans la ſuite, celles qui précedent étant plus que ſuffiſantes pour contenter ceux qui ont peine à comprendre les choſes ſans le ſecours des nombres, ils doivent même me tenir quelque compte d'avoir eu la patience de m'être conformé à leur goût.

FIG. 69. & 70.

Formule tirée des articles précedens pour la dépenſe des pertuis qui ont la figure d'un trapeze répondant au niveau de l'eau.

546. Il ſuit que lorſque les pertuis ſeront des trapezes, dont les côtez BC, AD ſeront paralleles, ayant leur ſommet au niveau de l'eau, on aura la dépenſe du premier (Fig. 69) *en multipliant les deux tiers du rectangle EBCF, plus les deux cinquiémes de la ſomme des triangles AEB, FCD par la plus grande viteſſe de l'eau.* (540, 542)

547. On aura de même la dépenſe du ſecond, (Fig. 70) *en multipliant les deux tiers du rectangle BEFC, plus les quatre quinziémes de la ſomme des triangles AEB, FDC, par la plus grande viteſſe.*

FIG. 71. & 72.

Formule pour meſurer la dépenſe d'un pertuis triangulaire, dont le ſommet eſt au-deſſous de l'eau.

548. Si les deux triangles CEA ne répondoient pas au niveau de l'eau, que le ſommet du premier & la baſe du ſecond fuſſent au-deſſous du ſommet B de la parabole, il faudra alors multiplier les élemens de ces triangles par les ordonnées correſpondantes du ſegment parabolique AEFD. Nommant le paramétre de la parabole p; AD, a; la baſe CA ou CE, b; BE, c; EA, h; BA, n; EF, q; EH, x; HI, y; on aura pour la figure 71 à cauſe des triangles ſemblables $h, b :: x \frac{bx}{h} = GH$, qui étant multiplié par ydx donne $\frac{bxydx}{h}$ pour la différentielle du ſolide; & comme on a $pc + px = yy$, ou $x = \frac{yy-pc}{p}$ dont la différentielle eſt $dx = \frac{2ydy}{p}$ mettant les valeurs d'x, & de dx dans $\frac{bxydx}{h}$, il viendra $\frac{2by^4dy-2pbcyydy}{pph}$ dont l'intégral donne $\frac{2by^5}{5pph} - \frac{2bcy^3}{3pph}$, & mettant à la place d'y^5 & d'y^3 leur valeur, il vient $\frac{2b}{5h} \times \overline{c+x}^2 \sqrt{pc+px} - \frac{2bc}{3h} \times \overline{c+x} \sqrt{pc+px}$ $= \frac{2b}{5h} \times \overline{c+x}^2 \sqrt{pc+px} - \frac{2bc}{3h} \times \overline{c+x} \sqrt{pc+px}$; & ſuppoſant $x = 0$, *

* *Analiſe démontrée, Article 664. pag. 726.*

il reſte $\frac{2bcc}{3h}\sqrt{pc} - \frac{2bcc}{3h}\sqrt{pc} = -\frac{4bccq}{15h}$, qui étant ajouté avec le ſigne contraire donne $\frac{2b}{5h} \times \overline{c+x}^{2}\sqrt{pc+px} - \frac{2bc}{3h} \times \overline{c+x}\sqrt{pc+px} + \frac{4bccq}{15h}$.

Lorſque x deviendra égale à h, on aura $c+x=n$, & $\sqrt{pc+px} = a$, c'eſt pourquoi en ſubſtituant ces valeurs, il viendra, après avoir réduit les termes en même dénomination, $\frac{b}{15h} \times 6ann + 4ccq - 10acn$, pour l'expreſſion la plus ſimple du ſolide dont il s'agit, qui montre que *pour avoir la dépenſe d'un pertuis triangulaire, dont le ſommet eſt au-deſſous du niveau de l'eau ; il faut premierement multiplier la plus grande viteſſe AD pendant la durée de l'écoulement par le ſextuple du quarré de la hauteur BA de l'eau ; ſecondement, multiplier la plus petite viteſſe EF pendant la durée de l'écoulement par le quadruple du quarré de la hauteur BE du niveau de l'eau au-deſſus du ſommet du pertuis, ajoûter ces deux produits enſemble ; troiſiémement, multiplier la plus grande viteſſe AB par le décuple du rectangle compris ſous toute la hauteur BA de l'eau, & ſous la partie BE qui marque ſon niveau au-deſſus du ſommet du pertuis, ſouſtraire ce dernier produit de la ſomme des deux précedens, multiplier la difference par la baſe CA du pertuis, & diviſer ce dernier produit par le quindécuple de la hauteur EA du pertuis.* FIG. 71.

Pour être convaincu de la juſteſſe de la formule précedente ; nous allons la découvrir d'une autre façon ; pour cela il faut du point B, mener la ligne BK parallele à CE, prolonger EF & CD pour former les triangles BLE, BKA, & le parallelograme KLCE; regardant ces trois figures comme des pertuis, ſi l'on retranche de la dépenſe du plus grand KBA, celle des deux autres LBE & KLEC, la difference ſera la dépenſe du premier CEA.

Les triangles de cette figure étant ſemblables, on aura EA (h), AC (b) :: BE (c), EL $= \frac{bc}{h}$, d'autre part EA (h), AC (b) :: BA (n), AK $= \frac{bn}{h}$; ainſi le triangle BAK donnera $\frac{2abnn}{5h}$, le triangle BEL $\frac{2bccq}{3h}$ (539), & le parallelogramme KLEC $\frac{2abnc - 2bccq}{3h}$. (541) Si l'on ſouſtrait ces deux produits du premier ;

on aura après la réduction $\frac{b}{15h} \times \overline{6ann + 4ccq - 10anc}$, qui comprend la même chose que la formule. (548)

Autre formule pour mesurer la même chose lorsque le sommet du triangle est en bas.

549. Quant au second triangle CEA (fig. 72) nous servans des mêmes lettres, on aura AE (h), EC (b) :: AH ($h - x$), HG $= \frac{bh - bx}{h}$, qui étant multiplié par ydx, donne $\frac{bhydx - bxydx}{h}$; & tirant de l'équation à la parabole $x = \frac{yy}{p} - c$, & $dx = \frac{2ydy}{p}$ pour

FIG. 72. substituer les valeurs de x & de dx, on aura $\frac{2by^2dy}{p} - \frac{2by^4dy}{p^2h} + \frac{2bcy^2dy}{ph}$, dont l'intégral est $\frac{2by^3}{3p} + \frac{2bcy^3}{3ph} - \frac{2by^5}{5p^2h}$ pour l'expression du solide : or si l'on substitue les valeurs d'y^3 & dy^5, on aura $\frac{2b}{3p} \times \overline{cp + px} \times \sqrt{\overline{cp + px}} + \frac{2bc}{3ph} \times \overline{cp + px} \times \sqrt{\overline{cp + px}} - \frac{2b}{5p^2h}$; & supposant $x = 0$, il reste $\frac{2bc}{3} \times \sqrt{cp} + \frac{2bcc}{3h} \times \sqrt{cp} - \frac{2bcc}{5h} \times \sqrt{pc} = \frac{2bcq}{3} + \frac{2bccq}{3h} - \frac{2bccq}{5h}$, qui étant ajouté à la grandeur précedente avec des signes contraires, donne $\frac{2abhn}{3h} + \frac{2abcn}{3h} - \frac{2abnn}{5h} + \frac{2bccq}{5h} - \frac{2bchq}{3h} - \frac{2bchq}{3h}$ pour l'intégral complet, lorsque $x = h$, ou que $n = c + h$, ou $n = c + x$, parce qu'on a alors $cp + px = aq = pn$.

Comme les deux premiers termes ne different que par les grandeurs h & c, & que les deux derniers se trouvent dans le même cas ayant $h + c = n$, on aura $\frac{2abhn + 2abcn}{3h} = \frac{2abnn}{3h}$ & $\frac{2bchq}{3h} + \frac{2bccq}{3h} = \frac{2bcqn}{3h}$, qui donne après la réduction $\frac{2abnn}{3h} - \frac{2abnn}{5h} + \frac{2bccq}{5h} - \frac{2bcnq}{3h}$, qui étant réduit en même dénomination, donne enfin $\frac{b}{15h} \times \overline{4ann + 6ccq - 10cnq}$, qui montre que *pour avoir la dépense d'un pertuis triangulaire disposé d'un sens opposé au précedent, il faut ajouter le produit du quadruple de la plus grande viteſſe AD par le quarré de la plus grande hauteur BA de l'eau au produit du sextuple de la plus petite viteſſe EF par le quarré de la plus petite hauteur BE de l'eau, soustraire de cette somme le produit du décuple de la plus petite vi-*

teſſe

teſſe EF par le rectangle compris ſous la plus grande hauteur BA de l'eau, & ſous la plus petite BE, multiplier la difference par la baſe CE du triangle, & diviſer ce dernier produit par le quindécuple de la hauteur EA du même triangle.

Pour montrer encore l'exactitude du calcul précédent, par conſequent la juſteſſe de la formule que nous en avons déduits, il faut prolonger le côté CA juſqu'à la rencontre de la ligne BL menée parallele à CF, afin d'avoir les triangles ſemblables ALB, & ACE qui donnent AE (h), EC (b) :: AB (n), BL $= \frac{bn}{h}$; ſi de la dépenſe du triangle ALB, qui eſt exprimée par $\frac{4abnn}{15h}$ (543) on retranche celle du trapeze CLBE qui eſt exprimée par $\frac{4bccq}{15h} + \frac{2bcb}{3}$, (547) on aura $\frac{4abnn}{15h} - \frac{4bccq}{15h} - \frac{2bchq}{3h}$ pour la dépenſe du triangle ACE; après avoir multiplié le numérateur & le dénominateur du troiſiéme terme par h; or comme on a $n - c = h$, par conſéquent $\frac{2bchq}{3h} = \frac{2bcnq}{3h} - \frac{2bccq}{3h}$. Si à la place du troiſiéme terme on met ſa valeur, on aura après la réduction $\frac{b}{15h} \times \overline{4ann + 6qcc - 10qcn}$ qui comprend les mêmes choſes que la formule. (549.)

PLAN. 7. FIG. 72.

L'on tirera des deux formules précédentes & de l'article 541, les regles qu'il faudra ſuivre pour avoir la dépenſe des pertuis qui auront la figure d'un trapeze placé au-deſſous du niveau de l'eau, de la même maniere que nous en avons uſé dans les articles 546, 547; ce qui eſt fort utile pour meſurer la quantité d'eau qui coule dans les Rivieres, Ruiſſeaux & Aqueducs, en faiſant abſtraction des frottemens qui en retardent la viteſſe; ainſi l'on voit qu'il ne faut pas regarder ce que je viens de dire ſur les pertuis triangulaires comme de ſimples curioſitez; on en trouvera l'application dans la ſeconde partie de cet Ouvrage.

SECTION X.

De la meſure des Eaux qui coulent par des orifices verticaux & circulaires.

Pour avoir la dépenſe d'un pertuis circulaire.

550. Cette Section va nous donner de nouveaux motifs d'admirer la fécondité de la Géométrie de *l'infini* à laquelle ſeule il étoit réſervé de fournir des méthodes pour meſurer la dépenſe

& vertical, dont le ſommet répond au niveau de l'eau, il faut multiplier le quarré de ſon diamétre par les huit quinziémes de la grande viteſſe de l'eau.

des orifices circulaires & verticaux, ce qui paroît n'avoir été tenté par aucun de ceux qui ont écrit ſur le Mouvement des Eaux.

Pour rendre nos calculs plus commodes, nous n'aurons égard qu'aux ſolides formez par la ſomme des produits des élémens d'un demi cercle, & par les ordonnées correſpondantes de la parabole, parce que le diamétre du demi cercle étant vertical, ce ſolide ſera exactement la moitié de celui qui doit exprimer la dépenſe du cercle entier.

Ayant un demi cercle AEB, & une demie parabole AFD qui a pour axe le diamétre AB, l'on demande quel ſera le ſolide formé par la ſomme de tous les plans compris ſous les élemens LP du demi cercle, conſideré comme la largeur des lames d'eau, & ſous les ordonnées correſpondantes PM qui expriment la viteſſe de ces lames pendant un tems déterminé. (537)

FIG. 73.

Nommant a la plus grande ordonnée BD; r, le rayon du demi-cercle; x, la coupée AP; Pp ſera dx; & LP $\sqrt{2rx-xx}$ par la proprieté du cercle; d'autre part celle de la parabole donnera AB $(2r)$, AP (x) :: $\overline{BD}^2$ (aa), $\overline{PM}^2 = \frac{aax}{2r}$, & ſuppoſant pour abreger $\frac{aa}{2r} = c$, on aura PM×PL $= \sqrt{cx} \times \sqrt{2rx-xx}$, ou $\sqrt{2rcx^2-cx^3} = x\sqrt{2rc-cx}$, qui étant multiplié par dx, donne $xdx\sqrt{2rc-cx}$ ou $xdx \times \overline{2rc-cx}^{\frac{1}{2}}$ pour l'élement du ſolide, qui eſt une différentielle binome,* dont l'integrale eſt *exacte* ou *finie, puiſque l'expoſant de la changeante qui eſt hors du ſigne, étant augmenté de l'unité, eſt un multiple de l'expoſant de la même changeante ſous le ſigne.*

Pour en trouver l'integrale, nous ſuppoſerons $\overline{2rc-cx}^{\frac{3}{2}} = z$, d'où l'on tire $2rc-cx = zz$, ou $x = 2r - \frac{zz}{c}$, dont la différentielle eſt $dx = -\frac{2zdz}{c}$; or ſi l'on met à la place de x & de dx leurs valeurs dans $xdx\sqrt{2rc-cx}$, on aura $2r - \frac{zz}{c} \times -\frac{2zdz}{c}$, ou $-\frac{4rz^2dz}{c} + \frac{2z^4dz}{cc}$, dont l'integrale eſt $-\frac{4rz^3}{3c} \times \frac{2z^5}{5cc}$.

Mais l'on a $z = \overline{2rc-cx}^{\frac{1}{2}}$, donc $z^3 = \overline{2rc-cx}^{\frac{3}{2}}$, & $z^5 = \overline{2rc-cx}^{\frac{5}{2}}$; ſi l'on met la valeur de z^3 & de z^5 dans l'integrale, elle deviendra

* *Analiſe démontrée, Articles 669 & 687.*

$\frac{2}{5cc}\times\overline{2rc-cx^2}^{\frac{5}{2}}-\frac{4r}{3c}\times\overline{2rc-cx^2}^{\frac{3}{2}}$, que l'on peut mettre ſous cet autre forme $\frac{2}{5cc}\times\overline{2rc-cx^2}^{\frac{1}{2}}\times\overline{2rc-cx^2}^{\frac{3}{2}}-\frac{4r}{3c}\times\overline{2rc-cx}\times\overline{2rc-cx^2}^{\frac{1}{2}}$, ou bien il viendra en élevant les quantités qui ont des expoſans entiers, aux puiſſances dont ils ſont les expoſans $\frac{8r^2-8rx+2x^2}{6}\times\overline{2rc-cx^2}^{\frac{1}{2}}-\frac{8r^2+4rx}{3}\times\overline{2rc-cx^2}^{\frac{1}{2}}$, ajoutant enſemble les grandeurs qui multiplient $\overline{2rc-cx^2}^{\frac{1}{2}}$, l'on aura $\frac{8r^2-8rx+2x^2}{5}-\frac{8r^2+4rx}{3}\times\overline{2rc-cx^2}^{\frac{1}{2}}$, qui étant réduit en même dénomination, donne $\frac{24r^2-24rx+6x^2-40r^2+20rx}{15}\times\overline{2rc-cx^2}^{\frac{1}{2}}=-\frac{16r^2-4rx+6x^2}{15}\times\overline{2rc-cx^2}^{\frac{1}{2}}$ qui eſt l'integrale que l'on cherche : pour s'en aſſurer, il n'y a qu'à prendre la différentielle*, & l'on trouvera $xdx\sqrt{2rc-cx}$ toute réduction faite, qui eſt l'élement différentiel du ſolide. Pour voir ſi l'integrale eſt *complette*, il faut ſuppoſer $x=0$, alors il reſtera $-\frac{16r^2}{15}\times\overline{2rc^2}^{\frac{1}{2}}$ qui étant retranché, l'on aura pour l'integrale complette $-\frac{16r^2-4rx+6x^2}{15}\times\sqrt{2rc-cx}+\frac{16r^2}{15}\times\sqrt{2rc}$.

Si l'on ſuppoſe $x=2r$, l'on aura $-\frac{16r^2-8r^2+24r^2}{15}\times\sqrt{2rc-2rc}+\frac{16r^2}{15}\times\sqrt{2rc}$, qui ſe réduit à $\frac{16r^2}{15}\sqrt{2rc}$, ſubſtituant à la place de c, ſa valeur $\frac{aa}{2r}$, l'on aura $\frac{16r^2}{15}\sqrt{\frac{2raa}{2r}}=\frac{16}{15}r^2a$, *qui fait voir que le ſolide dont il s'agit eſt les ſeize quinziémes du parallelipede compris ſous le quarré du rayon & ſous la plus grande ordonnée, ou ce qui eſt la même choſe, les quatre quinziémes du parallelipede compris ſous le quarré du diamétre & ſous la plus grande ordonnée ;* ainſi pour avoir la dépenſe entiere par ſeconde d'un orifice circulaire, dont le ſommet répond au niveau de l'eau, *il faut prendre les huit quinziémes du produit du quarré du diamétre, par la viteſſe dont un corps ſeroit capable par ſeconde, l'ayant acquiſe par une chûte égale au diamétre de l'orifice.* FIG. 73.

551. Pour avoir le ſolide formé par la ſomme des produits des élemens du quart de cercle AEC & des ordonnées correſpondantes de la parabole, il faut ſuppoſer $x=r$ & mettre cette valeur dans *Pour meſurer la dépenſe d'un orifice en demi-cer-*

* *Analiſe des Infinimens petits, Article 7.*

cle dont la circonférence répond au niveau de l'eau, il faut multiplier le quarré du rayon par les quatre cinquiémes de la plus grande viteſſe.

$\frac{6x^2-4rx-16r^2}{15}\times\sqrt{2cr-cx}+\frac{16r^2}{15}\times\sqrt{2cr}$, il viendra après la réduction $\frac{16r^2}{15}\sqrt{2rc}-\frac{14r^2}{15}\sqrt{rc}=\frac{4}{15}\times\overline{AB}^2\times BD-\frac{14}{15}\overline{CE}^2\times CF$; parce qu'ayant $c=\frac{aa}{2r}$, on aura $\sqrt{2cr}=a=BD$, & $\sqrt{cr}=\frac{\sqrt{aa}}{2}=CF$, qui montre que *pour avoir la dépenſe d'un orifice qui auroit la figure d'un quart de cercle, ſitué comme AEC, il faut multiplier le quarré du diamétre par le quadruple de la viteſſe BD, répondant à l'extremité du même diamétre, ſouſtraire de ce produit celui du quarré du rayon par 14 fois la valeur de la viteſſe, qui répond au centre, & prendre la quinziéme partie de la difference.*

PLAN. 7. & 8.

552. Le quarré de BD étant double de celui de CF, BD ſera à CF, comme la diagonale d'un quarré eſt à ſon côté, ou à peu

FIG. 73. & 74.

près comme 7 eſt à 5; ainſi on aura $CF=\frac{5a}{7}$, par conſéquent $\frac{16}{15}rra-\frac{14}{15}rr\times\frac{5a}{7}$, ou $\frac{16}{15}rra-\frac{2}{3}rra=\frac{16}{15}rra-\frac{10}{15}rra=\frac{6}{15}rra=\frac{2}{5}rra$, qui montre encore *que la dépenſe du quart de cercle ſuperieur, eſt les deux cinquiemes du volume d'eau, qui auroit pour baſe le quarré du rayon, & pour hauteur la plus grande viteſſe pendant la durée de l'écoulement, & que la dépenſe du quart de cercle inférieur eſt les deux tiers du même volume;* ainſi ces deux dépenſes ſont comme $\frac{2}{5}$ eſt à $\frac{2}{3}$, ou comme 3 eſt à 5.

Lorſque le diamétre du demi-cercle répond au niveau de l'eau, on trouvera la dépenſe en multipliant le quarré du rayon par la moitié de la plus grande viteſſe.

553. Lorſque l'orifice eſt un demi cercle, dont le diamétre répond au niveau de l'eau, on ne peut avoir ſa dépenſe que par approximation, comme on en va juger.

Nous ſervans des mêmes lettres que ci-devant, on aura $\sqrt{rr-xx}=BI$, & $p\frac{1}{2}x\frac{1}{2}=IG$, par conſéquent $p\frac{1}{2}x\frac{1}{2}dx\times\sqrt{rr-xx}$ pour l'élement différentiel du ſolide dont il s'agit; mais comme on ne peut avoir l'integrale exacte de cette différentielle, à cauſe de $\sqrt{rr-xx}$, il faudra extraire la racine quarrée de cette grandeur par *approximation*, ſuivant la méthode ordinaire; & ſi l'on ſe borne à *une ſuite* de quatre termes, qui me paroît ſuffiſante pour l'uſage que nous en faiſons ici, on aura $\sqrt{rr-xx}=r-\frac{xx}{2r}-\frac{x^4}{8r^3}-\frac{x^6}{16r^5}$ *.

PLAN. 8.

FIG. 74.

* *On trouvera la même choſe en ſe ſervant de la Table de l'Analiſe démontrée, page 410.*

par conſéquent $p\frac{1}{2}x\frac{1}{2}dx\sqrt{rr-xx} = p\frac{1}{2}rx\frac{1}{2}dx - \frac{p\frac{1}{2}x\frac{3}{2}dx}{2r} - \frac{p\frac{1}{2}x\frac{5}{2}dx}{8r^3} - \frac{p\frac{1}{2}x\frac{11}{2}dx}{16r^5}$, prenant l'integrale de cette ſuite, il vient $\frac{2p\frac{1}{2}rx\frac{1}{2}}{3} - \frac{p\frac{1}{2}x\frac{5}{2}}{7r} - \frac{p\frac{1}{2}x\frac{11}{2}}{44r^3} - \frac{p\frac{1}{2}x\frac{13}{2}}{120r^5}$, ou bien $\frac{2rx\sqrt{px}}{3} - \frac{x^3\sqrt{px}}{7r} - \frac{x^5\sqrt{px}}{44r^3} - \frac{x^7\sqrt{px}}{120r^5}$, après avoir mis $\sqrt{px}$ à la place de $p\frac{1}{2}x\frac{1}{2}$; mais lorſque $x=r$, on a alors $\sqrt{px}=a$, par conſéquent $\frac{2ar^2}{3} - \frac{ar^2}{7} - \frac{ar^2}{44} - \frac{ar^2}{120}$, après avoir fait la ſubſtitution & effacé ce qui ſe détruit, réduiſant en même dénomination $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{44}$, $\frac{1}{120}$, on aura $\frac{1607}{9240}$ pour la ſomme de ces trois termes, qui étant ſouſtrait de $\frac{2}{3}$, donne $\frac{13659}{27720}$ ou à peu près $\frac{arr}{2}$, *qui montre que pour trouver la dépenſe d'un pertuis qui a la figure d'un quart de cercle, dont le diamétre répond au niveau de l'eau, il faut multiplier le quarré du rayon par la moitié de la plus grande viteſſe de l'eau pendant la durée de l'écoulement, & par cette viteſſe entiere lorſqu'il s'agit d'un demi cercle.*

554. Ayant vû (552) que la dépenſe d'un orifice qui auroit la figure d'un quart de cercle, & dont la circonférence répondroit au niveau de l'eau, pouvoit être exprimée par $\frac{2}{3}$ *arr*, & venant de montrer que lorſque le quart de cercle étoit dans un ſens oppoſé, elle l'étoit par $\frac{1}{2}$ *arr*, il ne s'enſuit pas que ces deux dépenſes ſoient comme $\frac{2}{3}$ eſt à $\frac{1}{2}$, parce que la plus grande viteſſe de l'eau n'eſt pas égale dans ces deux expreſſions, quoique déſignée par la même lettre, *a*; car dans le premier cas, cette viteſſe a pour chûte le diamétre, au lieu que dans le ſecond ſa chûte eſt le rayon; ainſi ces deux viteſſes étant à peu près comme 7 eſt à 5, l'on voit que pour que la même lettre *a* puiſſe avoir lieu dans le rapport que nous allons découvrir, il faut multiplier $\frac{1}{2}rr$ par $\frac{5a}{7}$, qui donne $\frac{5}{14}arr$, au lieu de $\frac{1}{2}arr$; *on peut donc dire qu'ayant deux demi cercles égaux, diſpoſez comme FKH & PLM, la dépenſe du premier eſt à celle du ſecond dans le même tems, comme $\frac{5}{14}$ eſt à $\frac{2}{5}$, ou comme 25 eſt à 28.*

Les dépenſes de deux demi-cercles égaux ſitués d'un ſens oppoſé, & qui répondent au niveau de l'eau, ſont comme 28 eſt à 25.

FIG. 74. & 75.

Analise pour trouver une formule qui puisse mesurer la dépense des orifices circulaires placés au-dessous du niveau de l'eau.

555. De tous les Problêmes qui ont rapport au mouvement des eaux, & même à la pratique en général, je n'en connois point de plus difficile à résoudre que celui de mesurer la dépense d'un orifice vertical & circulaire, placé *au-dessous du niveau de l'eau*; car on ne peut parvenir à une formule que par un calcul algébrique fort composé, dont l'application dépend d'un grand nombre d'opérations arithmétiques, qu'on ne peut exécuter sans avoir cette formule sous les yeux; cependant comme je ne négligerai aucune circonstance pour en rendre la pratique commode, on ne laissera pas que d'en faire usage, moyennant un peu de patience & d'exactitude à suivre ce que je prescrirai.

PLAN. 8.

FIG. 76.

Nommant b, le diamétre AD de l'orifice; c, la plus petite hauteur EA de l'eau; a, la plus grande viteſſe DH de l'eau; q, la plus petite AF; p, le Paramétre de la parabole; x, l'indéterminée AP; l'on aura $PM = \sqrt{bx - xx}$ par la proprieté du cercle, & $PN = \sqrt{pc - px}$, par conſéquent $dx \times PM \times PN = \sqrt{bcpx + bpx^2 - pcx^2 - px^3}$ pour l'élement differentiel du ſolide, ou $dx\sqrt{px} \times \sqrt{bc + bx - cx - x^2}$, & faiſant $b - c = -f$ en ſuppoſant AD (b) moindre que AE (c), l'on aura $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx \times \sqrt{bc - fx - xx}$.

556. Comme on ne peut avoir l'intégrale de cette différentielle que par aproximation, à cauſe des grandeurs qui ſont ſous le ſigne: voici la maniere d'en extraire la racine, differente de celle dont je me ſuis ſervi dans le cas précédent, (553) m'ayant paru plus générale & celle qui donne le plus de terme de la ſuite que l'on cherche en moins d'operations: elle eſt tirée de l'Analiſe démontrée, Liv. 7. Art. 175. Il faut ſuppoſer $\sqrt{bc - fx - xx} = z$, pour avoir $bc - fx - xx = zz$, d'où l'on tire $zz + xx + fx - bc = 0$; comme il s'agit d'avoir la valeur de z, il faudra ſuppoſer que cette lettre eſt égale à une ſuite infinie de grandeurs poſitives que voicy; $z = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + Fx^5 + Gx^6$, &c. Les lettres A, B, C, D, &c. ſont des indéterminées que l'on déterminera de la maniere qui convient pour avoir z.

Quarrant z, & ſa valeur, l'on aura

$$zz = A^2 + 2ABx + 2ACx^2 + 2ADx^3 + 2AEx^4 + 2AFx^5 + 2AGx^6 \text{ \&c.}$$
$$+ B^2x^2 + 2BCx^3 + 2BDx^4 + 2BEx^5 + 2BFx^6 \text{ \&c.}$$
$$+ C^2x^4 + 2CDx^5 + 2CEx^6 \text{ \&c.}$$
$$+ D^2x^6 \text{ \&c.}$$

Digitized by Google

Si l'on met dans l'égalité $zz - bc + fx + xx = 0$ à la place de zz, la suite qui en eſt la valeur, elle ſera changée en cette autre ;

$$\left.\begin{array}{l} A^2 + 2ABx + 2ACx^2 + 2ADx^3 + 2AEx^4 + 2AFx^5 + 2AGx^6 . \&c. \\ + B^2x^2 + 2BCx^3 + 2BDx^4 + 2BEx^5 + 2BFx^6 . \&c. \\ + C^2x^4 + 2CDx^5 + 2CEx^6 . \&c. \\ + D^2x^6 . \&c. \end{array}\right\} = zz - bc + fx + x^2$$

$$= bc + fx ; \quad + x^2$$

Comme l'on peut à cauſe des indéterminées A, B, C, &c. qui ſe trouvent dans les termes précedens, ſuppoſer chacun de ces termes égal à zero, afin de tirer de cette ſuppoſition les valeurs de A, B, C, &c. pour les mettre dans la ſuite infinie, qu'on a ſuppoſé être la valeur de z; ſi on agit de la ſorte, cette ſuite ſera véritablement la valeur de z, puiſqu'étant ſubſtituée à la place de cette lettre dans $zz - bc + fx + xx = 0$, elle rend cette égalité qui a pour lors une infinité de termes égale à zero; puiſque les grandeurs qui compoſent chaque terme ſe détruiſent par des ſignes contraires; mais comme l'on ne peut avoir une ſuite compoſée d'une infinité de termes, l'on ne ſçauroit auſſi parvenir à une valeur exacte de z; c'eſt pourquoi il faut ſe contenter d'en approcher de plus en plus, en augmentant le nombre des termes de la ſuite; cependant je me bornerai à ſix pour éviter l'extrême longueur du calcul, ils ſeront ſuffiſans pour l'uſage que nous en voulons faire.

557. L'on aura donc pour le premier terme $A^2 - bc = 0$, ou $A = \sqrt{bc}$; pour le ſecond $2AB + f = 0$, ou $B = -\frac{f}{2A} = -\frac{f}{2\sqrt{bc}}$ puiſque $2A = 2\sqrt{bc}$; opérant de la même maniere ſur les quatre autres termes ſuivans, l'on trouvera $C = \frac{-ff-4bc}{8bc\sqrt{bc}}$. $D = -\frac{f^3-4bcf}{16b^2c^2\sqrt{bc}}$.

$E = -\frac{5f^4-24bcf^2-16b^2c^2}{128b^3c^3\sqrt{bc}}$. $F = -\frac{7f^5-40bcf^3-48b^2c^2f}{256b^3c^3\sqrt{bc}}$.

Si l'on met à la place de A, B, C, &c. leur valeur dans la ſuite $z = A + Bx + Cx^2$, &c. l'on aura la valeur approchante de z, par conſéquent la racine quarrée de $bc - fx - xx$, ſur quoi il eſt à remarquer, que comme cette quantité eſt moindre que bc, ſa racine doit être moindre que $\sqrt{bc}$, auſſi toute la ſuite que l'on vient de trouver eſt moindre que $\sqrt{bc}$, tous les termes qui ſuivent cette grandeur étant négatifs; d'ailleurs ils vont toujours en diminuant, puiſque ce ſont des fractions qui ont au dénominateur les puiſſances de bc, plus grandes que celles de fx qui ſont au numerateur; par conſéquent plus les puiſſances des grandeurs qui ſont au numerateur & au dénominateur augmentent, plus ces fractions de-

viennent petites, ce qui fait voir qu'on peut négliger les derniers termes ſans une erreur ſenſible.

558. Préſentement ſi l'on multiplie la ſuite $\sqrt{bc} - \frac{f}{2\sqrt{bc}}x - \frac{ff-4bc}{8bc\sqrt{bc}}xx - \frac{f^3-4bcf}{16b^2c^2\sqrt{bc}}x^3 - \frac{5f^4-24bcf^2-16b^2c^2}{128b^3c^3\sqrt{bc}}x^4 - \frac{7f^5-40bcf^3-48b^2c^2f}{256b^4c^4\sqrt{bc}}x^5$, &c. par $p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}dx$, le produit qui ſera égal à $p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}dx \times \sqrt{bc-fx-xx}$, donnera l'élement differentiel du ſolide que l'on cherche. Pour faire cette multiplication, il faut ajouter $\frac{1}{2}$ aux expoſans des puiſſances de x, & conſiderer que tous les termes de la ſuite étant diviſés par $\sqrt{bc}$, excepté le premier qui le ſera auſſi en le multipliant & diviſant par $\sqrt{bc}$, & que tous ces termes devant être multipliés par $p^{\frac{1}{2}} = \sqrt{p}$, il ſuffira d'écrire au commencement, une fois pour tout, le multiplicateur commun $\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{bc}}$; ſi l'on fait auſſi attention qu'on peut prendre la moitié de tous les diviſeurs numeriques, l'on verra qu'en multipliant le premier terme par 2, à cauſe qu'il n'a point de diviſeur, on pourra écrire $\frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{bc}} \times \sqrt{2bcx^{\frac{1}{2}}dx - fx^{\frac{3}{2}}dx - \frac{ff-4bc}{4bc}x^{\frac{5}{2}}dx - \frac{f^3-4bcf}{8b^2c^2}x^{\frac{7}{2}}dx - \frac{5f^4-24bcf^2-16b^2c^2}{64b^3c^3}x^{\frac{9}{2}}dx - \frac{7f^5-40bcf^3-48b^2c^2f}{128b^4c^4}x^{\frac{11}{2}}dx}$ — &c. $= p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}\sqrt{bc-fx-xx}$.

Prenant l'integrale de chaque terme de cette différentielle, l'on aura $\frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{bc}} \times \sqrt{\frac{4}{3}bcx^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5}fx^{\frac{5}{2}} - \frac{ff-4bc}{14bc}x^{\frac{7}{2}} - \frac{f^3-4bcf}{36b^2c^2}x^{\frac{9}{2}} - \frac{5f^4-24bcf^2-16b^2c^2}{352b^3c^3}x^{\frac{11}{2}} - \frac{7f^5-40bcf^3-48b^2c^2f}{832b^4c^4}x^{\frac{13}{2}}}$ — &c. qui eſt le ſolide approché, & que l'on déterminera en faiſant x égal au diametre du demi cercle; ainſi mettant b à la place de x, & de ſes puiſſances diminuées de $\frac{1}{2}$, afin de ſupprimer $b^{\frac{1}{2}}$, ou $\sqrt{b}$ pour le joindre au multiplicateur commun, qui ſera alors $\frac{\sqrt{bp}}{2\sqrt{bc}} = \frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{c}}$, il viendra $\frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{c}} \times \sqrt{\frac{4cb^2}{3} - \frac{2fb^2}{5} - \frac{ff-4bc}{14bc}b^3 - \frac{f^3-4bcf}{36b^2c^2}b^4 -}$

Digitized by Google

$b^4 - \frac{5f^4 - 24bcf^2 - 16b^2c^2}{352b^1c^3} b^5 - \frac{7f^5 - 40bcf^3 - 48b^2c^2f}{832b^4c^4} b^6.$

559. Si à la place de f l'on met ſa valeur $c - b$, & que l'on ait ſoin de mettre une virgule entre les termes pour les diſtinguer, afin de voir ce qui eſt provenu de chaque terme de la ſuite, l'on trouvera après avoir réduit les fractions, $\frac{4}{3} cb^2$, $+\frac{2}{5} b3 - \frac{2}{5} cb^2$; $- \frac{b^4}{14c} - \frac{1}{7} b3 - \frac{1}{14} cb^2$, $+ \frac{b^5}{36c^2} + \frac{b^4}{36c} - \frac{1}{36} b3 - \frac{1}{36} cb^2$; $- \frac{5b^6}{552c^3} - \frac{b^5}{88c^2} + \frac{b^4}{176c} - \frac{1}{88} b3 - \frac{5}{352} cb^2$, $+ \frac{7b^7}{832c^4} + \frac{5b^6}{832c^3}$ $- \frac{b^5}{416c^2} + \frac{5}{832} b3 - \frac{7}{832} cb^2$, le tout multiplié par $\frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{c}}$

560. Préſentement ſi l'on ajoute enſemble les Coëficiens numeriques de tous les termes ſemblables, en les écrivant de ſuite, il viendra $\frac{4}{3} - \frac{2}{5} - \frac{1}{14} - \frac{1}{36} \frac{5}{352} - \frac{7}{832} \times cb^2 + \frac{2}{5} - \frac{1}{7}$ $- \frac{1}{36} - \frac{1}{88} - \frac{5}{832} \times b3 - \frac{1}{14} + \frac{1}{36} + \frac{1}{176} + \frac{1}{416} \times \frac{b^4}{c} + \frac{1}{36}$ $- \frac{1}{88} - \frac{1}{416} \times \frac{b^5}{c^2} - \frac{5}{352} + \frac{5}{832} \times \frac{b^6}{c^3} + \frac{7b^7}{832c^4}$, le tout multiplié par $\frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{c}}$

Comme l'ordonnée AF (q) qui exprime la plus petite viteſſe de l'eau eſt moyenne proportionnelle entre le parametre & l'abſciſſe EA (c) ; on aura $\div p, q, c$, d'où l'on tire $p, q :: \sqrt{p}, \sqrt{c}$, par conſéquent $\frac{p}{q} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{c}}$, ou $\frac{p}{2q} = \frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{c}}$; ainſi on pourra prendre $\frac{p}{2q}$ pour le mutiplicateur commun de la ſuite ; mais comme cette ſuite ne donne que le ſolide formé par la ſomme des produits des élemens du demi cercle par ceux du ſegment parabolique, c'eſt-à-dire un ſolide égal à la moitié de celui que nous cherchons ; il ſuit qu'en ſupprimant le nombre 2 du multiplicateur commun, le produit donnera la dépenſe de l'orifice entier. Si l'on conſidére encore que tous les termes de la ſuite ſont multipliez par les puiſſances de b, & que la plus petite eſt b^2, on pourra pour abreger prendre b^2, pour un ſecond multiplicateur commun, après quoi ſi l'on fait les opérations numériques indiquées par les ſignes + & — on aura $\frac{p}{q} \times bb \times \frac{2119 \cdot 81}{88 \cdot 88 \cdot 96} c + \frac{24446}{215315} b + \frac{177}{41184} \frac{b^3}{c^2} + \frac{7}{832} \frac{b^5}{c^4}$

$-\frac{10.53}{288288}\frac{b^2}{c} - \frac{75}{91512}\frac{b^4}{c^3}$ pour l'expreſſion du ſolide cherché; qu'on peut changer en la ſuivante, $\frac{p}{q} \times bb \times \frac{20}{37} c + \frac{18}{85} b + \frac{1}{72}\frac{b^3}{c^2} + \frac{1}{119}\frac{b^4}{c^3} - \frac{1}{28}\frac{b^3}{c} - \frac{1}{112}\frac{b^4}{c^3}$ qui n'eſt pas tout-à-fait ſi exacte, mais beaucoup plus ſimple, & qui peut me ſervir de formule; dans la pratique, on peut même ſans erreur ſenſible en ſupprimer le quatriéme & le ſixiéme terme, à cauſe de leurs extrêmes petiteſſes, & la réduire à $\frac{p}{q} \times bb \times \frac{20}{37} c + \frac{18}{85} b + \frac{1}{72}\frac{b^3}{c^2} - \frac{1}{28}\frac{b^3}{c}$.

Méthode pour meſurer la dépenſe des orifices circulaires placés au-deſſous du niveau de l'eau.

561. Qui montre que *pour meſurer la quantité d'eau qui s'écoule par ſeconde d'un orifice vertical & circulaire pratiqué au-deſſous du niveau de l'eau, il faut premierement multiplier la plus petite hauteur EA de l'eau par 29, & diviſer le produit par 37 pour avoir un premier quotient.*

Secondement, multiplier le diamétre de l'orifice par 18, diviſer le produit par 85 pour avoir un ſecond quotient.

Troiſiémement, cuber le diamétre de l'orifice, & diviſer ce cube par le produit de 72 par le quarré de la plus petite hauteur de l'eau pour avoir un troiſiéme quotient.

FIG. 76.

Quatriémement, quarrer le diamétre de l'orifice, & diviſer le produit par 28 fois la plus petite hauteur de l'eau, afin d'avoir un quatriéme quotient.

Cinquiémement, ſouſtraire le quatriéme quotient de la ſomme des trois précedens.

Sixiémement, multiplier la difference par le produit du quarré du diamétre de l'orifice & du nombre 60. (470)

Septiemement, diviſer ce produit par la plus petite viteſſe AF de l'eau, c'eſt-à-dire par la viteſſe dont un corps peut-être capable par ſeconde, l'ayant acquiſe par une chûte égale à la plus petite hauteur de l'eau, (560) *le quotient donnera la dépenſe que l'on cherche.*

Application de la formule précedente à un exemple pour en faire voir la juſteſſe.

562. L'uſage ordinaire pour meſurer la dépenſe des orifices dont nous parlons, eſt de ſuppoſer que la hauteur moyenne de l'eau répond au *centre*; il eſt vrai que quand l'orifice eſt beaucoup au-deſſous du niveau de l'eau, la viteſſe moyenne n'en étant point éloignée, cette pratique peut être ſuivie ſans une erreur qui puiſſe tirer à conſéquence, parce que la partie FH de la parabole ne différant gueres d'une ligne droite, quand le diamétre AD eſt fort petit par rapport à l'axe ED, l'ordonnée CG approche fort d'être moyenne arithmétique entre AF & DH.

PLAN. 8. FIG. 76.

Pour en juger, nous ſuppoſerons ED de 12 pieds, & AD (b)

Digitized by Google

de 2; ainſi EA (c) ſera de 10, & EC de 11; cherchant dans la Table des viteſſes celle qui répond à la chûte EC, on la trouvera de 25 pieds 8 pouces 3 lignes; faiſant les opérations que nous venons d'indiquer, on verra que l'orifice doit dépenſer par ſeconde 80 pieds cubes d'eau 9 pouces 7 lignes, ou $\frac{784443}{970816}\frac{713}{15}$ pieds cubes, diviſant cette quantité par la ſuperficie de l'orifice, c'eſt-à-dire par les onze quatorziémes du quarré de ſon diamétre, qui ſe réduiſent à $\frac{7}{11}$, il viendra 25 pieds 8 pouces 6 lignes pour la viteſſe moyenne, (539) qui ne differe que de 3 lignes de celle qui répond au centre, ce qui montre qu'on peut ſe ſervir en toute confiance de la formule précédente, puiſque l'ayant appliquée à un orifice d'une grandeur outrée, le réſultat de notre calcul eſt autant conforme qu'on peut le ſouhaiter, à ce qu'il devroit donner naturellement; s'il y a quelque différence, elle deviendra d'autant plus inſenſible, que les diamétres des orifices ſeront petits par rapport à la hauteur de l'eau. Je conviens qu'il eſt fâcheux de ne pouvoir juger de la juſteſſe d'une choſe que par les apparences; mais c'eſt le cas inévitable de toutes les recherches qui tombent dans les approximations. PLAN. 8. FIG. 76.

Maniere de découvrir les formules pour la dépenſe des orifices faits en demi-cercles, placés au-deſſous du niveau de l'eau.

563. Pour avoir le ſolide formé de la ſomme des produits des élémens du quart de cercle ABC par les élémens du ſegment parabolique ACGF, il faut mettre $\frac{1}{2}b = r$ à la place d'x dans $\frac{p}{q} \times \frac{4}{1}bcx\frac{3}{2} - \frac{2}{5}fx\frac{5}{2} \rightarrow \frac{ff-4bc}{14bc}$ &c. que l'on a trouvé pour l'integrale de la ſuite, (558) & faire le reſte du calcul comme cy-devant, il en réſultera une formule qui ſervira à meſurer la dépenſe d'un orifice fait en demi-cercle, ayant pour baſe le diamétre, & ſitué au-deſſous du niveau de l'eau.

564. Si l'on ſouſtrait du premier ſolide, c'eſt-à-dire de celui qui exprime le volume de la dépenſe de l'orifice entier, le ſolide qu'on trouvera en ſuivant l'article précédent, la difference ſera l'expreſſion d'un troiſiéme qui donnera la dépenſe du même demi cercle, ſitué dans un ſens oppoſé; mais je ne m'arrête point à en faire le calcul, ces deux derniers cas paroiſſant plus curieux qu'utils.

Remarque ſur les calculs précédens.

565. Si AD (b) eſt plus grand que AE (c) alors f ſera poſitive, au lieu que dans tout le calcul précedent elle étoit négative: cependant la réſolution ſera la même; & il n'y aura pas la moindre choſe de changé, ce qui fait voir qu'elle eſt génerale,

& convient également que b ſoit plus grand ou plus petit que c; tout le changement que cela apportera, c'eſt que dans la ſuite que l'on a trouvé par la valeur de z & dans l'expreſſion générale & indéterminée du ſolide, tous les termes où f ſera avec une dimenſion impaire, ſeront poſitifs, au lieu qu'ils étoient négatifs; mais quand à la place de f, on ſubſtituera $b - c$, on trouvera préciſément la même choſe.

Formule particuliere pour meſurer la dépenſe des orifices circulaires, dont le diamétre eſt égal à la plus petite hauteur de l'eau.

566. Si $b = c$, f deviendra zero; l'élement du ſolide ſera pour lors $p \frac{1}{2} x \frac{1}{2} dx \sqrt{bb - xx}$: pour avoir la réſolution dans ce cas, il faut effacer tous les termes qui ſont multipliés par f dans l'expreſſion indeterminée, & mettre b à la place de c, alors ce ſolide indéterminé ſera $\frac{p}{q} \times \frac{4}{3} b^2 x \frac{3}{2} - \frac{2}{7} x \frac{7}{2} - \frac{1}{22b^2} x^{\frac{11}{2}}$.

SECTION XI.

Du choc de l'eau contre des ſurfaces planes.

Les chocs de l'eau ſont dans la raiſon compoſée des quarrés des viteſſes, & des ſurfaces qui en reçoivent l'impreſſion.

567. Ayant montré dans l'article 445 que les petits *priſmes d'eau* qui ſortoient dans un même inſtant du fond de deux reſervoirs AC & EG, de hauteur differente, pouvoient être exprimés par $\odot \sqrt{H}$ $o\sqrt{h}$; multipliant ces priſmes par leur viteſſe, il viendra $\odot \sqrt{H} \times \sqrt{H}$, $o\sqrt{h} \times \sqrt{h}$, pour leur quantité de mouvement; (171. 433) ou pour l'expreſſion des forces F, f, avec leſquelles ils choqueront directement les ſurfaces des piſtons L, M, ſoutenus par les puiſſances P, Q, ſi ces piſtons ſont à une aſſez petite diſtance des orifices, pour pouvoir regarder la viteſſe de l'eau comme uniforme, dans le chemin qu'elle parcourera; ainſi on aura $F, f :: \odot \sqrt{H} \times \sqrt{H}, o\sqrt{h} \times \sqrt{h}$, ou $F, f :: \odot \times H, o \times h$.

PLAN. 8. FIG. 82. & 83.

Qui montre que *les chocs de l'eau ſont entr'eux dans la raiſon compoſée des baſes des colomnes & des quarrez des viteſſes, ou dans la raiſon compoſée des baſes des colonnes & des chûtes.*

568. Il ſuit que *lorſque les baſes des colomnes ſeront égales, les chocs ſeront entr'eux dans la raiſon des quarrez des viteſſes de l'eau, ou comme les hauteurs des chûtes, capables des mêmes viteſſes.*

Autre maniere de démontrer que les chocs ou impulſions de l'eau ſur des ſurfa-

569. On peut encore, lorſque les baſes des colomnes ſont égales ou qu'elles choquent directement en plein des ſurfaces égales, conſiderer l'eau comme un amas de petites boules, dont l'impreſſion dépendra de leur viteſſe, & du nombre de celles qui frapperont en même tems; car une eau qui coule deux fois plus vîte qu'une autre, frappant une ſurface oppoſée, non ſeulement avec

Digitized by Google

deux fois plus de force; mais encore avec deux fois plus de parties, ſon impreſſion doit croître ſelon la raiſon doublée, ou ſelon les quarrez de ſa viteſſe, c'eſt-à-dire, que ſi les viteſſes ſont comme 3 eſt à 5, les chocs ſeront comme 9 eſt à 25.

ces égales; ſont dans la raiſon des quarrés des viteſſes.

570. Les chocs étant entr'eux comme les produits des orifices par les hauteurs de l'eau, (567) ou comme les colomnes BR, & FS, qui ſont *les forces* qui cauſent les chocs, *il ſuit que les chocs pourront être meſurez par le poids des mêmes colomnes*; l'effet d'une force qui agit ſimplement ſans aucune modification pouvant être pris pour la force même.

Les chocs ſont meſurés par le poids des colomnes d'eau qui cauſent ces viteſſes, ou par la pouſſée que ſoutiendroit la ſurface choquée.

Comme la pouſſée que les colomnes BR & FS exercent ſur leur baſe, n'eſt autre choſe qu'une tendance au mouvement, dont l'effet ſeroit de produire un choc, qui peut être meſuré par la cauſe même; *il ſuit que le poids qui exprimera la pouſſée de l'eau contre une ſurface, en exprimera auſſi le choc.*

571. La difference que fait naître le frottement entre la dépenſe *naturelle* & la dépenſe effective d'un même orifice de médiocre grandeur, doit en cauſer une grande dans le choc de l'eau, parce que les chocs dans ces deux cas étant encore dans la raiſon doublée des viteſſes, l'impreſſion de la dépenſe effective ſera d'autant moindre que l'impreſſion de la dépenſe naturelle, que le quarré de la viteſſe de la premiere ſera moindre que celui de la viteſſe de la ſeconde; c'eſt-à-dire, par exemple, que dans l'experience de M. Mariotte, où la dépenſe effective eſt à la dépenſe naturelle, comme 7 eſt à 10, (495) le choc ne ſera exprimé que par 49, tandis qu'il devroit l'être par 100; ce qui montre qu'il faudroit que la hauteur du réſervoir fut un peu plus du double de celle qu'il avoit dans cette experience, pour que le choc de l'eau de la dépenſe effective pût égaler celui de la dépenſe naturelle; (500) mais comme nous n'aurons point égard par la ſuite à la diminution du choc que le frottement peut cauſer aux pertuis, qui ont plus d'un pied de ſuperficie, je ne m'arrêterai point davantage ſur ce ſujet, qui n'eſt qu'une ſuite de ce qui a été enſeigné dans la huitiéme Section.

Le choc de l'eau qui coule d'un orifice, n'eſt pas ſi fort qu'il ſeroit s'il n'y avoit pas de frotemens, dans la raiſon du quarré de la dépenſe effective au quarré de la dépenſe naturelle.

572. Si la ſurface GH étoit placée à une certaine diſtance EI de l'orifice E, l'eau qui en ſortira, acquérant de nouveaux dégrez de viteſſe, en parcourant l'eſpace EI, choquera avec plus de force que dans le cas précédent, parce que ſa viteſſe ſera alors exprimée par la racine de la hauteur FI, ce qui a fait croire à la plûpart de ceux qui ont écrit ſur le mouvement des eaux que le choc devroit être encore égal au poids d'une colomne qui auroit

Examen de la force que l'eau peut acquerir en accélerant ſa viteſſe à la ſortie du réſervoir.

pour baſe l'orifice E, & pour hauteur la ligne FI, qui marque l'élévation de ſon niveau au-deſſus de la ſurface, ſans faire attention, comme l'a remarqué M. Pitot avant moi, que la viteſſe de l'eau augmentoit à la vérité, mais que la quantité qui en ſortoit du réſervoir étoit toujours la même, à quelque diſtance que fut ſituée la ſurface; ainſi ils comptoient ſur une force plus grande que celle dont ils pouvoient diſpoſer pour faire tourner la roue d'une Machine, ou pour quelqu'autre uſage.

L'eau dirigée dans un tuyau vertical n'augmente point la force du choc.

573. D'autres ſe ſont imaginé que quand l'eau ſeroit dirigée par un tuyau IEFL, c'étoit alors que ſon choc pouvoit être exprimé par le poids de la colomne IKPL, ſans conſiderer qu'il n'étoit pas poſſible que ce tuyau ſe rempliſſe jamais parfaitement, puiſque quelle qu'en ſoit la longueur, la viteſſe de l'eau à la ſortie ſera toujours plus grande que celle qu'elle aura en y entrant: (429) il eſt donc impoſſible qu'il s'y forme jamais une colomne, à moins qu'il ne ſoit aſſez étroit, pour que la viteſſe de l'eau ſoit plus retardée par les frottemens, qu'elle ne peut être augmentée par l'accélération; car n'y ayant que l'eau du reſervoir qui n'a rien de commun avec le tuyau qui puiſſe entretenir la colomne EKPF, (425, 426, 428.) celle du tuyau ne pouvant être remplacée par les côtez, ſa dépenſe ne peut être plus grande que celle de l'orifice qui le nourrit.

FIG. 85.

FIG. 84.

Le choc d'une eau qui accelere ſa viteſſe eſt égal au poids d'une colonne qui auroit pour baſe la ſurface choquée, & pour hauteur une moyenne proportionnelle entre la hauteur de l'eau dans le reſervoir, & la ligne qui exprime l'élevation de ſon niveau au-deſſus de la ſurface choquée.

574. Pour déterminer exactement le choc d'une eau, qui ne peut être meſurée par ſa pouſſée, conſiderez qu'en nommant ⊙, l'orifice, on aura $\odot \sqrt{FE}$ pour l'expreſſion de la quantité qui en ſortira à chaque inſtant, (445) qui étant multiplié par la viteſſe $\sqrt{FI}$, qu'elle aura acquiſe à l'inſtant qu'elle rencontrera le plan GH, on aura $\odot \sqrt{FE} \times \sqrt{FI} = \odot \sqrt{FE \times FI}$ pour ſa quantité de mouvement, ou pour l'expreſſion du choc, *qui montre que ſi l'on fait FK moyenne proportionnelle, entre FE & FI, on aura* $\odot \times FK$ *pour la colomne d'eau, dont le poids ſera égal au choc*; par conſéquent plus il y aura d'intervalle entre la ſurface & le fond du reſervoir, & plus on gagnera de force pour faire agir quelque Machine; ce qui montre que le ſeul avantage que l'on peut tirer du tuyau EL, eſt de diriger toute l'eau vers la ſurface, & empêcher qu'en fendant l'air, la plus grande partie ne ſe diſſipe ailleurs.

575. Ayant un reſervoir priſmatique ABCD continuellement plein d'eau; ſi l'on pratique un pertuis rectangulaire FGHI dans l'une de ces faces EC, ſervant d'entrée à un canal, dont le fonds & les côtez ſoient compoſez des rectangles FIXS, IHVX, FGTS, & qu'une puiſſance R ſoutienne une ſurface verticale NOMQ

FIG. 86. *Le choc de l'eau qui ſort*

égale au pertuis. Je dis que ſi tout-à-coup on ouvre le pertuis, que je ſuppoſe fermé par une *vanne*, l'eau viendra choquer la ſurface immobile qui lui eſt directement oppoſée, *avec une force qui ſera égale à la pouſſée que ſoutenoit la vanne, lorſque le pertuis étoit fermé, c'eſt-à-dire par le poids d'une priſme d'eau, qui auroit pour baſe la ſurface choquée, & pour hauteur, la hauteur moyenne arihmétique LK, entre La & Lb*; (372) ce qui eſt bien évident, car la viteſſe de l'eau dans le canal, que l'on nomme auſſi *Courſier* étant uniforme & exprimée par la racine de la hauteur moyenne LK, le choc ſera égal au produit de cette ſurface par le quarré de $\sqrt{LK}$, qui n'eſt autre choſe que LK même ; (568) par conſéquent ſi la ſurface oppoſée étoit de 4 pieds quarrez, & la moyenne LK de 10 pieds, le choc ſera équivalent au poids de 40 pieds cubes d'eau, ou à 2800 ℔, qui eſt la force qu'il faudra à la puiſſance R pour ſoutenir en équilibre l'impulſion du courant, dont la viteſſe moyenne & uniforme par ſeconde, ſera égale à celle qu'un corps peut acquerir en tombant de la hauteur LK.

d'un pertuis vertical, & qui eſt dirigée par un canal horiſontal, eſt égal au poids de la colonne, qui auroit pour baſe la ſurface choquée, & pour hauteur, la hauteur moyenne de l'eau.

576. Comme les lames d'eau du courant, auront d'autant plus de viteſſe, qu'elles ſeront plus près du fond du *Courſier*, leur impreſſion contre la ſurface ira en diminuant à meſure qu'elles approcheront du ſommet OM, ſelon l'ordre des termes d'une progreſſion arithmétique, puiſque ces impreſſions ſeront les mêmes que celles de la pouſſée que ſoutient la vanne du pertuis quand elle eſt fermée; (362) d'où il ſuit que la puiſſance R, pour être en équilibre avec l'impulſion, doit être appliquée *au centre d'impreſſion* Y de la ſurface, qu'on trouvera de la même maniére que celui d'une vanne. (415)

Les centres d'impreſſion qui répondent au choc de l'eau, ſont les mêmes que ceux qui appartiennent à ſa pouſſée.

FIG. 86.

Si la ſurface dont nous parlons repréſentoit l'une des aubes d'une roue, il faudroit néceſſairement en connoître le centre d'impreſſion, parce que le bras de lévier qui répond au moteur, doit toujours être exprimé par la diſtance de ce centre à l'axe de la roue.

FIG. 90.

577. Prévenu qu'un corps qui roule ou qui gliſſe le long d'un plan incliné fort poli BCDE, acquiert en deſcendant depuis le ſommet juſqu'en bas la même viteſſe qu'il eut acquis, en tombant de la hauteur BA du même plan. (188) *Il ſuit qu'une eau dormante qui viendroit à couler le long d'un plan incliné, acquerera une viteſſe qui pourra être exprimée par la racine de la hauteur du plan.*

La force que l'eau acquiert en deſcendant le long d'un plan incliné eſt la même que celle qu'elle acquerroit en parcourant la hauteur du même plan.

578. Si un réſervoir eſt placé au ſommet d'un plan incliné, l'eau qui ſortira par le pertuis FGHI ayant déja une viteſſe exprimée par la racine de la hauteur moyenne LK ou ſon égale MN, en acquerera une plus grande qui le ſera par $\sqrt{MA}$, après avoir par-

Maniere d'exprimer

le choc de l'eau qui coule le long d'un plan incliné.

couru le plan incliné ; mais comme le volume de l'eau qui ſortira du pertuis dans chaque inſtant ſera toujours exprimé par $\odot \sqrt{MN}$, de quelque hauteur que ſoit ce plan, (572) (nommant $\odot$ le pertuis) la quantité de mouvement, ou le choc de l'eau le ſera par $\odot \sqrt{MN} \times \sqrt{MA} = \odot \times \sqrt{MF \times MA}$, qui montre que ſi l'on place au pied du plan incliné une ſurface égale au pertuis, pour recevoir directement l'impreſſion de l'eau qu'on ſuppoſe dirigée par un canal, comme ci-devant, (575) la puiſſance R qui ſoutiendra cette ſurface en équilibre doit être équivalente au poids d'un priſme d'eau, qui auroit pour baſe un plan égal au pertuis ou à la ſurface, & pour hauteur la moyenne proportionelle entre MN & MA. (574)

Quelle que ſoit la grandeur d'une ſurface, il faut pour la meſure du choc n'avoir égard qu'à la partie qui en reçoit l'impreſſion.

579. Dans ce cas-ci, comme dans les précédens, ce n'eſt point une néceſſité que la ſurface oppoſée ſoit égale au pertuis, pouvant être plus petite ou plus grande ; ſi elle eſt plus petite, elle ne pourra manquer de recevoir l'impreſſion de l'eau ſur toute ſon étendue, & ſi elle eſt plus grande, il ne faudra avoir égard qu'à la partie qui la recevra directement pour déterminer la baſe du priſme d'eau qui doit meſurer l'impreſſion.

Maniere de meſurer le choc d'une eau qui coule le long de pluſieurs plans inclinés contigus.

580. Si l'eau en ſortant du fonds ou par une des faces d'un reſervoir, venoit à couler le long de pluſieurs plans inclinez contigus ſans rencontrer d'autres obſtacles que l'oppoſition des mêmes plans, l'on déterminera ſon impulſion directe contre une ſurface relativement à la hauteur de l'eau dans le réſervoir, ſoit entiere ou moyenne, en ſuivant ce qui eſt enſeigné dans les articles 198, 199, 200, qui n'ont été rapportez que comme pouvant être utiles en pareils cas, qui ſe rencontrent fréquemment dans les Païs montagneux, où l'on ſe ſert utilement de l'eau qui tombe des montagnes pour faire agir des Machines.

FIG. 88.

Quand une ſurface verticale eſt inclinée à un courant, la force abſolue du courant eſt à ſon impreſſion contre la ſurface, comme le quarré du ſinus total eſt au quarré du ſinus de l'angle d'incidence.

581. Quand la direction du courant n'eſt pas perpendiculaire à la ſurface oppoſée, l'on ſent aſſez qu'il n'agit point avec ſa force abſolue : l'on ſuppoſe par exemple que la ligne NO repréſente la baſe d'une ſurface *verticale* placée *obliquement* au courant dans le fonds du *Courſier* de la Fig. 86, & que la ligne PV exprime la viteſſe & la direction du courant. Il eſt conſtant que ſi cette ſurface étoit choquée par un corps ſolide, l'impreſſion ſeroit exprimée par la perpendiculaire PT ; (23) mais comme il s'agit d'un fluide dont l'impreſſion doit ſe meſurer par le quarré de ſa viteſſe, (568) il y aura même raiſon de ſa force abſolue à ſa force reſpective, que du quarré de PV au quarré de PT, c'eſt-à-dire *du quarré du Sinus total, au quarré du Sinus de l'angle d'incidence.*

FIG. 88.

Lorſque de

582. Suppoſant que la ligne NQ repréſente la baſe d'une ſurface

face directement oppoſée au courant; comme elle ſera perpendiculaire ſur le côté IX du Courſier, les paralleles QO & PV donneront les triangles ſemblables QNO, TPV; ainſi nommant NQ, *a*; NO, *b*; PV, *m*; PT, *n*; on aura NQ (*a*), NO (*b*) :: PT (*n*, PV (*m*), ou *aa*, *bb* :: *nn*, *mm*; qui donne *aamm* = *bbnn*, d'où l'on tire *amm*, *bnn* :: *b*, *a*. Comme le premier terme de cette proportion exprime le produit de la ſurface NQ, par le quarré de la viteſſe entiere du courant, & le ſecond celui de la ſurface NO par le quarré de cette viteſſe modifiée; (car ces ſurfaces ayant la même hauteur, on peut prendre leurs baſes pour leurs ſuperficies.) *L'on voit que l'impulſion que ſoutient la ſurface directe, eſt à l'impulſion que ſoutient la ſurface oblique, réciproquement comme la longueur NO de celle-ci eſt à la longueur NQ de l'autre.*

deux ſurfaces, l'une eſt directement & l'autre obliquement oppoſée à un courant, les impreſſions qu'elles ſoutiennent, ont la raiſon réciproque de leurs dimenſions égales.

583. Si la ſurface NO étoit inclinée, eu égard au fond du Courſier ou à la verticale, comme elle paroît dans la Figure 89, & qu'elle eut la même baſe que l'autre QN, directement oppoſée au courant, l'on verra par un raiſonnement ſemblable au précedent, que la ligne HV repreſentant le niveau de l'eau, *l'impulſion que ſoutiendra la ſurface verticale, ſera à l'impulſion que ſoutiendra la ſurface inclinée, réciproquement comme la largeur NO, de celle-ci eſt à la largeur NQ de l'autre.* FIG. 89.

584. Quand une ſurface immobile eſt directement oppoſée à un courant, nous avons vû (575) que la puiſſance qui la ſoutenoit étoit équivalente au poids d'une colomne d'eau qui auroit pour baſe cette ſurface, & pour hauteur, la hauteur moyenne du réſervoir. Or ſi dans l'intervalle KY, on place un rouleau Z, lequel traverſant le Courſier juſqu'à la rencontre de ſes côtez, puiſſe tourner librement ſur des tourillons, & qu'au-deſſus il y ait deux poulies; il eſt conſtant que ſi l'on attache une corde au centre Y, qui vienne paſſer ſous le rouleau, & de-là ſur les poulies, & qu'à l'extrémité de cette corde on ſuſpende un poids P égal à l'impulſion du courant; ce poids tiendra lieu de la puiſſance R, & ſoutiendra la ſurface NOMQ en équilibre comme auparavant; mais ſi on le diminue, la ſurface ſera pouſſée en avant avec une viteſſe égale à celle du poids en montant, parce qu'il n'y a point de différence dans les bras de léviers, & l'impulſion du courant ſe trouvera diminuée, préciſément de la quantité dont le poids l'aura été, puiſque ces deux forces ſeront toujours égales. FIG. 86.

585. Quand le poids P ſera diminué d'une certaine quantité, qu'il aura la liberté de monter ſans y toucher davantage, la ſurface prendra du fluide la plus grande viteſſe qu'elle pourra prendre, & *L'impreſſion que reçoit une ſurface verti-*

cale qui se meut avec une viteſſe uniforme du même ſens qu'un courant, ne doit être exprimée que par le quarré de l'excès de la viteſſe du courant ſur celle de la ſurface.

la conſervera toujours *uniforme* tant que le poids pourra monter; *& l'impulſion qui la pouſſera alors ſera exprimée par le quarré de l'excès de la viteſſe du courant, ſur celle qu'aura pris la ſurface.*

586. Nommant a, la viteſſe du courant; b, celle de la ſurface; le quarré de $a - b$, qui eſt $aa - 2ab + bb$, exprimera l'impulſion de l'excès de la viteſſe du courant ſur celle de la ſurface, qui étant multipliée par cette derniere viteſſe, donnera $aab - 2abb + b^3$ pour la quantité de mouvement de la ſurface.

FIG. 86. & 87.

Une ſurface qui ſuit avec une viteſſe égale à celle du courant, n'en reſſent point l'impreſſion.

587. Quand la ſurface eſt immobile, l'impreſſion qu'elle reçoit à chaque inſtant, étant toujours exprimée par le quarré de la viteſſe entiere du courant, (575) elle pourra l'être auſſi par les quarrez des élémens BC ou EF d'un rectangle ABCD: ſi on diminuoit continuellement le poids P, de façon que la viteſſe de la ſurface fut en croiſſant ſelon l'ordre des termes d'une progreſſion arithmétique, ou comme les élémens du triangle ACD, il arrivera que chaque élément EF du rectangle ſe trouvant diviſé en deux parties par la diagonale AC, ſi l'une GF exprime la viteſſe de la ſurface dans un certain inſtant, le quarré de l'autre EG exprimera l'impreſſion qu'elle recevra dans le même inſtant, & le produit de $\overline{EG}$, par GF donnera la quantité de mouvement (586) de la ſurface dans cet inſtant, & lorſque GF ſera égale à AD, c'eſt-à-dire lorſque la ſurface aura acquiſe la viteſſe entiere du courant, l'autre partie EG devenant zero, l'impreſſion du courant ſera nulle, & alors le poids P ſera réduit à zero.

Pour qu'une ſurface qui ſuit, reçoive de la part du courant la plus grande quantité de mouvement qu'il eſt poſſible, il faut que ſa viteſſe ſoit le tiers de celle du courant.

588. Comme entre tous les élemens du rectangle il y en a ſûrement un qui ſe trouve diviſé par la diagonale AC, de façon que le quarré de la plus grande partie HK multiplié par la plus petite KI, donne le plus grand de tous les produits qui peuvent être formez de la ſorte; *l'on voit que la viteſſe entiere du courant peut être auſſi diviſée en deux parties, dont la plus petite devenant celle de la ſurface, & l'autre celle avec laquelle elle eſt choquée, cette ſurface aura la plus grande quantité de mouvement qu'il eſt poſſible.* Pour connoître le point de diviſion, ou ſi l'on veut la viteſſe que doit avoir dans ce cas la ſurface par rapport à celle du courant, nous nommerons HI, a; KI, x; ainſi HK ſera $a - x$, dont le quarré qui eſt $aa - 2ax + xx$ étant multiplié par x, donne $aax - 2axx + x^3$; dont prenant la differentielle pour l'égaler à zero, ſelon la Méthode ordinaire, il vient $aadx - 4axdx + 3xxdx = 0$, d'où effaçant dx, il reſte $aa - 4ax + 3xx = 0$, ou $xx - \frac{4a}{3}x = -\frac{aa}{3}$, dont le pre-

mier membre étant réduit en quarré donne $xx - \frac{4a}{3}x = \frac{4}{9}aa$ $= \frac{4}{9}aa - \frac{aa}{3}$ $\frac{2}{3}a - x = \sqrt{\frac{1}{9}aa}$, d'où dégageant l'inconnue en la rendant positive, (parce qu'ayant eu le signe — au commencement du calcul, elle doit l'avoir encore dans la racine) il viendra $\frac{2}{3}a - \frac{\sqrt{aa}}{9} = x$, ou après la réduction $\frac{a}{3} = x$, qui *montre que la viteſſe de la ſurface doit être le tiers de celle du courant, pour le plus grand effet; c'eſt-à-dire, pour qu'en même tems elle reçoive de la part du courant la plus grande viteſſe & la plus grande impreſſion qu'il eſt poſſible, dont le concours répond à la plus grande quantité de mouvement.*

589. La viteſſe entiere du courant étant exprimée par a, & venant de trouver que celle de la ſurface devroit l'être par $\frac{a}{3}$ pour le plus grand effet, l'on aura donc $\frac{2a}{3}$ pour la viteſſe *reſpective* avec laquelle le courant choquera la ſurface; ainſi dans ce cas, la force du choc ſera $\frac{4}{9}aa$, *c'eſt-à-dire égale aux quatre neuviémes du poids de la colomne d'eau, qui meſure la force abſolue du courant contre la ſurface lorſqu'elle eſt immobile.*

Dans le cas du plus grand effet, la force reſpective du courant eſt égale aux $\frac{4}{9}$ de ſa force abſolue, & la ſurface ne pourra faire monter que les $\frac{4}{9}$ du poids d'équilibre.

On peut rendre le calcul précédent beaucoup plus ſimple, en nommant x la partie HK, parce qu'alors KI devenant $a - x$, on aura xx à multiplier par $a - x$, qui donne $ax^2 - x^3$ dont la differentielle étant égalée à zero, il vient $2axdx - 3x^2dx = 0$, ou $2a - 3x = 0$, ou $\frac{2a}{3} = x$, qui montre encore que la viteſſe reſpective doit être les $\frac{2}{3}$ de la viteſſe entiere; & que celle de la ſurface en ſera le tiers.

590. Comme dans l'état d'équilibre la quantité de mouvement *du moteur* eſt toujours égale à la quantité de mouvemeut *du poids;* l'on voit que puiſque pour le plus grand effet il ne faut compter que ſur les quatre neuviémes de la force du moteur, *il ne pourra enlever que les quatre neuviémes du poids, avec lequel il étoit en équilibre lorſqu'il agiſſoit pleinement.*

591. Si l'on multiplie l'expreſſion de la force du choc de l'eau, qui eſt $\frac{4}{9}aa$, par $\frac{1}{3}a$, viteſſe de la ſurface, on aura $\frac{4}{27}a^3$ pour ſa plus grande quantité de mouvement, ou pour la force qui eſt

Digitized by Google

ſeule capable de faire monter *le plus grand poids qu'il eſt poſſible ; avec le plus de viteſſe qu'il eſt poſſible.*

Ce n'eſt que depuis le commencement de ce ſiecle que l'on ſçait de quelle maniere doit être reglé le mouvement des Machines mûes par un courant pour être parfaites.

592. Depuis qu'on a commencé à faire uſage de la force de l'eau pour mouvoir les Machines, toute la perfection à laquelle les plus habiles Machiniſtes ont pû atteindre s'eſt bornée à mettre d'abord la puiſſance en équilibre avec le poids qu'il s'agiſſoit de mouvoir, enſuite à diminuer le poids au hazard, ou à augmenter le rayon de quelqu'une des roues, afin que la puiſſance l'emportant ſur la charge, elle mit la Machine en mouvement, ſans ſçavoir juſqu'à quel point devoit aller ſa viteſſe; on penſoit même que plus cette viteſſe ſeroit grande, & plus l'effet en ſeroit avantageux, & ce ſentiment paroiſſoit ſi naturel qu'on étoit fort éloigné de le croire ſuſceptible d'erreur.

Tel étoit l'état de la Méchanique, lorſque M. *Parent* par une ſuite de réflexions, s'apperçut que pour qu'une Machine mûe par un courant, fut capable du plus grand effet qu'elle pouvoit produire; il falloit néceſſairement qu'il y eut un certain rapport déterminé entre la viteſſe de la roue & celle du courant: ayant ſuivi cette idée il a découvert par le calcul précédent (588) que la viteſſe de la roue devoit être le tiers de celle du courant, ou que la Machine ne devoit faire mouvoir que les quatre neuviémes du poids qui lui convenoit dans l'état d'équilibre; car les roues qui trempent dans l'eau étant accompagnées d'*aubes* qui ſe ſuccédent immédiatement, peuvent être conſidérées comme une ſeule ſurface qui recevroit l'impreſſion du fluide ſans interruption.

Cette découverte mérite d'être regardée comme une des plus importantes que l'on ait fait depuis le renouvellement des Sciences & des beaux Arts; quand tous les travaux de M. Parent n'auroient aboutis qu'à ce ſeul objet, il devroit ſuffire pour le rendre recommandable parmi ceux qui ſont touchez du bien public, d'autant mieux qu'elle eſt le fruit d'un grand nombre de connoiſſances acquiſes, & d'une nature à ne rien tenir du hazard: j'avouerai ingénuement que la premiere fois que je la vis dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1704, j'en fus ſi frappé que je la regardai comme ce que j'avois appris juſques-là de plus intéreſſant en Mécanique: en effet, que pouvois-je rencontrer qui me ſatisfit plus, vû le goût que j'ai eu dès l'âge le plus tendre pour tout ce qui s'appelle Machine, qu'un principe qui ne laiſſoit plus rien à deſirer pour la juſteſſe de leur calcul?

Digitized by Google

593. On eſt aſſuré préſentement que quelques Machines qu'on faſſe, qui doivent être mûes par un courant, on n'en peut attendre un plus grand effet que les $\frac{4}{27}$ de *l'effet naturel* (591) du courant qui conſiſte *dans le produit de ſa viteſſe entiere par un poids qui en pourroit être emporté avec toute cette viteſſe*, ou en $aa \times a = a^3$.

594. On jugera donc ſûrement, de combien une Machine exécutée approche ou eſt éloignée du degré de perfection, en comparant ſon effet aux $\frac{4}{27}$ de l'effet naturel du fluide qui la fait agir, ou en comparant le poids qu'elle meut aux quatre neuviémes de celui qui lui convient dans l'état d'équilibre.

595. On voit auſſi que quand on aura à conſtruire une Machine, il faudra en diſpoſer les parties de façon que la réſiſtance qu'elle aura à ſurmonter ſoit les $\frac{4}{9}$ du poids d'équilibre, ou que la viteſſe de la roue ſoit le tiers de celle du courant; ou ce qui revient au même, il faut ſi la viteſſe du courant eſt donnée, conſtruire la Machine, de façon que ſon poids d'équilibre ſoit à celui qu'on veut élever dans le rapport de 9 à 4.

Quand on voudra connoître le poids que peut mouvoir une Machine mûe par un courant, il faudra ne lui donner à élever que les $\frac{4}{9}$ du poids qui lui convient dans l'état d'équilibre.

596. Que ſi au contraire le poids eſt donné, il faut que la grandeur des aubes ſoit tellement ménagée, que leur quantité de mouvement ſoit à l'effet naturel du fluide, comme 4 eſt à 27, ou que leur viteſſe ſoit le tiers de celle du courant, après quoi on ſera aſſuré d'avoir rendu la Machine parfaite, quelle que ſoit d'ailleurs ſa conſtruction, qui peut avec ces conditions varier d'une infinité de manieres; car il reſte toujours à l'induſtrie de celui qui en fait le projet de diſpoſer les piéces de façon, qu'en jouant avec aiſance il y ait le moins de déchet qu'il eſt poſſible de la part des frottemens.

Lorſque le poids qu'on veut élever ſera donné, il faut que ſon produit par ſa viteſſe, ſoit égal aux $\frac{4}{27}$ du produit de la force abſolue du courant par ſa viteſſe entiere.

Pour montrer la néceſſité d'aſſujettir aux principes que l'on vient de voir toutes les Machines mûes par un courant, & en même tems faciliter l'intelligence du fréquent uſage que nous en ferons dans la ſuite, je vais examiner la choſe ſous une autre face, & la rendre ſenſible par un exemple.

597. Si l'on en excepte un petit nombre de Sçavans, il n'y a perſonne qui ne penſe, que plus la roue qui fait agir les pompes de la Samaritaine à Paris aura de viteſſe, & plus la quantité d'eau qui montera dans le réſervoir ſera grande; cependant comme la force du courant de la Seine eſt limitée, puiſqu'elle dépend du quarré de ſa viteſſe, l'on ſçaura à quoi s'en tenir, ſi l'on fait atten-

Exemple apliqué aux Pompes de la Samaritaine à Paris, pour montrer la

néceſſité de ſe conformer au principe précedent.

tion que cette roue doit néceſſairement ſe rencontrer dans un des trois cas que voici.

Dans le premier, elle reſtera immobile, ſi la force du choc de l'eau contre une des aubes eſt inférieure, ou égale au poids que la Machine doit élever: dans le ſecond, ſi cette roue a autant de viteſſe que le courant, l'eau ne rencontrant aucune oppoſition, ne choquera point; (587) ce qui ne pourroit même arriver à une machine qui n'auroit aucune réſiſtance à vaincre: il n'y a donc que dans le troiſiéme, lorſque la viteſſe de la roue eſt moindre que celle du courant, qu'elle ſera capable d'élever un poids; parce qu'une partie de l'action du courant, ſera en équilibre avec la peſanteur du poids, tandis que l'autre partie fera mouvoir la roue, & par conſéquent monter le poids avec une certaine viteſſe. (586)

Si les colomnes d'eau que refoulent les Piſtons étoient trop groſſes par rapport à leur hauteur, elles oppoſeroient par leurs poids une ſi grande réſiſtance au courant, que ne lui reſtant que peu de viteſſe après le choc pour faire tourner la roue, l'eau qui doit paſſer dans le réſervoir y montera ſi lentement, que l'on pourra perdre davantage de la part du tems, que l'on ne gagnera par l'augmentation du poids: ſi au contraire l'on fait le cercle des Piſtons trop petit, ou les colomnes trop minces, l'eau à la vérité montera plus promptement dans le réſervoir, mais en ſi petite quantité à chaque coup de Piſtons, qu'on perdra plus du poids, qu'on ne gagnera de la part de la viteſſe.

Cependant comme l'objet de cette Machine doit être de fournir la plus grande quantité d'eau qu'il eſt poſſible, dans un certain tems déterminé, par le mouvement d'une roue dont le rayon & la grandeur des aubes doivent avoir été aſſujetties à l'emplacement de la Machine; l'on voit que ſa perfection ſe réduit à faire en ſorte que chaque coup de Piſton faſſe non-ſeulement monter beaucoup d'eau à la fois, mais qu'elle monte encore avec le plus de viteſſe qu'il ſera poſſible. Cependant le plus grand effet de ces Piſtons dépendant néceſſairement de celui de la roue, il faut que cette roue ait la plus grande quantité de mouvement qu'il eſt poſſible, pour le communiquer aux Piſtons; c'eſt à-dire, qu'il faut que le produit du choc du courant, par la viteſſe de la roue, ſoit le plus grand de tous ceux formez de la ſorte.

Comme la viteſſe entiere du courant peut être exprimée par une ligne droite, ce Problême ſe réduit à la diviſer en deux parties, de ſorte que le quarré de l'une multiplié par l'autre, donne

Digitized by Google

le plus grand parallelepipede qu'il eſt poſſible de former par une telle diviſion, & n'y ayant dans la longueur de la ligne qu'un point pris vers l'une ou l'autre de ſes extrémitez qui puiſſe ſatisfaire à ce que l'on demande ; l'on voit qu'il s'agit ici d'un *maximum* qu'on ne peut trouver aiſément que par le calcul differentiel.

Si je me ſuis un peu étendu ſur un ſujet qui pouvoit être expliqué en moins d'une page, c'eſt que mon deſſein eſt d'écrire pour tout le monde ; & que je me ſuis apperçu qu'il n'étoit point aiſé de faire entendre à bien des gens, & même à ceux qui s'imaginent ſçavoir beaucoup, que c'étoit une erreur de conclure que plus une roue avoit viteſſe, & plus l'effet de la machine étoit grand.

FIG. 86.

Il eſt indifférent pour la meſure du choc, que ce ſoit un courant qui aille à la rencontre d'une ſurface immobile, ou que ce ſoit la ſurface qui aille à la rencontre d'une eau dormante, avec la même viteſſe que celle du courant.

598. Si l'on ſuppoſe que le pertuis FGHD eſt fermé, & que l'eau compriſe dans l'eſpace FGMQ eſt dormante ; faiſant abſtraction du poids P, la puiſſance qui pouſſera en avant la ſurface NOMQ avec une viteſſe uniforme, ſelon la direction RY, ſera la même que celle qu'il faudroit pour ſoutenir cette ſurface en équilibre contre le choc d'un courant qui auroit la même viteſſe ; car que ce ſoit l'eau qui vienne rencontrer la ſurface, ou la ſurface qui aille à la rencontre de l'eau, le choc ſera toujours exprimé par le quarré de la viteſſe de l'un ou de l'autre.

Quand une ſurface va à la rencontre d'un courant, le choc doit être exprimé par le quarré de la ſomme des viteſſes du courant & de la ſurface.

599. Si la ſurface précedente alloit à la rencontre du courant qui ſort du pertuis, la puiſſance ayant à ſoûtenir non ſeulement l'impulſion dont peut être capable la viteſſe du courant, mais encore celle qu'elle fait naître par ſa viteſſe propre, la réſiſtance qui réſultera de leur concours, doit être exprimée par le quarré de la ſomme des viteſſes de la ſurface & du courant ; c'eſt-à-dire, que ſi le courant avoit 3 pieds de viteſſe par ſeconde, & que la ſurface en remontant, fit un chemin de 2 pieds dans ce tems, elle ſera dans le même cas, que ſi elle ſoutenoit en équilibre l'impreſſion d'un courant, qui auroit 5 pieds de viteſſe par ſeconde, ou comme ſi elle étoit mue avec cette viteſſe dans une eau dormante ; car ſi lorſqu'une ſurface fuit, & ſemble ſe dérober à un courant, il faut ſouſtraire ſa viteſſe de celle du courant, pour avoir la viteſſe reſpective avec laquelle elle eſt frappée, (585) il eſt tout naturel, quand la ſurface va à la rencontre du courant, d'ajoûter ſa viteſſe à celle du courant.

Quand une ſurface ſuit la direction du courant

600. L'on verra au contraire, que lorſque la même ſurface ſera mue ſelon la direction naturelle du courant, avec une viteſſe plus grande, l'impulſion que ſoûtient la puiſſance, doit être exprimée par le quarré de la différence de la viteſſe de la ſurface à celle

Digitized by Google

avec une viteſſe plus grande, elle eſt dans le même cas, que ſi elle étoit mûe dans une eau dormante avec l'excès de ſa viteſſe ſur celle du courant.

du courant, parce que la ſurface eſt alors à l'égard de l'eau qui fuit, ce qu'eſt le courant, lorſque la ſurface tend à ſe dérober à ſon impreſſion.

601. L'on ignoroit encore la maniere de meſurer la force dont pouvoient être capables les rivieres ou ruiſſeaux dans les cas précedens, lorſqu'il vint en penſée à M. de la Hire, *qu'on pouvoit regarder la viteſſe uniforme d'une eau courante, comme ayant été acquiſe par une chûte;* par conſéquent comme la viteſſe moyenne que prendroit à la ſortie d'un pertuis vertical, l'eau d'un réſervoir, dont la hauteur ſeroit égale à cette chûte; d'où il conclut que *l'impreſſion directe d'un courant contre une ſurface verticale, doit être meſurée par le poids d'un priſme d'eau, qui auroit pour baſe la ſurface choquée, & pour hauteur la chûte relative à la viteſſe du courant.*

Il n'y a point de courant dont la viteſſe uniforme ne puiſſe être regardée comme ayant été acquiſe par une chûte.

Suppoſant donc une ſurface immobile & verticale de 10 pieds quarré, recevant directement l'impreſſion d'un courant, qui auroit 4 pieds de viteſſe par ſeconde, il faudra chercher la chûte qui répond à cette viteſſe, (177) en diſant, comme 30 eſt à $\sqrt{15}$; ainſi 4 eſt à $\sqrt{x}$, ou comme 900 eſt à 15; ainſi 16 eſt à $x = \frac{4}{15}$, qui montre que la hauteur que l'on cherche doit être les $\frac{4}{15}$ d'un pied, qu'il faut multiplier par 10, ſuperficie de la ſurface, & le produit par 70, pour avoir 186 $\frac{2}{3}$ lb, force abſolue du courant.

On aura toujours la hauteur du priſme d'eau qui exprime la force abſolue d'un courant en diviſant ſa viteſſe entiere par 60.

602. Nommant a, la viteſſe du courant, & x, la chûte, on aura 900, 15 :: aa, x; d'où l'on tire $900x = 15\,aa$, ou $x = \frac{15}{900}\,aa$, ou après la réduction $x = \frac{aa}{60}$, qui montre en général que pour avoir la chûte qui doit répondte à la viteſſe de l'eau, ou la hauteur de la colomne, qui exprime la force du choc, *il ſuffit de diviſer le quarré de la viteſſe de l'eau par 60.*

Application du principe précedent aux différentes viteſſes & directions d'une ſurface par rapport à celle du courant.

603. Si la ſurface ſe déroboit au courant, on aura de même l'impulſion qu'elle ſoutiendra, en ſouſtrayant ſa viteſſe de celle du courant, ſi la premiere eſt moindre que la ſeconde; ou en ſouſtrayant la viteſſe du courant de celle de la ſurface, ſi c'eſt le contraire, & en diviſant le quarré de la difference par 60, pour avoir la hauteur du priſme d'eau.

604. Quand la ſurface ira à la rencontre du courant, il faudra au contraire, ajoûter leurs viteſſes enſemble, & diviſer encore le quarré de la ſomme par 60.

605. Quand la force qui doit mouvoir la ſurface dans une eau dormante ſera donnée, & qu'on voudra connoître avec quelle viteſſe une ſurface doit être mue, il faudra trouver quelle eſt la hauteur

hauteur du priſme d'eau qui auroit pour baſe la même ſurface, & dont le poids ſeroit égal à la force donnée, enſuite chercher la viteſſe relative à une chûte égale à la hauteur du priſme, elle ſera celle que l'on demande.

606. Si l'objet de la force donnée étoit de mouvoir une ſurface contre un courant, il faudra chercher, comme dans le cas précédent, la viteſſe qui répond à la hauteur du priſme d'eau, la regarder comme la ſomme des viteſſes du courant & de la ſurface; d'où retranchant celle du courant, la différence ſera la viteſſe avec laquelle la ſurface remontera.

607. Les principes que l'on vient d'établir nous ſerviront dans la ſuite à calculer les machines mues par le courant des rivieres ou ruiſſeaux; pour ſçavoir auſſi avec quelle viteſſe un bateau pourra être mû avec une force donnée, ou quelle eſt la force qu'il faudra pour le mouvoir avec une viteſſe donnée, ſoit en remontant ou en deſcendant une riviere, ou dans une eau dormante, comme ſur les canaux de navigation, ſoit que l'on ſe ſerve de la force des *hommes*, des *chevaux*, ou du *vent*, relativement à la charge du bateau; c'eſt-à-dire, à ſon enfoncement dans l'eau, d'où dépend la grandeur de la ſurface qui doit la fendre; c'eſt ce que l'on trouvera détaillé dans la ſeconde partie de cet Ouvrage, ne s'agiſſant ici que des principes généraux.

Uſage d'une Table qui donne les chûtes dont on a les viteſſes & les chocs de l'eau relatives aux viteſſes.

608. N'ayant rien voulu négliger de tout ce qui pouvoit faciliter le calcul des machines, j'ai crû devoir accompagner cette Section d'une table, dans laquelle on pût trouver toutes les *chûtes* relatives aux viteſſes uniformes par ſeconde, que l'on peut propoſer avec la force du choc, dont les courans qui auroient ces viteſſes ſeroient capables ſur une ſurface donnée.

Dans la premiere colomne l'on voit que les *viteſſes uniformes* par ſeconde, vont en progreſſion arithmétique, en ne ſe ſurpaſſant que d'un demi pouce; ainſi on trouvera toujours à peu de choſe près, telle viteſſe que l'on peut propoſer, depuis la plus petite d'un pouce juſqu'à la plus grande qui ſe termine à 30 pieds; c'eſt-à-dire, à celle qui peut être acquiſe dans le tems d'une ſeconde par une chûte de 15 pieds. (172)

La ſeconde colomne comprend les *chûtes* relatives aux viteſſes; & la troiſiéme, le *choc* exprimé en *livres*, dont l'eau qui auroit les mêmes viteſſes, peut être capable ſur une ſurface *d'un pied quarré*, ou ce qui revient au même, le poids des colomnes d'eau qui auroient cette ſurface pour baſe, & pour hauteur, les chûtes qui répondent aux chocs.

Digitized by Google

Connoiſſant le choc d'un courant contre une ſurface immobile, trouver la viteſſe du courant.

609. Lorſque par quelque moyen que ce ſoit, l'on ſera parvenu à connoître la force du choc exprimé en livres d'un courant contre une ſurface verticale immobile, dont on a la ſuperficie en pieds quarrés, il faudra diviſer la force par le nombre des mêmes pieds pour avoir le poids que chacun d'eux ſoûtient; chercher ce poids dans la table, & l'on trouvera ſur le même alignement la viteſſe *entiere* du courant.

Connoiſſant la viteſſe d'une ſurface, & l'impreſſion qu'elle ſoutient, connoître la viteſſe du courant.

610. Si la ſurface fuyoit devant le courant, il faudra faire le même calcul, & on trouvera dans la table la viteſſe *reſpective* avec laquelle la ſurface eſt frappée; (603) ajoûtant cette viteſſe à celle de la ſurface, on aura celle du courant. (585)

611. Si au contraire, la ſurface va à la rencontre du courant, il faudra, après avoir pris dans la table la viteſſe qui répond au choc que ſoûtient un des pieds quarrés de la ſurface, ſouſtraire de cette viteſſe celle de la ſurface, la différence donnera celle du *courant*. (599)

Connoiſſant la viteſſe & le choc d'une ſurface qui va à la rencontre d'un courant, connoître ſa viteſſe.

612. Quand on aura une force déterminée, & qu'on voudra ſçavoir avec quelle viteſſe elle peut mouvoir une ſurface donnée dans une eau dormante, on diviſera encore cette force par le nombre de pieds que comprend la ſurface, & l'on cherchera dans la colomne des chocs le nombre le plus approchant du quotient, on trouvera ſur le même alignement la viteſſe que l'on demande. (680)

Connoiſſant la force avec laquelle une ſurface peut être mûe dans une eau dormante, trouver la viteſſe qu'elle aura.

L'on voit aſſez que par le moyen de cette table, l'on peut réſoudre tous les cas qui ont rapport au choc de l'eau, ſans qu'il ſoit beſoin d'en rapporter un plus grand nombre d'exemples: j'ajoûterai ſeulement qu'on peut s'en ſervir avec confiance, puiſqu'elle eſt auſſi conforme qu'on puiſſe l'éxiger, à toutes les experiences que l'on a fait ſur le choc de l'eau & qu'on pourra auſſi en faire uſage pour meſurer la force du vent, comme nous le ferons voir au commencement du ſecond Volume.

Nouvelle maniere de meſurer la viteſſe d'un courant auſſi parfaite que l'ancienne étoit défectueuſe.

613. Il ne reſte plus préſentement que d'avoir une méthode exacte pour meſurer la viteſſe des courans: celle qui a été en uſage juſqu'ici, & que M. Mariotte donne comme la meilleure, eſt de jetter dans le fil de l'eau une boule de bois ou de cire, & d'obſerver le chemin qu'elle fera pendant un certain tems. Cette méthode eſt fort imparfaite & ſujette à pluſieurs inconvéniens; on ne peut avoir par-là que la viteſſe de la ſurface de l'eau, au lieu qu'il faudroit connoître celle du milieu & du fond, afin de prendre la moyenne, parce que les eaux *inferieures* étant preſſées par celles de *deſſus*, il ſemble qu'elles devroient être forcées à couler plus

Digitized by Google

vîte ; d'un autre côté les *frottemens* que le *fond* occaſionne, doivent retarder la viteſſe de l'eau inférieure, & peut-être la rendre moindre que celle de la ſurface ; ce qui ſouffre une infinité de variations que la théorie ne peut déterminer.

Souvent il importe extrêmement de bien connoître la viteſſe de l'eau ſous *l'arche d'un Pont*, afin de connoître la face dont on pourra diſpoſer pour faire aller une machine ; mais en ſuivant la méthode ordinaire, la boule paſſe ſi vite en cet endroit, qu'on ne peut ſçavoir préciſément le tems qu'elle a employé à faire un certain chemin : la même experience répetée pluſieurs fois ne donnant jamais la même choſe, parce que la boule ne ſuit pas toujours le même fil d'eau ; mais ſans nous arrêter à tous les défauts de cette méthode, il ſuffit de dire que M. Pitot en a trouvé une autre incomparablement plus exacte, & qui ne laiſſe rien a deſirer, l'ayant éprouvé pluſieurs fois moi-même avec un ſuccès qui me la fait regarder comme l'invention la plus utile qu'on puiſſe ſouhaiter pour la meſure des eaux, n'y ayant point d'obſtacle qu'elle ne ſurmonte ; elle ſe réduit à l'uſage de l'inſtrument du monde le plus ſimple, par le moyen duquel on connoît ſur le champ la *chûte* capable de la viteſſe que l'on cherche à quelqu'endroit de la ſurface ou du fond qu'on veuille la prendre ; & auſſi-tôt que l'on a cette chûte, il eſt aiſé de connoître la viteſſe qui lui répond, par conſéquent celle du courant, ſoit en ſuivant le calcul qui eſt enſeigné dans l'article 176. ou en ſe ſervant de la Table de la ſeptiéme Section. (169) PLAN. 8. FIG. 91.

Deſcription & uſage d'un inſtrument imaginé par M. Pitot pour meſurer la viteſſe d'un courant.

614. Cet inſtrument eſt compoſé de deux tuyaux de verre ouverts par les bouts ; le premier AB eſt tout droit, & le ſecond CD a une de ſes extrémitez recourbée & évaſée en forme d'entonnoir EFGD ; ces tuyaux doivent être encaſtrez dans une eſpéce de priſme de bois, de figure triangulaire, pour être maintenus inébranlables l'un à côté de l'autre, & garantis d'accident.

Sur la hauteur de ces tuyaux on fait une diviſion de parties égales, comme aux Barométres, accompagnée d'une marque qui puiſſe s'arrêter à l'endroit que l'on veut ; cette diviſion pour plus de commodité doit être exprimée en pouces & en lignes.

Pour faire uſage de cet inſtrument, on le plonge perpendiculairement dans l'eau, de maniere que l'entrée du tuyau recourbé ſoit oppoſée à la direction du courant, afin qu'il puiſſe s'engouffrer dans l'entonnoir ; alors l'eau monte dans les deux tuyaux, mais à des hauteurs differentes : car ſi la ligne HI repréſente ſon niveau elle ne pourra monter dans le premier AB qu'à la hauteur GB qui

Digitized by Google

trempe dans l'eau, n'y ayant que ſon poids qui puiſſe les contraindre comme dans une eau dormante; (333) il n'en ſera pas de même de l'eau qui entrera dans le tuyau recourbé CD, qui ſera forcée de monter au-deſſus du niveau HI d'une hauteur MK, relative à la force du courant; car ſa viteſſe pouvant être conſiderée comme acquiſe par une chûte d'une certaine hauteur, (601) l'eau doit remonter à la même hauteur (160) & y être ſoutenue par l'impulſion dont cette viteſſe ſera capable, laquelle agiſſant ſur l'entrée DE du tuyau, doit être en équilibre avec le poids de la colomne MK. (601.)

On ſera toujours ſûr d'avoir dirigé l'entonnoir dans le fil le plus rapide de l'eau, quand on aura remarqué le point où elle monte le plus haut, ſans ſe mettre en peine ſi ce fil eſt direct ou oblique; s'il arrive quelquefois qu'un tourbillon faſſe monter l'eau au-deſſus de la chûte qui convient à ſa viteſſe, on la verra après quelque balancement ſe remettre à ſa hauteur naturelle. Comme le vent occaſionne auſſi des balancemens, qui empêchent de fixer la hauteur que l'on cherche, il faut ne faire ces expériences que dans un tems calme.

L'on peut par le moyen de cette Machine, comme le fait obſerver M. Pitot, faire un grand nombre d'obſervations curieuſes & utiles, pour connoître par éxemple la viteſſe *moyenne* du *total* des eaux d'une riviere; pour ſçavoir ſi les augmentations de viteſſes ſont *proportionnelles* eaux accroiſſemens des eaux, ou dans quel rapport; pour voir quelle eſt la relation entre les volumes d'eau & la quantité des frottemens.

Application du même inſtrument pour meſurer le ſillage des vaiſſeaux.

615. M. Pitot après avoir découvert cette Machine, a penſé avec beaucoup de raiſon qu'elle pouvoit être employée à meſurer le *ſillage* d'un *vaiſſeau*; car ce ſillage dépend entierement de la viteſſe du vaiſſeau qu'on peut regarder comme celle d'une eau courante, ſur laquelle il ſeroit immobile; (598) il faut placer dans le milieu du vaiſſeau, ou le plus près qu'il ſe pourra de ſon *centre de balancement*, deux tuyaux de métal de 3 ou 4 lignes de diamétre, l'un droit & l'autre courbé comme les précédens, qui doivent tremper dans l'eau de la Mer, & il n'y aura rien à craindre de ces ouvertures ſi petites; dans ces deux tuyaux ſeront enchaſſez deux autres de verre d'une hauteur convenable pour les obſervations; l'eau dans le premier montera juſqu'à ſon niveau, & dans le ſecond juſqu'à une hauteur relative à la viteſſe du vaiſſeau, parce que l'entonnoir étant dirigé vers la proue, ſera dans le même cas que ſi on l'avoit mis dans le fil d'une eau courante, & par conſéquent on aura la viteſſe du vaiſſeau de la même maniere qu'on trouve celle d'un courant.

TABLE

Digitized by Google

TABLE TROISIE'ME, qui comprend les chûtes rélatives aux Viteſſes uniformes données par Seconde, & les Chocs dont l'eau qui auroit ces Viteſſes peut être capable, ſur une ſurface d'un pied quarré.

Viteſſe.		Hauteur de la Chute.			choc de l'eau.
pieds.	pouces	pouc.	lignes.	points.	Livres.
0	1	0	0	0 1/5	0 1/313
0	1 1/2	0	0	0 2/10	0 1/553
0	2	0	0	0 4/5 1/4	0 1/311
0	2 1/2	0	0	1 4/5 1/4	0 1/210
0	3	0	0	1 4/5 1/2	0 1/114
0	3 1/2	0	0	2 1/5 1/2	0 1/112
0	4	0	0	3 1/5 1/10	0 1/16
0	4 1/2	0	0	4 1/5 1/10	0 1/16
0	5	0	0	5	0 1/5 1/4
0	5 1/2	0	0	6 1/2 1/10	0 2/7 1/4
0	6	0	0	7 1/5 1/4	0 2/7 1/2
0	6 1/2	0	0	8 1/5 1/4	0 2/7 3/5
0	7	0	0	9 4/5 1/4	0 1/4 1/2
0	7 1/2	0	0	11 4/5 1/4	0 1/4 3/5
0	8	0	1	0 1/5	0 1/5
0	8 1/2	0	1	2 1/5 1/2	0 4/7 1/2
0	9	0	1	4 1/5 1/10	0 3/4 1/2
0	9 1/2	0	1	6 1/5 1/10	0 5/6
0	10	0	1	8	0 1/2 1/2
0	10 1/2	0	1	10 1/2 0	
0	11	0	2	0 1/5 1/2	1
0	11 1/2	0	2	2 1/5 1/2	1 1/2 1/2
1	0	0	2	4 1/5 1/4	1 2/3
1	0 1/2	0	2	7 1/5 1/4	1 1/4 1/2
1	1	0	2	9 1/5 1/2	1 3/8
1	1 1/2	0	3	0 1/5 1/2	1 1/2
1	2	0	3	3 1/5 1/2	1 4/7 1/2
1	2 1/2	0	3	6 1/5 1/10	1 3/4
1	3	0	3	9	1 2/2 0
1	3 1/2	0	4	0 1/10	2

Viteſſe.		Hauteur de la Chute.			choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pouc.	lignes.	points.	Livres.
1	4	0	4	3 1/5	2 1/10
1	4 1/2	0	4	6 2/5	2 1/5 1/2
1	5	0	4	9	2 1/3 1/2
1	5 1/2	0	5	1 1/6	2 1/2
1	6	0	5	4 4/5 2/5	2 7/10
1	6 1/2	0	5	8 2/5 1/5	2 3/4
1	7	0	6	0 1/5	2 1/2 1/2
1	7 1/2	0	6	4	3 1/3 1/2
1	8	0	6	8	3 1/5 1/2
1	8 1/2	0	7	0	3 1/5 1/4
1	9	0	7	4 1/5 2/5	3 4/7 1/4
1	9 1/2	0	7	8 2/5 1/5	3 1/2 1/4
1	10	0	8	0 4/5 1/5	3 1/2 1/2
1	10 1/2	0	8	5 1/5	4 1/6 1/2
1	11	0	8	9 4/5 2/5	4 2/7 1/2
1	11 1/2	0	9	2 2/5 1/5	4 1/4 1/2
2	0	0	9	7 1/5	4 1/2 1/2
2	0 1/2	0	10	0	4 5/6 1/2
2	1	0	10	5	5 1/6 1/2
2	1 1/2	0	10	10	5 1/5 1/2
2	2	0	11	3 2/5	5 1/4 1/2
2	2 1/2	0	11	8	5 1/2 1/4
2	3	1	0	1 4/5	5 1/2 1/2
2	3 1/2	1	0	7	6 1/7 1/2
2	4	1	1	0 4/5	6 1/6 1/2
2	4 1/2	1	1	6	6 1/5 1/2
2	5	1	2	0 2/5	6 5/6 1/2
2	5 1/2	1	2	6	7 1/6 1/2
2	6	1	3	0	7 1/2 1/2
2	6 1/2	1	3	6	7 1/2

TABLE des Chutes & des Chocs rélatifs aux Vitesses.

Vitesse.		Hauteur de la Chute.			Choc de l'eau.	Vitesse.		Hauteur de la Chute.			Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pouc.	lignes.	points.	Livres.	pieds.	pouces.	pouc.	lignes.	points.	Livres.
2	7	1	4	0	7 5/6	3	10	2	11	3	17 1/7
2	7 1/2	1	4	6	8 1/14	3	10 1/2	3	0	0	17 7/12
2	8	1	5	0	8 1/3	3	11	3	0	9	18
2	8 1/2	1	5	7	8 4/7	3	11 1/2	3	1	7	18 3/8
2	9	1	6	1	8 5/6	4	0	3	2	4	18 3/4
2	9 1/2	1	6	8	9 1/8	4	0 1/2	3	3	2	19 1/8
2	10	1	7	3	9 5/12	4	1	3	4	0	19 1/5
2	10 1/2	1	7	10	9 2/3	4	1 1/2	3	4	10	20
2	11	1	8	5	10	4	2	3	5	8	20 1/3
2	11 1/2	1	9	0	10 1/4 1/2	4	2 1/2	3	6	6	20 3/4
3	0	1	9	7	10 3/4 1/8	4	3	3	7	4	21 1/7
3	0 1/2	1	10	2	10 3/4 1/8	4	3 1/2	3	8	2	21 3/5
3	1	1	10	9	11 1/8	4	4	3	9	0	22
3	1 1/2	1	11	5	11 1/2	4	4 1/2	3	9	11	22 5/6
3	2	2	0	0	11 3/4 1/2	4	5	3	10	9	22 17/21
3	2 1/2	2	0	8	12 1/20	4	5 1/2	3	11	8	23 1/4
3	3	2	1	4	12 1/4 5/11	4	6	4	0	7	23 3/4
3	3 1/2	2	2	0	12 1/2	4	6 1/2	4	1	6	24 1/7
3	4	2	2	8	13	4	7	4	2	5	24 7/12
3	4 1/2	2	3	4	13 1/3 2/3	4	7 1/2	4	3	4	25 1/25
3	5	2	4	0	13 2/3	4	8	4	4	3	25 1/2
3	5 1/2	2	4	8	14	4	8 1/2	4	5	2	26
3	6	2	5	4	14 1/3 2/3	4	9	4	6	1	26 5/12
3	6 1/2	2	6	1	14 1/3 1/11	4	9 1/2	4	7	1	26 6/7
3	7	2	6	9	15 1/3 1/11	4	10	4	8	0	27 1/3
3	7 1/2	2	7	6	15 3/7	4	10 1/2	4	9	0	27 3/4
3	8	2	8	3	15 3/4 1/10	4	11	4	10	0	28 1/10
3	8 1/2	2	9	0	16 1/2	4	11 1/2	4	11	0	28 4/7
3	9	2	9	9	16 1/2	5	0	5	0	0	29 1/4
3	9 1/2	2	10	6	16 5/6	5	0 1/2	5	1	0	29 3/4

Digitized by Google

TABLE des Chutes & des Chocs rélatifs aux Viteſſes.

Viteſſe.		Hauteur de la Chute.			Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pouc.	lignes.	points.	Livres.
5	1	5	2	0	30 1/4
5	1 1/2	5	3	0	30 3/4
5	2	5	4	0	31 1/16
5	2 1/2	5	5	1	31 7/16
5	3	5	6	2	32 1/4
5	3 1/2	5	7	2	32 4/5
5	4	5	8	3	33 1/10
5	4 1/2	5	9	4	33 3/4
5	5	5	10	5	34 1/16
5	5 1/2	5	11	6	34 7/16
5	6	6	0	7	35 5/16
5	6 1/2	6	1	8	36
5	7	6	2	9	36 1/2
5	7 1/2	6	3	11	37 1/16
5	8	6	5	1	37 9/16
5	8 1/2	6	6	2	38 1/4
5	9	6	7	4	38 7/8
5	9 1/2	6	8	6	39 1/4
5	10	6	9	8	39 5/6
5	10 1/2	6	10	10	40 1/16
5	11	7	0	0	41
5	11 1/2	7	1	2	41 4/7
6	0	7	2	5	42 1/7
6	0 1/2	7	3	7	42 1/4
6	1	7	4	10	43 1/3
6	1 1/2	7	6	0	43 11/16
6	2	7	7	3	44 1/16
6	2 1/2	7	8	6	45 1/8
6	3	7	9	9	45 3/4
6	3 1/2	7	11	0	46 3/8
6	4	8	0	3	47
6	4 1/2	8	1	6	47 7/16
6	5	8	2	9	48 1/8
6	5 1/2	8	4	0	48 7/8
6	6	8	5	4	49 7/16
6	6 1/2	8	6	8	50 1/16
6	7	8	8	0	50 3/4
6	7 1/2	8	9	4	51 1/2
6	8	8	10	8	52 1/16
6	8 1/2	9	0	0	52 3/4
6	9	9	1	4	53 1/2
6	9 1/2	9	2	8	54
6	10	9	4	0	54 3/4
6	10 1/2	9	5	5	55 1/2
6	11	9	6	9	56
6	11 1/2	9	8	2	56 3/4
7	0	9	9	7	57 1/4
7	0 1/2	9	11	0	58 1/16
7	1	10	0	5	58 3/4
7	1 1/2	10	1	10	59 1/2
7	2	10	3	3	60 1/8
7	2 1/2	10	4	8	60 5/6
7	3	10	6	1	61 1/2
7	3 1/2	10	7	6	62 1/4
7	4	10	9	0	63
7	4 1/2	10	10	6	63 3/4
7	5	11	0	0	64 1/2
7	5 1/2	11	1	6	65 1/8
7	6	11	3	0	65 7/8
7	6 1/2	11	4	6	66 1/2

Digitized by Google

TABLE des Chutes & des Chocs rélatifs aux Viteſſes.

Viteſſe.		Hauteur de la Chute.				Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouc.	lig.	points.	Livres.
7	7	0	11	6	0	67 1/2
7	7 1/2	0	11	7	6	68 1/15
7	8	0	11	9	0	68 5/6
7	8 1/2	0	11	10	6	69 1/2
7	9	1	0	0	1	70 1/4
7	9 1/2	1	0	1	8	71 1/14
7	10	1	0	3	3	72
7	10 1/2	1	0	4	10	72 7/8
7	11	1	0	6	5	73 1/8
7	11 1/2	1	0	8	0	74 1/7
8	0	1	0	9	7	74 3/4
8	0 1/2	1	0	11	2	75 3/4
8	1	1	1	0	9	76 1/8
8	1 1/2	1	1	2	5	77 1/8
8	2	1	1	4	0	78 1/16
8	2 1/2	1	1	5	8	78 6/7
8	3	1	1	7	4	79 1/8
8	3 1/2	1	1	9	0	80 1/8
8	4	1	1	10	8	81 1/8
8	4 1/2	1	2	0	4	82 1/8
8	5	1	2	2	0	82 1/4
8	5 1/2	1	2	3	8	83 3/4
8	6	1	2	5	4	84 1/2
8	6 1/2	1	2	7	1	85 1/7
8	7	1	2	8	9	86 1/2
8	7 1/2	1	2	10	6	87 1/6
8	8	1	3	0	3	87 3/4
8	8 1/2	1	3	2	0	88 1/2
8	9	1	3	3	9	89 1/2
8	9 1/2	1	3	5	6	90 1/4

Viteſſe.		Hauteur de la Chute.				Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouc.	lig.	points.	Livres.
8	10	1	3	7	3	91 1/3
8	10 1/2	1	3	9	0	92 1/5
8	11	1	3	10	9	93 1/12
8	11 1/2	1	4	0	7	94
9	0	1	4	2	4	94 1/2
9	0 1/2	1	4	4	2	95 1/4
9	1	1	4	6	0	96 4/7
9	1 1/2	1	4	7	10	97 1/2
9	2	1	4	9	8	98 1/2
9	2 1/2	1	4	11	6	99 1/4
9	3	1	5	1	4	100 1/6
9	3 1/2	1	5	3	2	101 1/14
9	4	1	5	5	0	102
9	4 1/2	1	5	6	10	103
9	5	1	5	8	9	104
9	5 1/2	1	5	10	8	104 3/4
9	6	1	6	0	7	105 1/3
9	6 1/2	1	6	2	6	106 7/12
9	7	1	6	4	5	107 1/2
9	7 1/2	1	6	6	4	108 1/2
9	8	1	6	8	3	109 1/2
9	8 1/2	1	6	10	2	110 1/3
9	9	1	7	0	1	111 2/7
9	9 1/2	1	7	2	1	112 1/4
9	10	1	7	4	0	113 1/5
9	10 1/2	1	7	6	0	114 1/6
9	11	1	7	8	0	115 1/8
9	11 1/2	1	7	10	0	116 1/10
10	0	1	8	0	0	117
10	0 1/2	1	8	2	0	118 1/20

TABLE *des Chûtes & des Chocs rélatifs aux Viteſſes.*

VITESSE.		HAUTEURS de la Chute.				CHOC de l'eau.
pieds.	pouces	pieds.	pouc.	lig.	points.	Livres.
10	1	1	8	4	0	119
10	1½	1	8	6	0	120 1/61
10	2	1	8	8	0	181
10	2½	1	8	10	1	122
10	3	1	9	0	1	123
10	3½	1	9	2	2	124
10	4	1	9	4	3	125
10	4½	1	9	6	4	126 1/61
10	5	1	9	8	5	127
10	5½	1	9	10	6	128 1/30
10	6	1	10	0	7	129
10	6½	1	10	2	8	130 1/10
10	7	1	10	4	9	131 1/8
10	7½	1	10	6	10	132 1/6
10	8	1	10	9	0	133 1/5 1/4
10	8½	1	10	11	2	134 1/4
10	9	1	11	1	4	135 1/5
10	9½	1	11	3	6	136 1/3 1/7
10	10	1	11	5	8	137 1/3
10	10½	1	11	7	10	138 1/2 1/3
10	11	1	11	10	0	139 2/3
10	11½	2	0	0	2	140 3/5
11	0	2	0	2	4	141 1/3 1/4
11	0½	2	0	4	6	142 3/4
11	1	2	0	6	9	143 2/3
11	1½	2	0	9	0	144 1/11 1/12
11	2	2	0	11	3	146
11	2½	2	1	1	6	147 1/14
11	3	2	1	3	9	148 1/6
11	3½	2	1	6	0	149 1/4

VITESSE.		HAUTEURS de la Chute.				CHOC de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouc.	lig.	points.	Livres.
11	4	2	1	8	3	150 1/3 1/2
11	4½	2	1	10	6	151 1/2
11	5	2	2	0	9	152 3/5 1/4
11	5½	2	2	3	1	153 1/4 2/3 1/7
11	6	2	2	5	4	154 2/3 1/7
11	6½	2	2	7	8	155 1/7
11	7	2	2	10	0	157
11	7½	2	3	0	4	158 1/8
11	8	2	3	2	8	159 1/3 1/2 1/7
11	8½	2	3	5	0	160 1/2 1/3 1/8
11	9	2	3	7	4	161 1/3
11	9½	2	3	9	8	162 4/5 6/7
11	10	2	4	0	0	163 2/3 1/11
11	10½	2	4	2	4	165 1/11
11	11	2	4	4	9	166 1/4 2/5 4/7
11	11½	2	4	7	2	167 2/5 4/7
12	0	2	4	9	7	168
12	0½	2	5	0	0	170
12	1	2	5	2	5	171 2/3 1/8
12	1½	2	5	4	10	172 1/5 1/2 3/7
12	2	2	5	7	3	173 1/5 1/2 3/7
12	2½	2	5	9	8	174 1/2 3/7
12	3	2	6	0	1	175 3/7
12	3½	2	6	2	7	176 6/7
12	4	2	6	5	0	178
12	4½	2	6	7	6	179 1/7 1/2
12	5	2	6	10	0	180 1/2
12	5½	2	7	0	6	181 3/4 2/3 1/7
12	6	2	7	3	0	182 2/3 1/7
12	6½	2	7	5	6	184

Digitized by Google

TABLE des Chutes & des Chocs rélatifs aux Viteſſes.

Viteſſe.		Hauteurs de la Chute.				Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouc.	lig.	points.	Livres.
12	7	2	7	8	0	185
12	7½	2	7	10	6	186
12	8	2	8	1	0	187
12	8½	2	8	3	7	189
12	9	2	8	6	1	190
12	9½	2	8	8	8	191
12	10	2	8	11	3	192
12	10½	2	9	1	10	194
12	11	2	9	4	5	195
12	11½	2	9	7	0	196
13	0	2	9	9	7	197
13	0½	2	10	0	2	199
13	1	2	10	2	9	200
13	1½	2	10	5	5	201
13	2	2	10	8	0	202
13	2½	2	10	10	8	204
13	3	2	11	1	4	205
13	3½	2	11	3	4	206
13	4	2	11	6	8	208
13	4½	2	11	9	4	209
13	5	3	0	0	0	210
13	5½	3	0	2	8	212
13	6	3	0	5	4	213
13	6½	3	0	8	1	214
13	7	3	0	10	9	216
13	7½	3	1	1	6	217
13	8	3	1	4	3	218
13	8½	3	1	7	0	220
13	9	3	1	9	9	221
13	9½	3	2	0	6	222

Viteſſe.		Hauteurs de la Chute.				Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouc.	lig.	points.	Livres.
13	10	3	2	3	3	224
13	10½	3	2	6	0	225
13	11	3	2	8	9	226
13	11½	3	2	11	7	228
14	0	3	3	2	4	229
14	0½	3	3	5	2	230
14	1	3	3	8	0	232
14	1½	3	3	10	10	233
14	2	3	4	1	8	235
14	2½	3	4	4	6	236
14	3	3	4	7	4	237
14	3½	3	4	10	2	239
14	4	3	5	1	0	240
14	4½	3	5	3	11	241
14	5	3	5	6	9	243
14	5½	3	5	9	8	244
14	6	3	6	0	7	246
14	6½	3	6	3	6	247
14	7	3	6	6	5	249
14	7½	3	6	9	4	250
14	8	3	7	0	3	251
14	8½	3	7	3	2	253
14	9	3	7	6	1	254
14	9½	3	7	9	1	256
14	10	3	8	0	0	257
14	10½	3	8	3	0	259
14	11	3	8	6	0	260
14	11½	3	8	9	0	262
15	0	3	9	0	0	263
15	0½	3	9	3	0	265

Digitized by Google

TABLE *des Chutes & des Chocs rélatifs aux Viteſſes.*

Viteſſe.		Hauteurs de la Chute.				Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouc.	lig.	points.	Livres.
15	1	3	9	6	0	266
15	1½	3	9	9	0	267
15	2	3	10	0	0	269
15	2½	3	10	3	1	270
15	3	3	10	6	1	272
15	3½	3	10	9	2	273
15	4	3	11	0	3	275
15	4½	3	11	3	4	276
15	5	3	11	6	5	278
15	5½	3	11	9	6	279
15	6	4	0	0	7	281
15	6½	4	0	3	8	282
15	7	4	0	6	9	284
15	7½	4	0	9	11	285
15	8	4	1	1	0	287
15	8½	4	1	4	2	288
15	9	4	1	7	4	290
15	9½	4	1	10	6	292
15	10	4	2	1	8	293
15	10½	4	2	4	10	295
15	11	4	2	8	0	296
15	11½	4	2	11	2	298
16	0	4	3	2	4	299
16	0½	4	3	5	6	301
16	1	4	3	8	9	302
16	1½	4	4	0	0	304
16	2	4	4	3	3	306
16	2½	4	4	6	6	307
16	3	4	4	9	9	309
16	3½	4	5	1	0	310

Viteſſe.		Hauteurs de la Chute.				Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouc.	lig.	points.	Livres.
16	4	4	5	4	3	312
16	4½	4	5	7	6	313
16	5	4	5	10	9	315
16	5½	4	6	2	1	317
16	6	4	6	5	4	318
16	6½	4	6	8	8	320
16	7	4	7	0	0	322
16	7½	4	7	3	4	323
16	8	4	7	6	8	325
16	8½	4	7	10	0	326
16	9	4	8	1	4	328
16	9½	4	8	4	8	330
16	10	4	8	8	0	331
16	10½	4	8	11	4	333
16	11	4	9	2	9	335
16	11½	4	9	6	2	336
17	0	4	9	9	7	338
17	0½	4	10	1	0	340
17	1	4	10	4	5	341
17	1½	4	10	7	10	343
17	2	4	10	11	3	345
17	2½	4	11	2	8	346
17	3	4	11	6	1	348
17	3½	4	11	9	7	350
17	4	5	0	1	0	351
17	4½	5	0	4	6	353
17	5	5	0	8	0	355
17	5½	5	0	11	6	356
17	6	5	1	3	0	358
17	6½	5	1	6	6	360

TABLE *des Chutes & des Chocs rélatifs aux Viteſſes.*

VITESSE.		HAUTEURS de la Chute.				CHOC de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouc.	lig.	points.	Livres.
17	7	5	1	10	0	362
17	7½	5	2	1	6	363
17	8	5	2	5	0	365
17	8½	5	2	8	7	367
17	9	5	3	0	1	369
17	9½	5	3	3	8	370
17	10	5	3	7	3	372
17	10½	5	3	10	10	374
17	11	5	4	2	5	375
17	11½	5	4	6	0	377
18	0	5	4	9	7	379
18	0½	5	5	1	2	381
18	1	5	5	4	0	382
18	1½	5	5	8	0	384
18	2	5	6	0	0	386
18	2½	5	6	3	0	388
18	3	5	6	7	0	389
18	3½	5	6	11	0	391
18	4	5	7	3	0	393
18	4½	5	7	6	0	395
18	5	5	7	10	0	396
18	5½	5	8	1	0	398
18	6	5	8	5	0	400
18	6½	5	8	9	0	402
18	7	5	9	0	0	404
18	7½	5	9	4	0	406
18	8	5	9	8	0	407
18	8½	5	10	0	0	409
18	9	5	10	3	0	411
18	9½	5	10	7	0	413
18	10	5	10	11		415
18	10½	5	11	3		417
18	11	5	11	6		419
18	11½	5	11	10		420
19	0	6	0	2		422
19	0½	6	0	6		424
19	1	6	0	10		426
19	1½	6	1	2		428
19	2	6	1	5		430
19	2½	6	1	9		431
19	3	6	2	1		433
19	3½	6	2	5		435
19	4	6	2	9		437
19	4½	6	3	0		439
19	5	6	3	4		441
19	5½	6	3	8		443
19	6	6	4	0		445
19	6½	6	4	4		447
19	7	6	4	8		449
19	7½	6	5	0		450
19	8	6	5	4		452
19	8½	6	5	8		454
19	9	6	6	0		456
19	9½	6	6	4		459
19	10	6	6	8		460
19	10½	6	7	0		462
19	11	6	7	4		464
19	11½	6	7	8		466
20	0	6	8	0		468
20	0½	6	8	4		470

Digitized by Google

TABLE *des Chûtes & des Chocs rélatifs aux Viteſſes.*

VITESSE.		HAUTEURS de la Chute.			CHOC de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouces.	lignes.	Livres.
20	1	6	8	8	472
20	1½	6	9	0	474
20	2	6	9	4	476
20	2½	6	9	8	478
20	3	6	10	0	480
20	3½	6	10	4	482
20	4	6	10	8	484
20	4½	6	11	0	486
20	5	6	11	4	488
20	5½	6	11	8	490
20	6	7	0	0	491
20	6½	7	0	4	494
20	7	7	0	8	495
20	7½	7	1	0	498
20	8	7	1	5	499
20	8½	7	1	9	502
20	9	7	2	1	504
20	9½	7	2	5	506
20	10	7	2	9	508
20	10½	7	3	1	510
20	11	7	3	6	512
20	11½	7	3	10	514
21	0	7	4	2	516
21	0½	7	4	6	518
21	1	7	4	10	520
21	1½	7	5	3	522
21	2	7	5	7	524
21	2½	7	5	11	526
21	3	7	6	3	528
21	3½	7	6	8	530

VITESSE.		HAUTEURS de la Chute.			CHOC de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouces.	lignes.	Livres.
21	4	7	7	0	532
21	4½	7	7	4	534
21	5	7	7	8	536
21	5½	7	8	1	539
21	6	7	8	5	541
21	6½	7	8	9	543
21	7	7	9	2	545
21	7½	7	9	6	547
21	8	7	9	10	549
21	8½	7	10	3	551
21	9	7	10	7	553
21	9½	7	10	11	555
21	10	7	11	4	558
21	10½	7	11	8	560
21	11	8	0	0	562
21	11½	8	0	5	564
22	0	8	0	9	566
22	0½	8	1	2	568
22	1	8	1	6	570
22	1½	8	1	10	572
22	2	8	2	3	575
22	2½	8	2	7	577
22	3	8	3	0	579
22	3½	8	3	4	581
22	4	8	3	9	583
22	4½	8	4	1	586
22	5	8	4	6	588
22	5½	8	4	10	590
22	6	8	5	3	592
22	6½	8	5	7	594

Digitized by Google

TABLE des Chutes & des Chocs rélatifs aux Viteſſes.

Viteſſe.		Hauteurs de la Chute.			Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouces.	lignes.	Livres.
22	7	8	6	0	597
22	7 1/2	8	6	4	599
22	8	8	6	9	601
22	8 1/2	8	7	1	603
22	9	8	7	6	606
22	9 1/2	8	7	10	608
22	10	8	8	3	610
22	10 1/2	8	8	7	612
22	11	8	9	0	614
22	11 1/2	8	9	5	617
23	0	8	9	9	619
23	0 1/2	8	10	2	621
23	1	8	10	6	623
23	1 1/2	8	10	11	626
23	2	8	11	4	628
23	2 1/2	8	11	8	630
23	3	9	0	1	632
23	3 1/2	9	0	5	635
23	4	9	0	10	637
23	4 1/2	9	1	3	639
23	5	9	1	8	641
23	5 1/2	9	2	0	643
23	6	9	2	5	646
23	6 1/2	9	2	10	648
23	7	9	3	2	651
23	7 1/2	9	3	7	653
23	8	9	4	0	655
23	8 1/2	9	4	5	657
23	9	9	4	9	660
23	9 1/2	9	5	2	662
23	10	9	5	7	665
23	10 1/2	9	6	0	667
23	11	9	6	4	669
23	11 1/2	9	6	9	672
24	0	9	7	2	674
24	0 1/2	9	7	7	676
24	1	9	8	0	679
24	1 1/2	9	8	4	681
24	2	9	8	9	683
24	2 1/2	9	9	2	686
24	3	9	9	7	688
24	3 1/2	9	10	0	690
24	4	9	10	5	693
24	4 1/2	9	10	9	695
24	5	9	11	2	697
24	5 1/2	9	11	7	700
24	6	10	0	0	702
24	6 1/2	10	0	5	705
24	7	10	0	10	707
24	7 1/2	10	1	3	709
24	8	10	1	8	712
24	8 1/2	10	2	1	714
24	9	10	2	6	717
24	9 1/2	10	2	11	719
24	10	10	3	4	721
24	10 1/2	10	3	9	724
24	11	10	4	2	726
24	11 1/2	10	4	7	729
25	0	10	5	0	731
25	0 1/2	10	5	5	734

Digitized by Google

TABLE *des Chutes & des Chocs rélatifs aux Viteſſes.*

VITESSE.		HAUTEURS de la Chute.			CHOC de l'eau.
pieds.	pouces	pieds.	pouces.	lignes.	Livres.
25	1	10	5	10	736
25	1½	10	6	3	739
25	2	10	6	8	741
25	2½	10	7	0	743
25	3	10	7	6	746
25	3½	10	7	11	748
25	4	10	8	4	751
25	4½	10	8	9	753
25	5	10	9	2	756
25	5½	10	9	7	758
25	6	10	10	0	761
25	6½	10	10	5	763
25	7	10	10	10	766
25	7½	10	11	3	768
25	8	10	11	9	771
25	8½	11	0	2	773
25	9	11	0	7	776
25	9½	11	1	0	779
25	10	11	1	5	781
25	10½	11	1	10	783
25	11	11	2	4	786
25	11½	11	2	9	788
26	0	11	3	0	791
26	0½	11	3	7	793
26	1	11	4	0	796
26	1½	11	4	6	799
26	2	11	4	11	801
26	2½	11	5	4	804
26	3	11	5	9	806
26	3½	11	6	3	809
26	4	11	6	8	811
26	4½	11	7	1	814
26	5	11	7	6	816
26	5½	11	8	0	819
26	6	11	8	5	822
26	6½	11	8	10	824
26	7	11	9	4	827
26	7½	11	9	9	829
26	8	11	10	2	832
26	8½	11	10	8	835
26	9	11	11	1	837
26	9½	11	11	6	840
26	10	12	0	0	842
26	10½	12	0	5	845
26	11	12	0	10	848
26	11½	12	1	4	850
27	0	12	1	9	853
27	0½	12	2	3	856
27	1	12	2	8	858
27	1½	12	3	2	861
27	2	12	3	7	864
27	2½	12	4	0	866
27	3	12	4	6	869
27	3½	12	4	11	871
27	4	12	5	5	874
27	4½	12	5	10	877
27	5	12	6	4	880
27	5½	12	6	9	882
27	6	12	7	3	885
27	6½	12	7	8	888

Digitized by Google

TABLE des Chutes & des Chocs rélatifs aux Viteſſes.

Viteſſe.		Hauteurs de la Chute.			Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouces.	lignes.	Livres.
27	7	12	8	2	890
27	7½	12	8	7	893
27	8	12	9	1	896
27	8½	12	9	7	898
27	9	12	10	0	901
27	9½	12	10	5	904
27	10	12	10	11	906
27	10½	12	11	4	909
27	11	12	11	10	912
27	11½	13	0	4	915
28	0	13	0	9	917
28	0½	13	1	2	920
28	1	13	1	8	923
28	1½	13	2	2	926
28	2	13	2	8	928
28	2½	13	3	1	931
28	3	13	3	7	934
28	3½	13	4	1	937
28	4	13	4	6	939
28	4½	13	5	0	942
28	5	13	5	6	945
28	5½	13	5	11	948
28	6	13	6	5	950
28	6½	13	7	0	953
28	7	13	7	5	956
28	7½	13	7	10	959
28	8	13	8	4	962
28	8½	13	8	10	965
28	9	13	9	3	967
28	9½	13	9	9	970

Viteſſe.		Hauteurs de la Chute.				Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouc.	lig.	points.	Livres.
28	10	13	10	3		973
28	10½	13	10	9		976
28	11	13	11	2		978
28	11½	13	11	8		981
29	0	14	0	2		984
29	0½	14	0	8		987
29	1	14	1	2		990
29	1½	14	1	7		992
29	2	14	2	0		996
29	2½	14	2	7		998
29	3	14	3	1		1001
29	3½	14	3	7		1004
29	4	14	4	1		1007
29	4½	14	4	7		1010
29	5	14	5	0		1013
29	5½	14	5	6		1016
29	6	14	6	0		1019
29	6½	14	6	6		1021
29	7	14	7	0		1024
29	7½	14	7	6		1027
29	8	14	8	0		1030
29	8½	14	8	6		1033
29	9	14	9	0		1036
29	9½	14	9	6		1039
29	10	14	10	0		1042
29	10½	14	10	6		1045
29	11	14	11	1		1048
29	11½	14	11	6		1050
30	0	15	0	0		1053
		Fin de la Table.				

SECTION

SECTION XII.

Des Corps plongés dans l'eau.

Quand on poſe légérement un corps ſur la ſurface d'une eau dormante, il arrive néceſſairement l'un de ces trois cas.

1°. Si la peſanteur ſpécifique du corps eſt moindre que celle de l'eau, *il ſurnagera* & ne s'enfoncera que pour occuper un volume d'eau d'une peſanteur égale à la ſienne.

2°. Si la peſanteur ſpécifique du corps eſt égale à celle de l'eau, il s'enfoncera *totalement* & reſtera immobile entre deux eaux.

3°. Si la peſanteur ſpécifique du corps eſt plus grande que celle de l'eau, il deſcendra, & ſera pouſſé vers *le fonds* avec une force exprimée par *l'excès* de ſon poids ſur celui du volume d'eau dont il occupe la place.

Un corps d'une peſanteur ſpécifique moindre que celle de l'eau, ne s'y enfonce qu'en partie.

616. Pour démontrer le premier cas, je ſuppoſe que l'on a poſé ſur la ſurface de l'eau un vaiſſeau priſmatique ABCD, de la péſanteur duquel nous ferons abſtraction ; qu'enſuite on y a verſé doucement de l'eau juſqu'à la hauteur EF, que nous conſidérerons comme une augmentation faite à celle de la colomne de deſſous GADH, qui ſe trouvant alors plus peſante que chacune des autres de même baſe, deſcendra & les fera toutes monter pour ſe mettre de niveau avec elle ; (326) ainſi le premier *aefd* pourra être regardé comme faiſant partie de la totalité de l'eau. FIG. 77. & 78.

Comme le poids de l'eau contenue dans le vaiſſeau *abcd* a été la ſeule cauſe de ſon enfoncement, l'on voit que ſi l'on ſubſtituoit un corps d'une peſanteur égale à la ſienne, le vaiſſeau s'enfonceroit à la même profondeur qu'auparavant, c'eſt-à-dire, qu'il occuperoit encore la place d'un volume d'eau d'un poids égal à celui qu'il contiendra. Voilà ce qui fait que les bateaux peuvent être chargez ſans couler à fond, du poids de quelque matiere que l'on voudra, pourvû qu'il ne ſoit pas tout-à-fait ſi grand que celui de l'eau qu'ils peuvent contenir.

Si le vaiſſeau *abcd* étoit un corps ſolide d'une peſanteur égale à l'eau qu'il peut contenir, il s'enfoncera encore à la même profondeur qu'auparavant, pour n'occuper que la place d'un volume d'eau d'une peſanteur égale à la ſienne ; ce qui arrivera toujours de quelque figure que ſoit ce corps.

Conſéquences tirées du principe précédent.

617. Il ſuit que la peſanteur ſpécifique du priſme *abcd*, conſidéré comme un ſolide, ſera à la peſanteur ſpécifique de l'eau réciproquement, comme la hauteur *ea* de l'eau où le priſme s'eſt enfoncé, eſt à la hauteur *ab* du priſme même.

618. Il ſuit encore que lorſqu'on enfonce entierement dans l'eau un corps plus léger que le volume qu'il déplace, il eſt repouſſé de bas en haut par les colomnes d'alentour, avec une force égale à l'excès du poids de ce volume ſur celui du corps.

619 Il eſt bon de remarquer qu'un même corps s'enfoncera plus ou moins dans des liqueurs de peſanteurs ſpécifiques differentes; par exemple, un vaiſſeau chargé s'enfoncera plus dans une riviere que dans la mer, parce que l'eau douce eſt plus légere que celle de la mer.

Maniere de retirer les vaiſſeaux ſubmergés.

620. On a ſçu mettte à profit le principe précédent pour retirer du fond de la mer des vaiſſeaux ſubmergez. Pour cela on ſe ſert de trois vaiſſeaux, dont l'un eſt leſté de façon à demeurer à fleur d'eau, on le conduit au-deſſus du vaiſſeau ſubmergé, & on les fait attacher enſemble par des plongeurs, enſuite on décharge le premier de ſon leſte que l'on met dans un des deux autres qui doit être plus grand; celui qui eſt ſubmergé monte à meſure qu'on décharge celui avec lequel il eſt attaché: quand celui-ci eſt vuide & que le ſecond eſt chargé, on l'attache tout de nouveau au ſubmergé; on le vuide enſuite dans un troiſiéme plus grand que le ſecond, ce qui fait encore monter le ſubmergé, & on continue cette manœuvre juſqu'à ce qu'il ſoit à fleur d'eau.

FIG. 78. & 79.

Un corps d'une peſanteur ſpécifique égale à celle de l'eau, s'y maintient en équilibre à quelque profondeur qu'il y ſoit plongé.

621. Il eſt aiſé préſentement d'expliquer le ſecond cas, car ſi on continue de verſer de l'eau dans le vaiſſeau *abcd* pour le remplir, il s'enfoncera de plus en plus, tant que les ſurfaces des deux eaux ſoient confondues, alors le vaiſſeau étant entierement plongé dans le réſervoir, fera partie de la colomne *gbch*, laquelle s'étant miſe en équilibre avec toutes les autres, ce vaiſſeau s'y trouvera auſſi.

Si la hauteur *bg* de la colomne *gbch* contient pluſieurs fois celle du vaiſſeau, cette colomne ſera compoſée de pluſieurs priſmes *abcd*; & comme il ſera indifférent à l'équilibre que l'un d'eux ſoit plûtôt ſitué vers le niveau de l'eau que vers le fond, l'on voit qu'à quelqu'endroit que ſoit placé le vaiſſeau, ou un corps ſolide d'une peſanteur égale à celle du volume d'eau, dont il peut occuper la place, il ſe maintiendra en équilibre avec toute celle dont il ſera environné.

622. Puiſque le volume qu'un corps occupe dans l'eau peut être conſidéré comme faiſant partie de la totalité de l'eau même, il ſuit que quand un corps d'une peſanteur ſpécifique égale ou moindre que celle de l'eau s'y trouve plongé, le fond du vaiſſeau eſt plus chargé qu'il n'étoit auparavant du poids de l'eau dont ce corps occupe la place, ou de celui du corps même.

Digitized by Google

623. A l'égard du troiſiéme cas, un corps ne ſe maintenant entre deux eaux, qu'autant qu'il eſt ſoutenu en équilibre par une force égale au poids du volume d'eau dont il occupe la place, l'on voit que lorſque ce corps eſt plus peſant que celui du même volume, il doit ſurmonter la réſiſtance qui lui eſt oppoſée, & deſcendre avec toute la force qui lui reſte, c'eſt-à-dire avec l'excès de ſon poids ſur celui du volume dont il occupe la place.

Les corps perdent dans l'eau une partie de leur poids égale à celui du volume dont ils occupent la place.

624. Il ſuit de-là que les corps perdent dans l'eau une partie de leur poids, égale à celui du volume d'eau dont ils occupent la place.

625. L'on tire de cette conſéquence le moyen de trouver le rapport de la peſanteur ſpécifique d'un corps à celle de l'eau; car ſi on le poſe dans de juſtes balances, & qu'on le trouve de 12 ℔, qu'enſuite on le ſuſpende avec un fil fort délié à l'un des baſſins de la balance pour le plonger entierement dans l'eau; ſi on s'apperçoit qu'il ne peſe plus que 7 ℔, c'eſt une marque qu'il occupe le volume de 5 ℔ d'eau, que par conſéquent la peſanteur ſpécifique de ce corps eſt à celle de l'eau: comme 12 eſt à 5.

Maniere de connoître le rapport de la peſanteur ſpécifique des corps à celle de l'eau.

626. Quand on ſçait quelle partie de ſon poids un corps perd dans l'eau, ou quelle eſt la peſanteur de celle dont il occupe la place, il eſt aiſé d'en avoir la ſolidité quelqu'irrégulier qu'il ſoit, parce qu'il y aura toujours même raiſon du poids d'un pied cube d'eau au nombre de pouces contenu dans un pied cube, que du poids de l'eau dont ce corps peut occuper la place, au nombre de pouces qui doit en exprimer le volume; ainſi ſuppoſant comme dans l'exemple précedent qu'un corps du poids de 12 ℔ occupe la place de 5 ℔ d'eau, on dira comme 70 eſt à 1728; ainſi 5 eſt au volume que l'on cherche, qu'on trouvera de 123 $\frac{1}{7}$ pouces.

Maniere de connoître la ſolidité des corps irréguliers en les plongeans dans l'eau.

Pour ſçavoir combien peſera un pied cube de la même matiere, on dira ſi 123 $\frac{1}{7}$ pouces peſent 12 ℔, combien peſeront 1728 pouces, on trouvera 168 ℔ pour le poids du pied cube.

627. C'eſt par de pareilles expériences que l'on a trouvé que *l'Or* perd dans l'eau la dix-neuviéme partie de ſon poids; le *Mercure* la quatorziéme, le *Plomb* la douziéme, *l'Argent* la dixiéme, le *Cuivre* la neuviéme, le *Fer* la huitiéme, & *l'Etain* la ſeptiéme.

628. On tire de là le ſecret de connoître la quantité d'alliage qu'il y a dans une piéce de monnoye ou dans un morceau de métal quelconque, comme on le va voir par un Problême tiré de notre *Cours de Mathématique*, qui ſe réduit à faire l'analyſe de l'alliage du métal dont le canon eſt compoſé.

Maniere de faire l'analiſe des métaux mixtes ou hétérogenes.

Il faut d'abord être prévenu que le *métal* dont on fait les piéces d'Artillerie eſt compoſé de *roſette*, que l'on nomme communément Cuivre rouge, & d'*Etain* fin d'Angleterre; que la proportion que l'on obſerve ordinairement pour la quantité de ces deux métaux eſt de 25 livres de Roſette ſur 3 ℔ d'Etain.

Comme il arrive fréquemment de fondre d'anciennes piéces qui ſont hors d'état de ſervir, pour en faire de nouvelles, & que ſouvent les Fondeurs ſont embarraſſez pour ſçavoir ſi le métal eſt conforme à l'alliage qu'ils ont coutume de ſuivre, pour qu'il ne ſoit ni trop aigre ni trop doux; voici comme on en pourra juger en ſe rappellant que l'Etain perd dans l'eau la ſeptiéme partie de ſon poids, & la Roſette la neuviéme partie. (627)

Pour connoître la quantité de Roſette & d'Etain qui ſe trouve dans une piéce de 24, du poids de 5200 ℔, il faut peſer bien exactement un de ſes tronçons, que nous ſuppoſerons avoir été trouvé de 163 ℔, le peſer enſuite dans l'eau, pour voir quelle eſt ſa perte que nous ſuppoſerons de 19 ℔. Préſentement il faut conſiderer ce morceau comme étant tout *Roſette*, alors ſa perte dans l'eau ſera $\frac{163}{9}$, & le conſidérant auſſi comme étant tout d'*Etain*, ſa perte ſera $\frac{163}{7}$; nommant x la quantité de Roſette, & y la quantité d'Etain que l'on cherche, nous ſuppoſerons $a = 163$, $b = 19$, $c = \frac{163}{9}$, $d = \frac{163}{7}$. Pour parvenir à la connoiſſance de x & de y, il faut dire comme le poids du métal, conſidéré comme Roſette, eſt à la perte du même; ainſi la quantité de Roſette inconnue eſt à la perte de la même, qui donne $a, c :: x, \frac{cx}{a}$; enſuite comme le poids du métal, conſidéré comme Etain, eſt à la perte du même, ainſi l'Etain que l'on cherche eſt à ſa perte, d'où l'on tire encore a; $d :: y, \frac{dy}{a}$, qui donnent $\frac{cx}{a} + \frac{dy}{a} = b$; comme x & y repréſentent la Roſette & l'Etain qui compoſent le métal, l'on aura encore $x + y = a$, ou $x = a - y$; ſubſtituant la valeur de x dans l'équation précedente, il viendra $\frac{ac - yc + dy}{a} = b$, ou $dy - yc = ab - ac$, ou $y = \frac{ab - ac}{d - c}$, qui étant ſubſtitué dans $x = a - y$, donne $x = a + \frac{ac - ab}{d - c}$, faiſant les opérations indiquées par les lettres l'on trouvera $x = 135$, & $y = 28$.

Digitized by Google

Préſentement il faut dire, ſi dans 163 ℔ de métal, il y a 28 ℔ d'Etain, combien y en aura-t-il dans 5200 ℔, poids de la piéce? l'on en trouvera environ 894 ℔, & par conſéquent 4306 ℔ de Roſette.

Mais comme la raiſon de 4306 à 894 n'eſt pas celle de 25 à 3, parce que nous avons ſuppoſé qu'il y avoit dans le métal beaucoup plus d'Etain qu'il n'en falloit, il ſera facile de ſçavoir combien il faut ajoûter de Roſette, pour que l'alliage ſoit bien fait, en diſant: Si pour 3 ℔ d'Etain il faut 25 ℔ de Roſette, combien en faudra-t-il pour 894, on trouvera qu'il en faut 7450 ℔, & comme il y en a déja 4306 ℔, il faudra n'en ajoûter que 3144 ℔.

L'Hiſtoire rapporte que *Hieron* Roi de *Syracuſe* ayant donné 18 livres d'Or à un Orfévre pour lui faire une Couronne, voulut ſçavoir quand elle fut achevée ſi elle étoit d'or pur, ſoupçonnant que l'Orfévre pouvoit y avoir mêlé beaucoup d'argent; il propoſa ſa difficulté au fameux Archimede, qui n'apperçut pas d'abord de quelle maniere il pourroit ſatisfaire le Prince. Un jour qu'il étoit dans le bain, l'eſprit occupé du Problême qu'il cherchoit, il apperçut tout d'un coup la voye pour le réſoudre, & en fut ſi charmé, qu'il ſortit du bain, courut tout nud chez lui pour faire l'expérience qu'il avoit médité, ſans s'appercevoir qu'il avoit oublié de prendre ſes vêtemens, & criant en chemin, *je l'ai trouvé, je l'ai trouvé.*

Quoique les Métaux ſoient plus peſans que l'eau, cela n'empêche pas qu'une boule creuſe d'Etain ou de Cuivre ne ſurnage, ſi elle eſt plus légére que le poids d'un volume d'eau égal au ſien, puiſqu'elle ne peut être en équilibre qu'avec celui d'une quantité d'eau égale à ſa peſanteur propre. FIG. 80. & 81.

629. Il peut auſſi arriver qu'un corps maſſif, dont la peſanteur ſpécifique ſeroit plus grande que celle de l'eau, ſurnage ou ſe maintienne en équilibre entre deux eaux, s'il eſt attaché à un autre corps d'une peſanteur ſpécifique beaucoup moindre que celle de l'eau: par exemple, ſi le priſme CEDH n'eſt enfoncé dans l'eau que ſur la hauteur CF, on pourra ſuppoſer que tout ſon poids eſt réuni dans la partie CFGH, & conſidérer l'autre FEDG, comme n'ayant aucune peſanteur; or ſi au centre de gravité de ce priſme on ſuſpend un corps P d'une peſanteur ſpécifique double de celle de l'eau, & qu'on ſuppoſe pour plus d'intelligence le volume de ce corps égal à CFGH, il fera deſcendre le priſme ſur la profondeur CK double de CF, après quoi ils ſe maintiendront l'un & l'autre en repos, parce que le corps P ne péſant plus que la moi-

Un corps d'une peſanteur ſpécifique, plus grande que celle de l'eau y peut être ſoutenu lorſqu'il eſt attaché à un autre d'une peſanteur ſpécifique moindre.

tié de ce qu'il peſoit dans l'air, ſera en équilibre avec le poids du volume d'eau qu'occupe la partie FKMG, qui n'eſt maintenue dans l'eau que par la contrainte où l'aſſujettit la peſanteur qui reſte au poids P.

Le volume du corps P, & celui de la partie FKMG du priſme ayant fait monter la ſurface de l'eau au point où elle ſeroit parvenue ſi au lieu d'y avoir plongé le corps P, on y avoit verſé une quantité d'eau d'un poids égal à celui de ce corps, l'on voit que le fond du vaiſſeau en ſera autant chargé, que s'il le ſoutenoit immédiatement. (622)

Si l'on vient à couper le fil, le corps deſcendra, & le priſme CEDH remontera pour reprendre ſa ſituation naturelle; alors ſi l'on ſuppoſe le vaiſſeau fort profond, le fond pendant le tems de la deſcente du corps ſera moins chargé qu'il l'étoit de l'excès de la peſanteur du corps ſur celle du volume d'eau dont il occupe la place; (623) car le priſme étant remonté de la hauteur FK, la ſurface de l'eau ſera autant deſcendue que ſi on en avoit ôté un volume d'eau égal à celui de la partie FKMG.

Quand un corps d'une peſanteur ſpécifique, plus grande que celle de l'eau, y eſt plongé, il ceſſe en deſcendant de charger le fond du vaiſſeau avec toute ſa peſanteur.

630. On peut donc établir ce principe général, que tant qu'un corps étranger eſt ſoutenu dans l'eau, il fait partie de ſon poids total, & charge de toute ſa peſanteur le fond du vaiſſeau; mais que depuis l'inſtant qu'il commence à deſcendre librement juſqu'à ce qu'il ait atteint le fond, ce fond eſt ſoulagé de l'excès de la peſanteur du corps ſur celle du volume d'eau, dont il occupe la place.

631. Il ſuit que plus la peſanteur ſpecifique d'un corps ſera grande, par rapport à celle du fluide dans lequel il eſt ſoutenu, plus le fond ſera ſoulagé lorſque ce corps viendra à deſcendre: par exemple, la peſanteur ſpécifique du Mercure étant à celle de l'eau comme 14 eſt à 1; (627) ſi une certaine quantité de Mercure étoit ſoutenue dans l'eau, par quelque moyen que ce ſoit, auſſi-tôt qu'il viendra à deſcendre, le fond ſera ſoulagé des treize quatorziémes de ſon poids.

632. M. *Leibnits* dans une lettre écrite à M. l'Abbé *Bignon* en 1711. pour lui expliquer ſon opinion ſur la cauſe de l'effet du *Barométre*, dont il eſt fait mention dans l'Hiſtoire de l'Académie Royale des Sciences de même année, *dit qu'un corps étranger qui eſt dans un liquide, peſe avec ce liquide & fait partie de ſon poids total tant qu'il eſt ſoutenu; mais que s'il ceſſe de l'être & tombe par conſequent, ſon poids ne fait plus partie du liquide, qui par là vient à peſer moins.*

J'ai été quelque tems en peine de ſçavoir dans quel ſens il fal-

Digitized by Google

loit prendre ce discours, ne pouvant m'imaginer qu'un Sçavant de la premiere Classe, tel que M. Leibnitz, eut pensé que lorsqu'un corps plongé dans l'eau venoit à descendre, il cessoit de faire partie de son poids & de presser le fond, comme il l'insinue en termes clairs; car que le corps soit soutenu ou qu'il descende, il occupe toujours un volume d'eau égal au sien, qui ne peut être soutenu que par le fond du vaisseau; & pouvois-je croire qu'il ne se fut point apperçu que pendant la descente du corps, le fond ne pouvoit être soulagé que de l'excès da sa pesanteur sur celle de l'eau, dont il occupe la place, comme je crois l'avoir prouvé; & ce qui paroît bien surprenant, c'est que M. de Fontenelle après avoir formé les mêmes objections, semble vouloir prouver le sentiment de M. Leibnits. Voici ses termes.

» Malgré ces objections, le principe subsiste, quand on l'examine » de plus près; ce qui porte un corps pesant en est pressé; une ta- » ble, par exemple, qui porte une masse de fer d'une livre en est » pressée, & ne l'est que parce qu'elle soûtient toute l'action & tout » l'effort que la cause de la pesanteur, quelle qu'elle soit, exerce sur « cette masse de fer pour la pousser plus bas. Si la table cédoit » & obéissoit à l'action de cette cause de la pesanteur, elle ne se- » roit point pressée & ne porteroit plus rien. De même le fond d'un » vase qui contient un liquide s'oppose à toute l'action de la cause » de la pesanteur contre ce liquide; si un corps étranger y nage, » le fond s'oppose aussi à cette même action contre ce corps, qui « étant en équilibre avec le liquide, en est à cet égard une véri- » table partie; ainsi le fond est pressé, par le liquide & par le « corps étranger, & il les porte tous deux. Mais si ce corps tombe » il obéit à l'action de la pesanteur, & par conséquent le fond ne » la soutient plus, & il ne la soutiendra que quand le corps sera » descendu jusqu'à lui; *donc pendant tout le tems de la chûte le fond* » *est soulagé du poids de ce corps qui n'est plus porté par rien*, mais pous- » sé par la cause de la pesanteur, à laquelle rien ne l'empêche de » céder.

Le principe de M. Leibnits pouvant avoir lieu sans aucune modification, lorsqu'il s'agira d'un corps dont la pesanteur spécifique sera infiniment plus grande que celle du fluide dans lequel il sera soutenu, il ne s'en sert pas moins heureusement pour expliquer d'une maniere ingénieuse & solide la cause des variations du Barométre, comme nous le ferons voir au commencement du second Volume, où il sera parlé des propriétez de l'air.

633. Pour voir si effectivement le fond d'un vaisseau étoit moins *Expérience qui confirme que les*

corps qui descendens dans l'eau ne pressent pas le fond avec toute leur pesanteur.

chargé quand le corps descend, que lorsqu'il est soutenu dans l'eau; M. *Ramazzini* Professeur de Padoue a attaché aux deux bouts d'un fil deux corps, l'un plus pesant, & l'autre plus léger que l'eau; les ayant mis dans un tuyau plein d'eau suspendu à un des bras d'une balance, & disposé le tout en équilibre avec un poids, il a coupé le fil où étoit attaché les deux corps; aussi-tôt que le plus pesant a descendu, l'équilibre s'est rompu, & le poids qui étoit de l'autre côté a fait monter le tuyau; cette Experience a réussi de même à M. de *Reaumur* à qui l'Académie Royale des Sciences en avoit donné le soin.

Selon l'arrangement que j'avois d'abord donné à ce premier Livre, il devoit contenir un quatriéme Chapitre *de la Nature & des Propriétez de l'Air*, comme on a dû s'en appercevoir aux endroits où j'en ai fait mention; mais dans le cours de l'impression ayant pensé qu'il seroit mieux placé au commencement du second Volume, pour être plus lié avec la théorie des Pompes auxquelles il sert d'introduction, j'ai pris ce dernier parti.

Fin du Premier Livre.

Digitized by Google

Fig. 2.

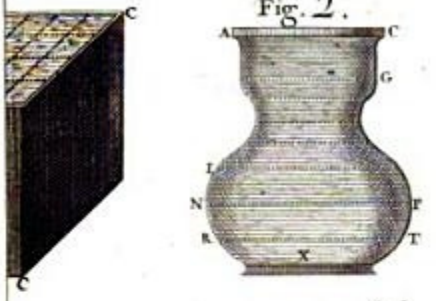


Fig. 3.

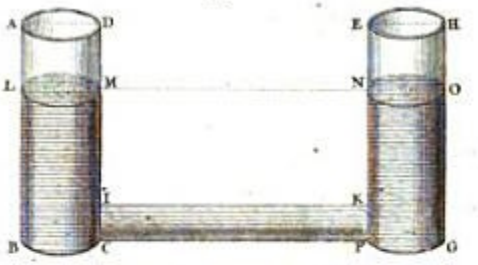


Fig. 5.

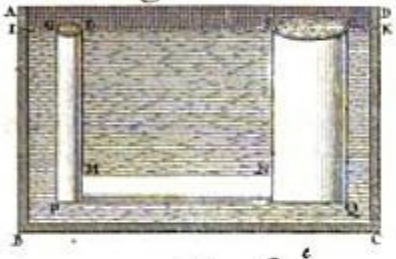


Fig. 6.

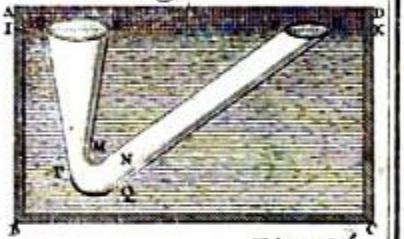


Fig. 8.

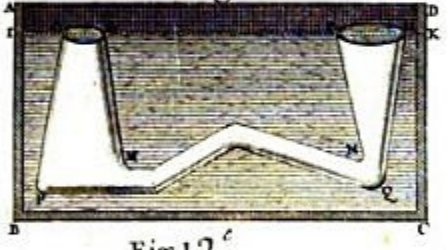
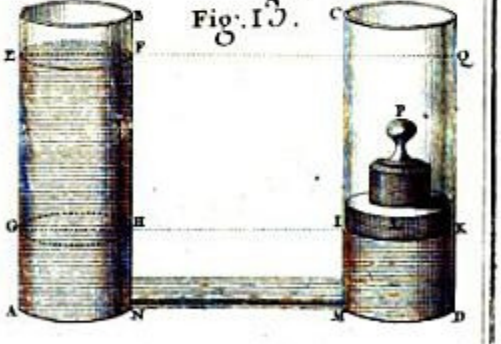


Fig. 9.

Fig. 11.

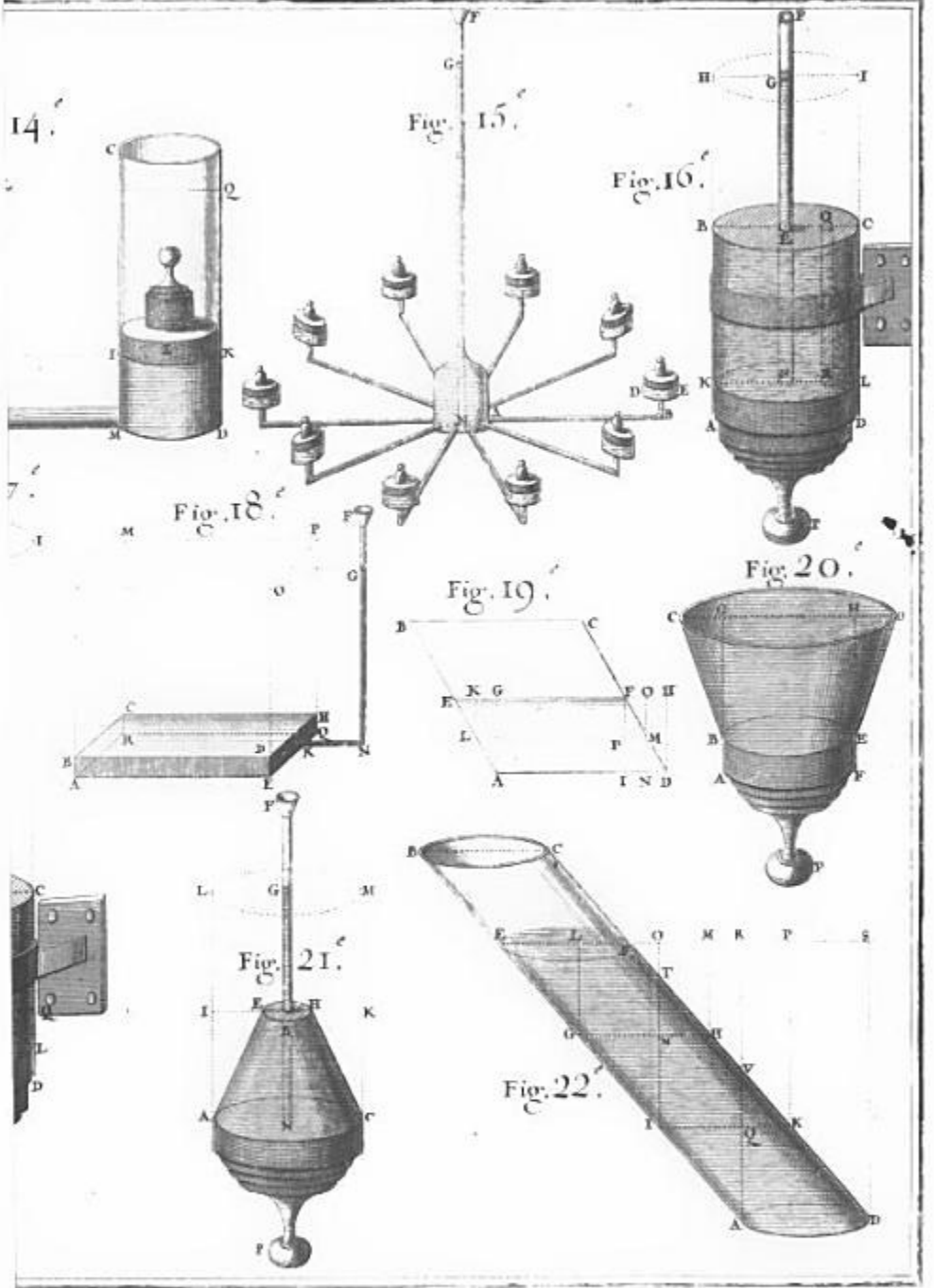
Fig. 12.

Fig. 13.



Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 24.

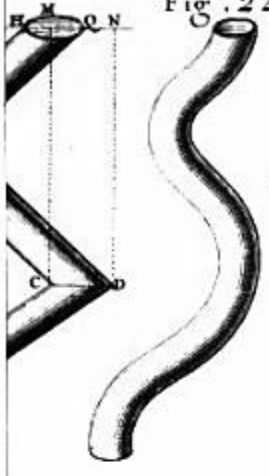
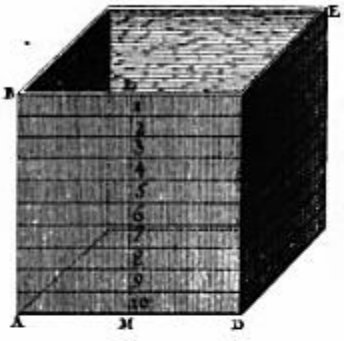


Fig. 25.



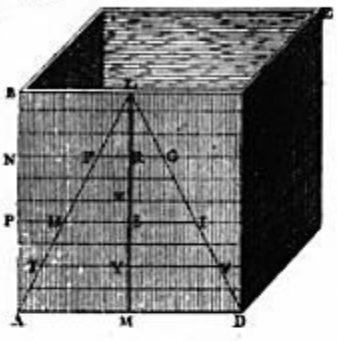


Fig. 28.

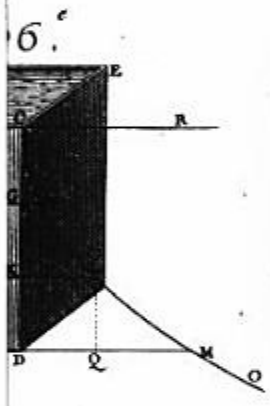
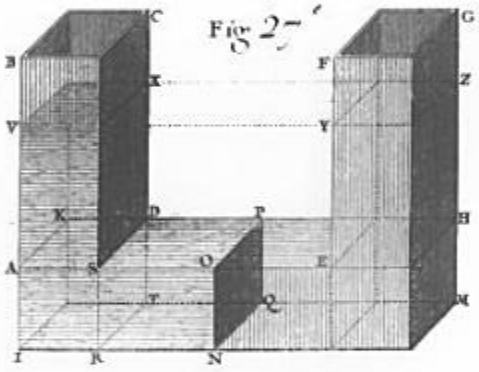


Fig. 27.



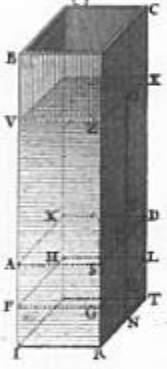


Fig. 29.

Fig. 30.

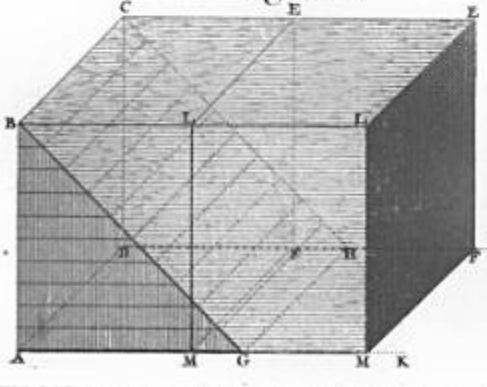
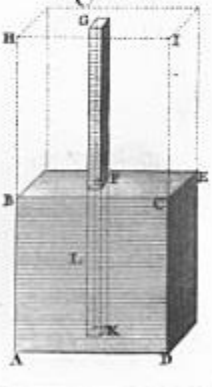


Fig. 31.



Digitized by Google

Digitized by Google

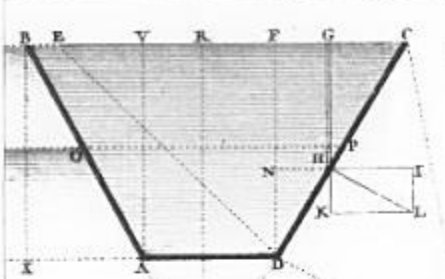


Fig. 33.

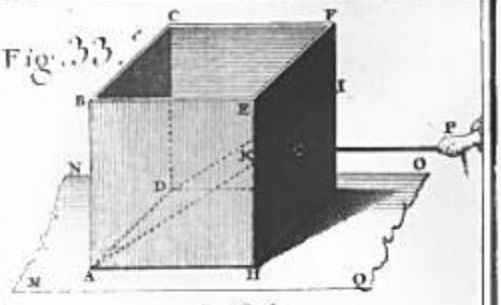


Fig. 35.

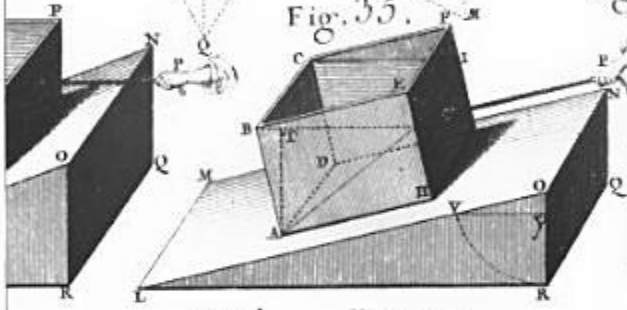


Fig. 36.

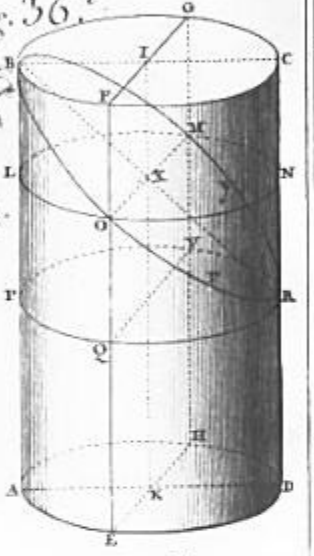


Fig. 38.

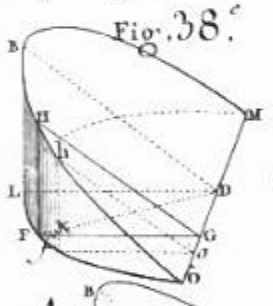


Fig. 39.

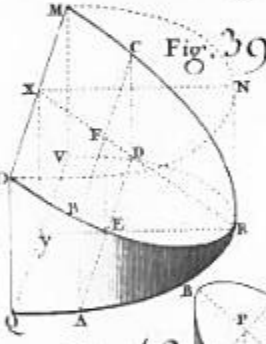


Fig. 41.

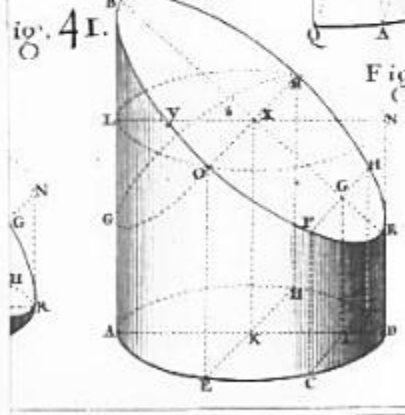


Fig. 42.

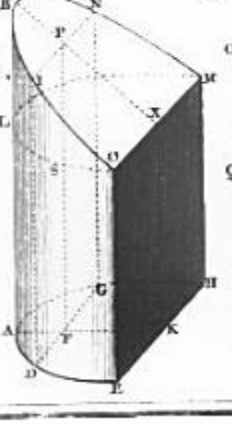
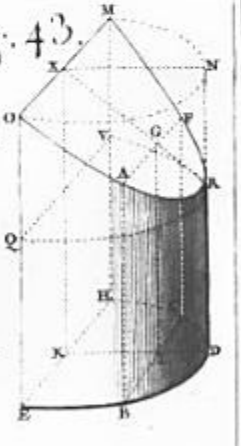


Fig. 43.



Digitized by Google

Digitized by Google

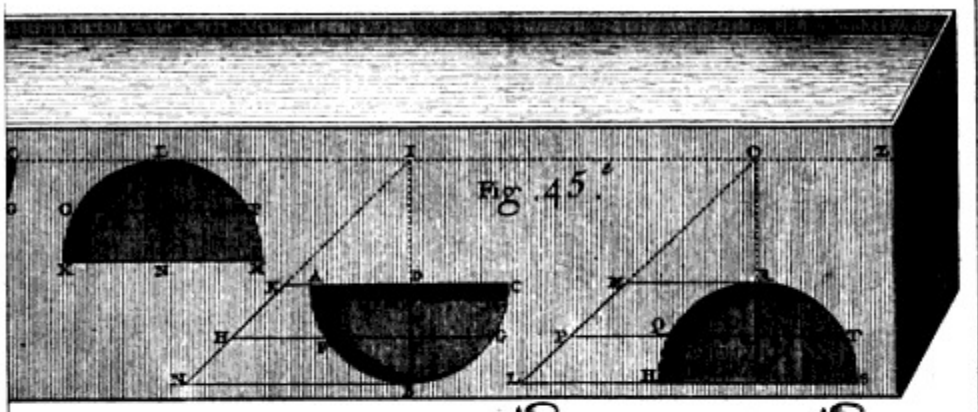


Fig. 45.e

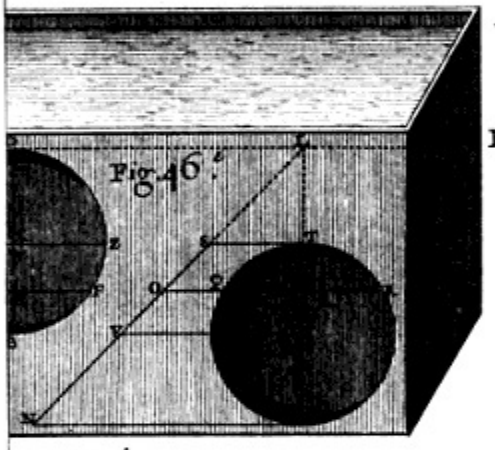


Fig. 46.e

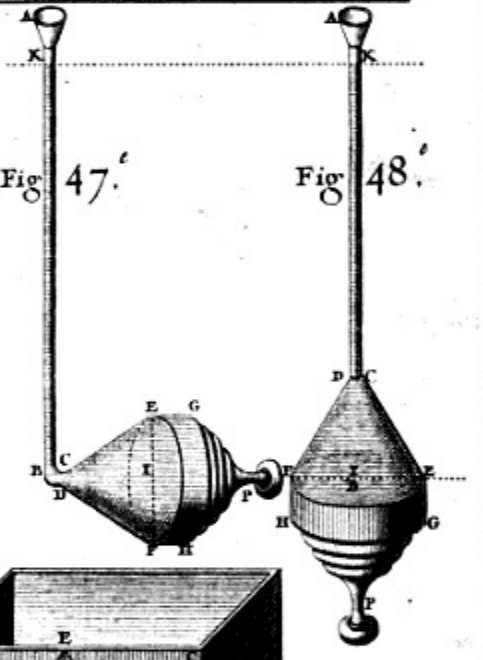


Fig. 47.e

Fig. 48.e

g. 49.e

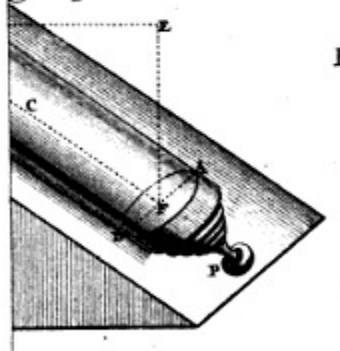
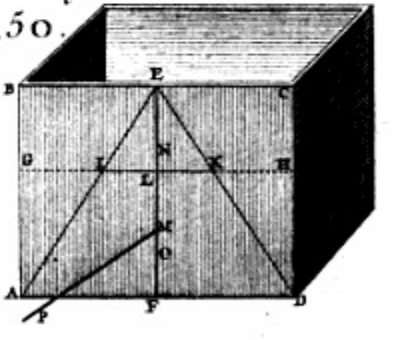


Fig. 50.e



Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 51.

Fig. 52.

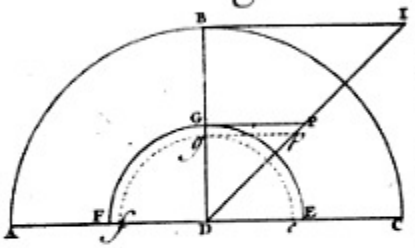
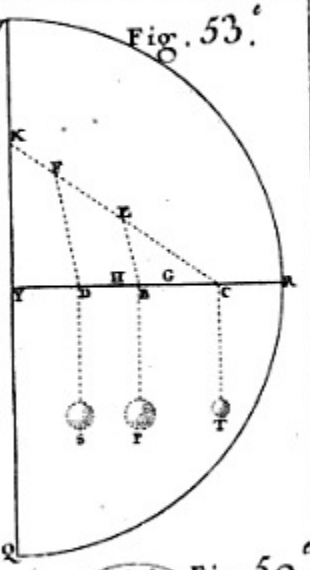


Fig. 53.



4.

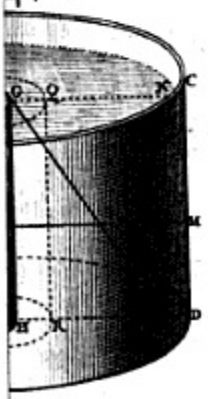


Fig. 55.

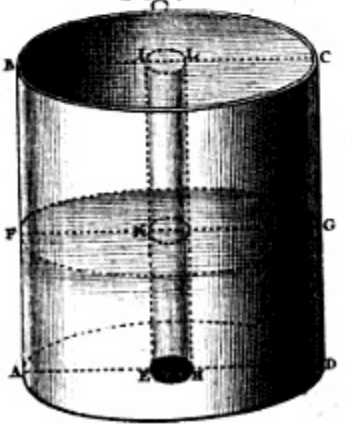


Fig. 59.

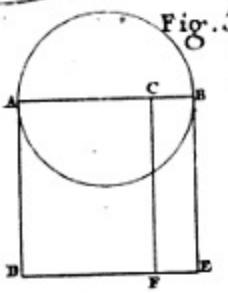


Fig. 57.

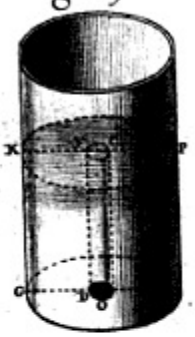


Fig. 58.

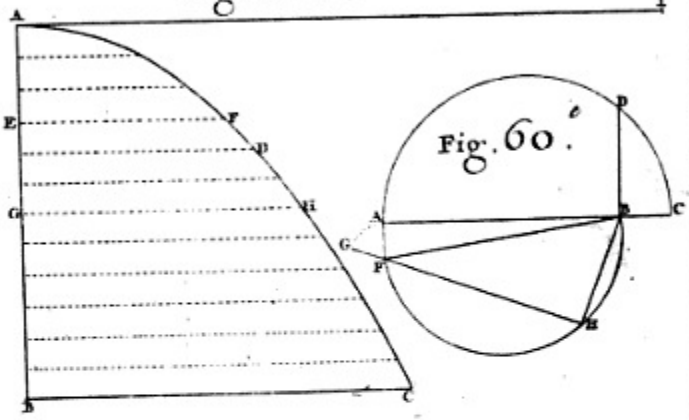
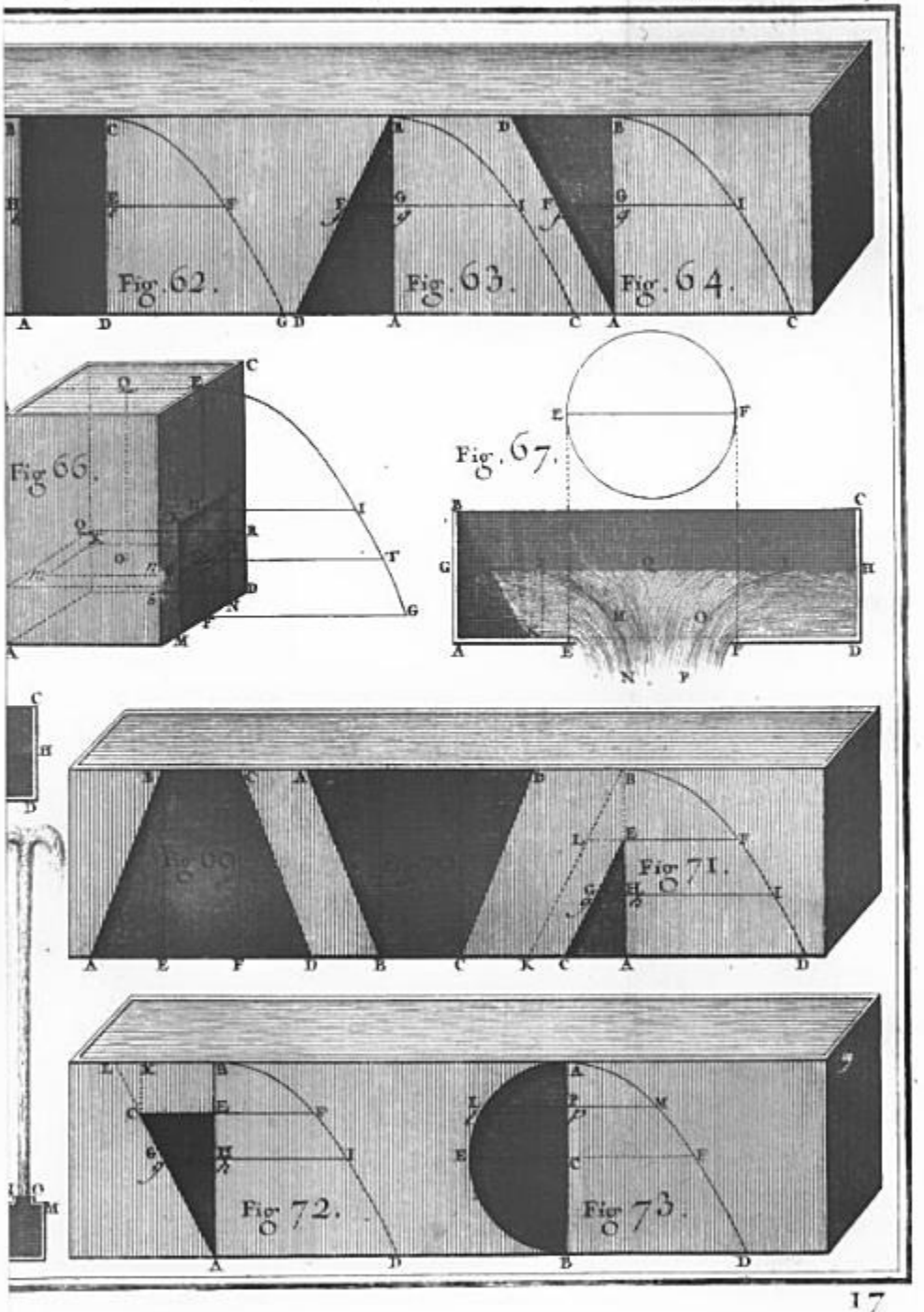


Fig. 60.

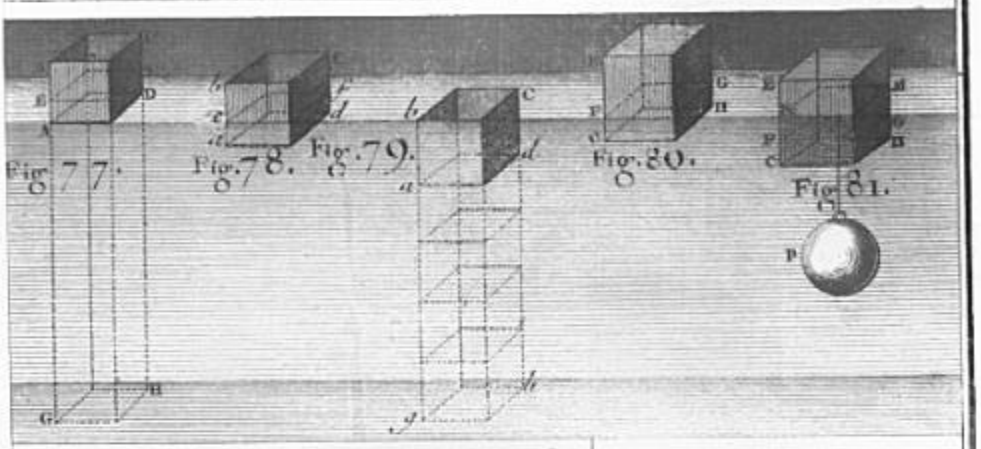
Digitized by Google

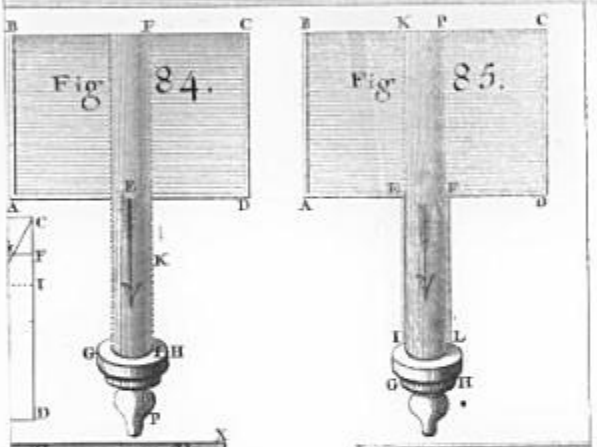
Digitized by Google

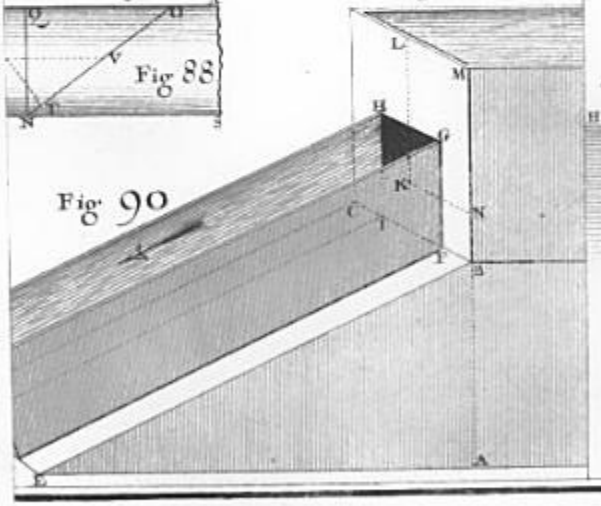


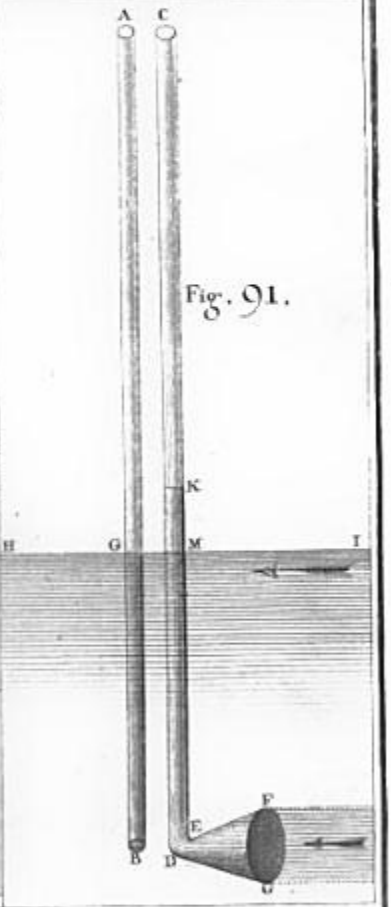
Digitized by Google

Digitized by Google



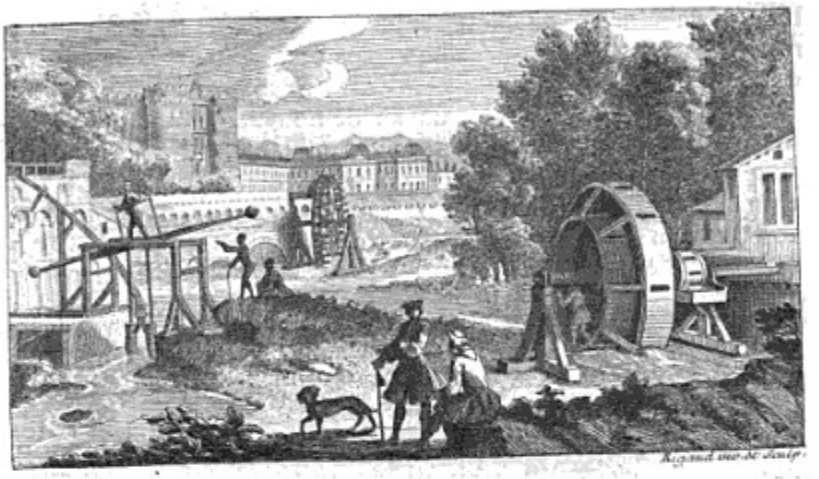






Digitized by Google

Digitized by Google



ARCHITECTURE HYDRAULIQUE,

Ou l'Art de conduire, d'élever & de ménager les Eaux pour les différens beſoins de la vie.

LIVRE SECOND.

Où l'on donne la deſcription de différentes ſortes de Moulins; la maniere d'en calculer les Effets, & d'en découvrir le Point de perfection.

CHAPITRE PREMIER.

Des Moulins pour moudre le Bled, où l'on trouve l'application des Principes qui peuvent contribuer à la perfection des Machines mues par un Courant.

634. IL paroîtra peut être étrange que je me ſois donné la peine d'écrire ſur un ſujet auſſi connu que celui-ci; mais ſi l'on veut bien entrer dans les raiſons qui m'ont fait compoſer ce Chapitre, on trouvera aſſez de motifs pour me juſtifier. Les Moulins ſont communs à la vérité; c'eſt juſtement ce qui en prouve l'uti-

Raiſons qui ont engagé l'Auteur d'écrire ſur cette Matiere.

lité, & la néceſſité de chercher les moyens de les perfectionner; mais c'eſt aſſez le ſort des choſes les plus eſtimables de perdre de leur prix par l'habitude de les voir, au lieu que ſouvent il ne faut qu'une bagatelle qui ait un air de nouveauté pour cauſer de l'admiration. Si un Machiniſte avoit préſenté à l'Empereur Auguſte le deſſein d'un Moulin, tel quon les fait aujourd'hui, il n'y a point à douter qu'il n'en eut été reçû avec beaucoup de diſtinction; car on prétend que ce n'eſt que dans le ſixiéme Siécle qu'on s'eſt aviſé d'employer la force de l'eau à la place des hommes & des animaux dont les anciens ſe ſervoient pour faire tourner les meules, ne connoiſſant pas non plus la maniere de tirer partie du vent pour la même fin: en recompenſe ils avoient l'uſage de quantité de Machines utiles qui ne ſont point paſſées juſqu'à nous, la barbarie des tems les ayant anéanties. Comme on ne peut pas répondre qu'il n'arrive encore de ces malheureuſes révolutions, il y a une ſorte d'équité de laiſſer à la poſtérité la deſcription de tout ce que nous avons d'eſſentiel à la vie; & c'eſt dans cette vûe que l'Académie Royale des Sciences a entrepris ſon fameux Livre *des Arts & Métiers*.

Sans enviſager des tems qui paroiſſent ſi éloignez, n'y a-t-il pas actuellement des Peuples auſſi deſtituez des ſecours de l'Art que l'étoient les premiers hommes, & pour leſquels tout eſt nouveau, mais qui ne manquant pas de génie & d'adreſſe, n'ont beſoin que de modéles pour les imiter. La Moſcovie nous en fournit un exemple récent; un de ſes Empereurs y fait venir d'habiles gens de toute eſpéce, munis de bons livres, & en moins de vingt-cinq ans ce grand Empire a changé entierement de face. Sans ſortir du Royaume de France, combien n'avons nous pas de Provinces où la néceſſité a donné lieu à l'invention de pluſieurs Machines, dont l'uſage eſt entierement ignoré en d'autres, où l'on en pourroit tirer le même avantage; les Moulins ſont particulierement dans ce cas là, c'eſt pourquoi j'ai cru que l'on me ſcauroit gré de donner la deſcription de ceux qui ſont venus à ma connoiſſance, afin qu'on en put faire uſage ſelon la diſpoſition des lieux; & que les accompagnant de remarques curieuſes & utiles, l'on s'apperçut que les choſes dont on ſe ſert le plus communément, n'en ſont pas moins dignes de recherches.

Maniere dont les Meules agiſſent pour moudre le bled.

635. Peu de gens ignorent que le bled ſe moud avec deux meules poſées l'une au-deſſus de l'autre ſans ſe toucher, que la meule de deſſous que l'on nomme *giſſante* eſt immobile & qu'il n'y a que celle de deſſus qui tourne ſur un pivot. Comme cette derniere eſt

Digitized by Google

ſuſceptible de pluſieurs remarques auſquelles on n'a pas coutume de faire attention, il convient avant de paſſer outre d'être prévenu de ce qui ſuit.

Les ſurfaces oppoſées de deux meules qui agiſſent pour moudre le bled, ne ſont point *planes*; celle du deſſus eſt *creuſe*, & celle de deſſous a du *relief*; l'une & l'autre ſuivant la figure d'un *Cone*, dont à la verité l'axe eſt fort petit par rapport au diamétre de ſa baſe; quand la premiere a 6 pieds de diamétre, elle n'a gueres qu'un pouce de creux vers ſon centre, & la ſeconde 9 lignes de relief; ainſi ces deux meules vont en s'approchant de plus en plus l'une de l'autre vers leur circonférence, ce qui donne au bled qui tombe de la *Tremie* la facilité de s'inſinuer juſques vers les deux tiers du rayon, qui eſt l'endroit où il commence à ſe rompre, & où il oppoſe la plus grande réſiſtance dont il peut être capable; l'intervalle des meules n'étant en cet endroit que des deux tiers où des trois quarts de l'épaiſſeur d'un grain de bled; mais comme les Meûniers ont la liberté de hauſſer & de baiſſer tant ſoit peu la meule ſuperieure, ils en réglent l'intervalle avec celle de deſſous, ſelon qu'ils veulent que la farine ſoit plus ou moins fine. PLAN. 1. FIG. 1.

636. Il y a deux choſes à conſidérer dans l'effet d'une meule tournante, ſon *poids* & ſa *viteſſe*; le travail qu'elle fait dépendant de ſa quantité *de mouvement*, qui eſt le *produit de ſa viteſſe par une partie de ſa maſſe*. Je dis *une partie de ſa maſſe*; car comme cette meule tourne ſur un pivot, ſa peſanteur abſolue n'eſt pas totalement employée à moudre le bled, & il n'eſt pas aiſé de déterminer la partie qui peut y avoir le plus de part; l'on ſçait ſeulement qu'elle eſt toujours proportionnée à la peſanteur abſolue, l'experience faiſant voir que ſi deux meules ont la même viteſſe, mais d'inégale peſanteur; leurs effets ou les quantitez de farines qu'elles produiſent dans le même tems ſont à peu près dans le rapport de leurs peſanteurs abſolues. Comme on eſt obligé de piquer les meules preſque tous les mois, leurs épaiſſeurs, par conſequent leur poids diminuent inſenſiblement, & quand elles parviennent à n'avoir plus que les trois quarts ou la moitié de l'épaiſſeur qu'elles avoient étant neuves, elles ne produiſent plus qu'environ les trois quarts, ou la moitié de la quantité de farine qu'elles donnoient au commencement; c'eſt de quoi tous les Meûniers conviennent. *L'effet d'une Meule tournante depend de ſa quantité de mouvement.*

637. La force *centrifuge* emportant le bled du centre vers la circonférence, il eſt naturel que lorſqu'il eſt parvenu à un endroit où l'intervalle des deux meules eſt moindre que ſon épaiſſeur, il y ſoit écraſé; cependant la meule ſuperieure ayant un point d'appui qu'el- *Raiſon qui fait voir pourquoi les Meules font un effet*

proportionné à leur peſanteur.

le n'abandonne jamais, on ne voit pas clairement pourquoi à meſure qu'elle eſt plus peſante, elle fait plus d'effet, puiſque ſi elle étoit toujours également éloignée de celle de deſſous, elle ne pourroit être capable que d'une impreſſion limitée ; mais l'experience prouvant le contraire, j'ai ſoupçonné que dans l'action de cette meule il devoit y avoir quelque choſe de plus que ce qu'on a coutume d'y conſidérer, & qu'outre ſon mouvement circulaire elle devoit en avoir un autre de bas en haut & de haut en bas ; je fus examiner la choſe de plus près que je n'avois fait, & m'apperçus que j'avois rencontré juſte ; le pivot de la meule repoſant ſur le milieu du *Palier*, qui eſt une piéce de bois de 6 pouces de largeur ſur 5 d'épaiſſeur, & d'environ 9 pieds de longueur entre ſes deux appuis, la *force élaſtique* de cette piéce donne à la meule un mouvement continuel le long de la verticale peu ſenſible à la vérité, mais qu'on ne laiſſe pas d'appercevoir diſtinctement ; en voici la cauſe.

La force centrifuge attirant comme je l'ai déja inſinué les grains de bled, du centre à la circonférence, en leur faiſant décrire à chacun une ſpirale, ils s'introduiſent comme autant de petits coins entre les deux meules, & contraignent celle de deſſus à ſe ſoulever tant ſoit peu ; alors le Palier ſe trouvant ſoulagé d'une partie du poids dont il étoit chargé, ſe roidit & tend à ſemettre dans ſon état naturel ; mais un inſtant après la meule ayant écraſé le bled qui la ſoutenoit, le Palier fléchit tout de nouveau, & d'autant plus que la Meule a un plus grand poids : les grains dont nous parlons & qui n'ont pû être que concaſſez, continuant de cheminer vers la circonference pour y être entierement pulvériſez, ſont d'autant plus preſſez par le poids de la meule, qu'ils ſe trouvent reſſerrez dans un eſpace plus étroit.

Les Effets de deux Meules différentes ſont dans la raiſon compoſée de leur maſſe & de leur viteſſe.

638. Comme c'eſt le mouvement circulaire de la meule qui fait tomber le bled de la trémie par intervale & avec une viteſſe qui dépend de celle de la meule, il ſuccéde d'autres grains qui la ſoulevent tout de nouveau, & la farine qui vient d'être faite ceſſant d'être preſſée, eſt emportée dans le *Blutoir* par la circulation de l'air que la meule met en mouvement, & qui forme un tourbillon dans le tonneau : or puiſque ce ſont les deux mouvemens que je viens d'expliquer qui concourent à moudre le bled, je conclus que *les effets de deux meules differentes ſont dans la raiſon compoſée de leur viteſſe & de leur peſanteur*, & qu'en général les mêmes effets ſeroent beaucoup moindres, ſi les pivots de ces meules. au lieu de repoſer ſur une piece à reſſort, avoient un appui inébranlable, comme je l'ai éprouvé en faiſant étançonner le Palier ; auſſi-tôt

Digitized by Google

que la meule n'eut plus que ſon mouvement horiſontal, la farine devint ſi groſſiere qu'à peine le ſon en étoit détaché.

L'on doit entendre par la *viteſſe* d'une meule le chemin que fait en tournant un des points de ſa circonférence *moyenne* pendant un tems déterminé, & ſe rappeller que cette circonférence a pour rayon les deux tiers de celui de la meule. (240) J'ajoûterai qu'une meule doit faire au plus 60 tours par minute pour ne point échauffer la farine.

639. Je ne dis rien du plus ou du moins de ſurface que pourroit avoir la baſe de pluſieurs meules de différens diamétres; car pourvû qu'elles ayent la même quantité de mouvement, elles produiront toujours le même effet: il eſt vrai qu'il paroît d'abord que de deux meules de même peſanteur; celle qui a la plus grande baſe pouvant faire impreſſion ſur une plus grande quantité de bled, doit en moudre d'avantage à la fois; mais c'eſt ce qui n'arrive pas, parce que s'il y avoit également répandu ſous ces meules une quantité de bled proportionnée à leurs baſes, le poids dont chaque grain ſera preſſé, n'agira que dans la raiſon réciproque des quarrez des diamétres, c'eſt-à-dire, que chaque grain qui répondra à la plus grande baſe ſera d'autant moins preſſé que chacun de ceux qui répondront à la petite, dans la raiſon que le quarré du diamétre de celle-ci, ſera plus petit que le quarré du diamétre de l'autre: (219) cependant la raiſon ſimple des diamétres, ne laiſſe pas que d'entrer pour quelque choſe dans l'effet de ces deux meules, puiſque leurs viteſſes ſont dans la raiſon compoſée de leurs rayons, & du nombre de tours que l'une & l'autre feront dans le même tems.

Les meules ordinaires ont depuis 5 juſqu'à 7 pieds de diamétre, ſur 12, 15, 18 pouces d'épaiſſeur; elles durent 35 à 40 ans, & après avoir tourné long-tems, & que leur épaiſſeur eſt conſidérablement affoiblie, on les taille de nouveau pour donner à leur ſurface une figure oppoſée à celle qu'elle avoit, pour les faire ſervir de meules giſſantes, encore pendant pluſieurs années.

Comme il eſt à propos avant de conſtruire un moulin de prendre de juſtes meſures qui en aſſurent le ſuccès, voici quelques obſervations qui pourront avoir leur utilité.

Attentions qu'il faut avoir avant de conſtruire un Moulin à eau.

640. Les eaux vives, de quelque part qu'elles viennent, ſuivant d'elles-mêmes la pente du terrain qui leur eſt le plus propre pour s'écouler, il faut avant de faire aucune dépenſe pour les raſſembler, niveller cette pente pour voir à quelle hauteur on pourra les faire gonfler à l'aide d'une écluſe, digue ou chauſſée, ſans incommoder le pays; & l'on jugera de-là quelle ſera la chûte à l'endroit le

plus convenable pour l'emplacement du Moulin : obſervant qu'il faut que cette chûte ait au moins 3 pieds, ſi l'on veut faire paſſer l'eau au-deſſous de la roue ; qui eſt la maniere la plus commode, parce qu'on a la liberté de faire ſon diamétre auſſi grand qu'on veut, & d'élever le rez-de-chauſſée du moulin autant qu'il ſera néceſſaire pour le mettre à l'abri des crûes d'eau.

Enſuite il faut examiner ſi la ſource ſera aſſez abondante pour faire aller le moulin ſans interruption ; on en jugera en meſurant exactement ſon produit en Eté plutôt qu'en Hyver, autrement il pourroit arriver qu'on n'auroit de l'eau que pour faire aller le moulin une partie de l'année : il faut donc contraindre l'eau à ne s'écouler que par un ſeul endroit, pour voir combien il en paſſe de pieds cubes pendant une minute : (524) ſi l'on eſt obligé de retrecir ſon paſſage & de la faire gonfler, il faut que pendant le tems de l'écoulement ſon niveau s'entretienne toujours à la même hauteur, & avoir égard à tout ce qui peut en rendre la meſure exacte : il y a pour cela mille moyens aiſez à imaginer ſans qu'il ſoit néceſſaire que je m'y arrête.

Prévenu de la quantité d'eau dont on pourra diſpoſer, & de la hauteur de la chûte, il faut voir ſi la dépenſe qui ſe fera par un pertuis égal à la ſuperficie, d'une des aubes de la roue ne l'excédera pas ; moyennant toutes ſes conſidérations, on ſera en état de prendre ſon parti.

PLAN. 1. FIG. 2. 641. Quand les rivieres ne ſont pas navigables, & qu'on y veut conſtruire des Moulins, on en arrête le cours naturel par une *écluſe* qui ſoutient l'eau à une hauteur ſuffiſante, & à côté on fait un *déchargeoir* qui entretenant toujours l'eau au même point, facilite l'écoulement du ſuperflu, afin de ne point inonder les Campagnes voiſines : inconvenient eſſentiel à prévoir ; c'eſt pourquoi il faut avant toutes choſes bien connoître la ſituation du pays, s'informer où peuvent s'étendre les crûes d'eau qui ſurviennent dans certain tems & qui pourroient incommoder le voiſinage.

Il y a ſur tout beaucoup de meſures à garder quand on veut conſtruire un Moulin ſur une riviere où il y en a déja d'établis, crainte de s'incommoder réciproquement : ſi l'on en fait un au-deſſus d'un ancien, & qu'on n'en ſoit point aſſez éloigné, on n'aura que peu de chûte, & en voulant ſoutenir les eaux on noyera peut-être le moulin ſuperieur ; ſi au contraire on veut l'établir au-deſſus, cela ne ſe pourra ſans diminuer la chûte de l'inférieur, à moins qu'on ne remonte vers la ſource autant qu'il ſera néceſſaire. Il y a ſur ce ſujet mille choſes à prévoir qui ſont d'une extrême

Digitized by Google

conſéquence ; d'ailleurs il faut être bien ſûr du droit que l'on a de faire conſtruire un Moulin à l'endroit que l'on a en vûe ſans avoir aucune oppoſition à craindre, ſouvent un Moulin bâti au haſard donne lieu à une ſource de Procès qui entraînent la ruine du propriétaire : au reſte, en quelqu'endroit qu'on veuille en établir, il faut en faiſant l'écluſe qui doit ſoutenir les eaux, ménager une ou deux vannes de décharge, indépendamment de celles qui ferment le Courſier.

Remarques ſur la diſpoſition qu'on doit donner aux Courſiers d'un moulin.

642. Il faut que l'eau qui fait tourner une roue de moulin puiſſe s'échapper avec plus de viteſſe que n'en a la roue, autrement elle devient un obſtacle par l'oppoſition qu'elle préſente à celle qui frappe les aubes ; c'eſt pourquoi il faut donner beaucoup de pente au Courſier, ménager à ſa ſortie le plus d'étendue que l'on pourra, afin que l'eau fuye ſans rien rencontrer qui la faſſe rejaillir : entre la vanne & la roue il ne doit y avoir que le moins d'intervalle qu'il eſt poſſible, afin que l'eau en ſortant du pertuis vienne frapper les aubes par le chemin le plus court ; de même il ne faut donner entre les bords de *l'aube verticale* & le coffre du Courſier que le jeu néceſſaire pour le mouvement de la roue, afin que toute l'eau ſoit uniquement employé à la faire tourner. Je voudrois auſſi que le Courſier allât en s'élargiſſant vers ſes deux extrémitez, pour faciliter l'entrée & la ſortie de l'eau.

Les Moulins que l'on établit ſur des bateaux ne demandent pas tant de ſujetion, puiſqu'il ſuffit ſeulement de faire enſorte à l'aide des rouets & lanternes, que le courant puiſſe donner à la meule une viteſſe qui lui faſſe faire environ 60 tours par minute. (638) Pour peu que l'on ſache les principes de la Méchanique, il eſt bien aiſé de régler cette viteſſe, eu égard à la force reſpective du courant, c'eſt pourquoi je ne m'arrêterai point à ces ſortes de moulins qui ne ſont ſuſceptibles d'aucuns calculs qu'on ne ſoit en état de faire, quand on aura entendu les endroits les plus intéreſſans de ce Chapitre.

Deſcription des roues de moulin nommées vulgairement roues à pot.

643. Dans pluſieurs Provinces lorſque l'eau deſtinée à faire tourner un moulin n'eſt pas abondante, on la conduit au-deſſus de la roue A par une buſe MN, dont l'entrée P ſe ferme avec une vanne QR, qui maintient le niveau ST à une hauteur médiocre ; cette eau provient ordinairement de pluſieurs ſources que l'on raſſemble dans un grand réſervoir ſoutenu par une chauſſée ou digue.

PLAN. 1. FIG. 4.

La circonference des jantes de la roue eſt couverte d'ais, & forme un tambour dont la ſurface ſert de fond à une eſpece d'auge circulaire renfermée par d'autres ais, comme VX, entretenus en-

Digitized by Google

ſemble par un nombre de petites cloiſons compoſées de deux planches BC & CD; ainſi l'eſpace renfermé entre-deux cloiſons BCD & EFG forme une cellule, dans laquelle l'eau venant à tomber, ſon choc & ſon poids font tourner la roue: l'on voit que ſelon la figure que l'on a donné aux célulles, il y en a toujours pluſieurs dans leſquelles le poids de l'eau agit, parce que les premieres H & I étant deſcendues en K & en L, comprenent encore la plus grande partie de l'eau qu'elles ont reçues. Quand la chûte n'eſt pas aſſez haute pour faire paſſer l'eau au-deſſus de la roue, on diſpoſe les cellules d'un ſens oppoſé à celui que nous venons de dire, comme
FIG. 3. on le voit dans la Figure troiſiéme, où l'eau ſe déchargeant à la hauteur du centre de la roue, il ſuffit que ſa chûte ſoit un peu plus haute que ſon axe; mais d'une maniere comme de l'autre, ces ſortes de roues que les Meûniers nomment *roues à pot* ſont défectueuſes, en ce qu'elles perdent une bonne partie de l'eau qui s'échappe par les côtez; cependant quand on n'en a qu'en petite quantité on ne ſçauroit trop la ménager, autrement le Moulin chôme tous les jours pendant quelques heures.

644. Pour remedier à cet inconvenient, on feroit beaucoup mieux de conduire l'eau par une auge inclinée CAB, terminée en
FIG. 8. portion de cercle vers le bas de la roue, faite de maniere que le fond & les côtez approchent de ſi près les aubes, qu'il n'y ait que le jeu néceſſaire pour que toute l'eau ſoit employée à faire tourner la roue, ſon impulſion ſera bien plus grande que dans le cas précédent, ſans en dépenſer davantage, parce que tombant de toute la hauteur de la chûte, elle acquerra une viteſſe qu'elle n'avoit pas, & celle qui aura choqué les premieres aubes, agira encore par ſon poids juſqu'à la ſortie B.

Maniere de tirer le meilleur parti qu'il eſt poſſible d'une petite quantité d'eau qui répond à une chûte.

645. Voici encore un moyen quand on a une chûte, de tirer tout l'avantage poſſible d'une petite quantité d'eau qu'on veut employer à faire tourner une roue; l'on ſçait (643) que la ligne ST exprime le niveau de l'eau d'un ruiſſeau ou réſervoir d'une médiocre profondeur ſoutenue par une vanne, qui étant levée à une certaine hauteur proportionnée à la dépenſe du réſervoir, entretient toujours l'eau à peu près au même niveau. L'opinion commune eſt
FIG. 4. que ſi l'on pratiquoit un pertuis au pied de la chûte, comme dans la ſeconde figure, l'eau ne ſuffiroit pas pour faire tourner une roue à aube; ſans réflechir qu'en le faiſant plus petit, on gagnera beaucoup plus de force par la viteſſe que l'on donnera à l'eau, que l'on n'en perdra pas la diminution de ſon volume.

Deux reſervoirs de differentes hauteurs donnant dans le même

tems

tems des quantitez d'eau égales, lorſque les ſuperficies de leurs orifices ſont dans la raiſon réciproque des racines des hauteurs moyennes qui leur répondent, (455) nommant a, la baſe du pertuis ſuperieur; b, ſa hauteur, & h, la hauteur qui répond à la viteſſe moyenne de l'eau; c, la baſe qu'on veut donner au pertuis inferieur; x, ſa hauteur, & H, la hauteur qui répondra à la viteſſe moyenne; on aura $ab, cx :: \sqrt{H}, \sqrt{h}$, qui donne $ab\sqrt{h} = cx\sqrt{H}$, ou $\frac{ab}{c} \times \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{H}} = x$, qui montre que *pour avoir la hauteur du pertuis ſitué au pied de la chûte, il faut diviſer la ſuperficie du premier pertuis par la baſe du ſecond, & multiplier le quotient par celui que donnera la racine de la petite hauteur moyenne, diviſée par la racine de la grande.*

Si la largeur du ſecond pertuis eſt égale à celle du premier, on aura $a = c$, par conſéquent $b \times \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{H}} = x$; alors ſi la profondeur de l'eau derriere la vanne QR étoit de 20 pouces, & la hauteur du pertuis de 8, on trouvera (533 ou 534) que la hauteur qui répond à la viteſſe moyenne de l'eau ſera de 16 pouces & $\frac{2}{17}$; ce qui donne à peu de choſe près $\sqrt{h} = 4$ pouces; quant à la chûte nous la ſuppoſerons de 8 pieds $\frac{1}{2}$, qui eſt celle qui convient aux roues à pots; ainſi la hauteur relative à la viteſſe moyenne pourra être de 100 pouces, ce qui donnera $\sqrt{H} = 10$, par conſéquent $\frac{\sqrt{h}}{\sqrt{H}} = \frac{2}{5}$, qui étant multiplié par 8, il vient $x = 3$ pouces $\frac{1}{5}$ pour la hauteur du pertuis de la chûte, afin qu'il ne dépenſe que la même quantité d'eau que celui d'en haut.

646. Pour connoître le rapport de *l'effet naturel* de l'eau qui ſortira des deux pertuis, en venant choquer les aubes d'une même roue, il faut ſe rappeller que les quantitez de mouvement de la roue dans ces deux cas ſeront dans la raiſon compoſée des cubes des viteſſes de l'eau, ou des racines des hauteurs qui les expriment (593) & de la ſuperficie des pertuis; par conſéquent comme $abh\sqrt{h}$ eſt à $cd\,H\sqrt{H}$, en ſuppoſant $x = d$, ou comme $bh\sqrt{h}$ eſt à $dH\sqrt{H}$ en ſuppoſant $a = c$ comme dans le cas précedent, qui étant rapporté aux nombres, donne $8 \times 16 \times 4$ & $3\frac{1}{5} \times 100 \times 10$, ou $\frac{512}{3200}$ ou $\frac{4}{25}$, qui fait voir que la quantité de mouvement de la roue qui recevroit l'eau du ſommet de la chûte, ne ſera que les quatre-vingt-cinquiémes de la quantité de mouvement de la même roue, lorſqu'elle recevra l'eau du pied de la même chûte; ainſi

dans cette derniere ſituation elle pourra avec la même quantité d'eau, moudre par jour au moins ſix fois autant de bled que dans la premiere, pourvû que le poids des meules tournantes dans les deux cas ſoient dans le rapport des forces qui les mettront en mouvement; (638) c'eſt-à-dire, dans la raiſon compoſée des ſuperficies des pertuis & des hauteurs qui leur répondent.

Voilà aſſurement un avantage à ne point négliger & qui mérite qu'on y faſſe attention, étant naturel que le revenu d'un moulin ſoit proportionné à ſon produit.

647. Il y a des Provinces où les roues à pot ſont ſi communes, qu'il ſemble qu'on ne ſçauroit faire aller un moulin ſans leur ſecours; & lorſqu'il n'y a point une chûte ſuffiſante pour donner à la roue un rayon ou un bras de lévier d'une grandeur raiſonnable, & qu'on a d'ailleurs de l'eau à diſcretion, on y fait les aubes fort larges. FIG. 6. Paſſant dans un endroit où j'en vis une dans ce goût là, je demandai pourquoi employer une roue auſſi incommode, puiſqu'en faiſant une écluſe, on auroit pû en conſtruire une autre d'un diamétre auſſi grand qu'on auroit voulu, qui auroit tourné en faiſant paſſer l'eau par deſſous; on me répondit que cela n'auroit pû ſe faire ſans une grande dépenſe, parce que la hauteur de l'eau dans le réſervoir n'étant que de 7 à 8 pouces, il auroit fallu pour la rendre égale à la chûte qui étoit de 5 pieds, faire une excavation immenſe. Comme cette erreur eſt commune à tous ceux qui ignorent les principes de l'Hydraulique, je vais faire enſorte de les déſabuſer en mettant dans un plus grand jour ce que je viens d'inſinuer.

PLAN. 1. FIG. 2. Je ſuppoſe que la ligne EG exprime la ſurface d'un terrain ſupérieur à VX de 5 à 6 pieds; que ce terrein ſert de lit à un réſervoir ou ruiſſeau LM, qui n'aura ſi l'on veut que 6 pouces de profondeur; la plûpart s'imaginent que quand même l'on auroit aſſez d'eau pour fournir à la dépenſe du pertuis CD, elle ne peut avoir de force pour faire tourner la roue S, qu'autant que le lit du réſervoir ſe trouve à la profondeur DY ſur une étendue conſidérable.

Quand on ſoutient l'eau pour faire tourner une roue de Moulin, la force du courant dépend uniquement de la hauteur moyenne de l'eau, & non de l'étendue du terrein qui lui ſert de baſe au pied de l'écluſe.

Prévenu que l'action de l'eau agit ſelon ſa hauteur, & non ſelon ſa quantité dans le réſervoir, (378, 379) il ſera indifférent à celle qui doit fuir par le pertuis qu'il y en ait ou non ſur l'étendue HY, pourvû que la ſource ſoit aſſez abondante pour entretenir toujours le niveau de l'eau à la hauteur LM, puiſque ſon impulſion dépendra de la hauteur de la colomne DLIH ſi petite que ſoit ſa baſe DH; par conſequent il ſuffira d'approfondir ſeulement le terrein vis-à-vis l'écluſe, en donnant au profil de l'excavation la figure d'un trapeze DEFH, afin que les terres puiſſent ſe ſoutenir

ſelon le talud naturel FH pour éviter la dépenſe d'un revêtement de Maçonnerie, ſans ſe mettre en peine de la profondeur MG de l'eau ni de l'étendue de ſon lit; on pourra donc quand on n'aura qu'une médiocre quantité d'eau pratiquer à peu de frais un pertuis au pied d'une chûte pour exécuter ce qui a été dit dans l'art. 645. FIG. 7.

Deſcription des Moulins à eau ordinaires.

648. Les Moulins dont nous avons parlé juſqu'ici ſont compoſez d'une roue à aubes AB, dont l'arbre D appartient auſſi à un rouet E qui s'engraine avec une lanterne G qui fait tourner la meule qu'on ſuppoſe dans le tonneau I, ayant pour eſſieu la barre de fer F.

On donne à la *roue* depuis 12 juſqu'à 18 pieds de diamétre, les aubes ont ordinairement 2 pieds & $\frac{1}{2}$ ou 3 pieds de largeur, ſur 10 à 12 pouces de hauteur. A l'égard de l'abre on lui donne depuis 15 juſquà 18 pouces de diamétre.

Le *rouet* a ordinairement 8 pieds de diamétre pris de milieu en milieu de la largeur des Jantes, c'eſt-à-dire à la hauteur où les dents agiſſent contre les fuſeaux de la lanterne; (287) les jantes doivent être compoſées de deux *Membrures* de chacune 8 pouces d'épaiſſeur croiſées l'une ſur l'autre, ſur une largeur de 8 pouces; ce rouet a 48 dents de 4 pouces de hauteur ſur 3 & $\frac{1}{2}$ de largeur, deux d'épaiſſeur à l'extrémité, & 2 & $\frac{1}{4}$ par le bas à cauſe du talon; leur racine eſt de 12 pouces de longueur ſur 2 & $\frac{1}{4}$ d'épaiſſeur en quarré par le haut, réduit à 1 pouce & $\frac{1}{2}$ par le bas.

La lanterne eſt compoſée de deux *tourteaux* de 22 pouces de diamétre, & de 4 pouces d'épaiſſeur, dans leſquels on aſſemble 9 fuſeaux de 2 pouces & demi de diamétre ſur 18 pouces de hauteur: le centre de ces fuſeaux doit être placé ſur une circonférence de 9 pouces de rayon, lequel doit être pris pour celui de la lanterne. (287) On fait les fuſeaux, ainſi que les dents, d'un bon bois dur de *Poirier ſauvage* ou de *Cormier*; la lanterne eſt traverſée d'un eſſieu de fer de 2 pouces & $\frac{1}{2}$ en quarré, & d'une hauteur proportionnée à la ſituation des meules par rapport à la poſition du rouet, il doit être bien attaché à la meule de deſſus, & réduit à un pivot d'environ 6 lignes de diamétre qui tourne dans une crapaudine pratiquée dans l'épaiſſeur du Palier; les dimenſions précedentes ſont les mêmes que celles qu'on donne au rouet & à la lanterne des Moulins à vent.

Maniere de calculer l'effet de toutes les parties qui concourent

649. Il y a à la Fere pluſieurs Moulins ſemblables au précédent, j'en prendrai un pour exemple de la maniere de calculer tout ce qui peut intereſſer dans une pareille Machine, afin de découvrir principalement quelle eſt la force capable de ſurmonter la réſiſtance que le bled oppoſe au mouvement de la meule, en faiſant en-

ſitué verticalement, dont le point d'appui eſt à l'extrémité du diamétre horiſontal des tourillons de la roue, c'eſt-à-dire diamétralement oppoſé aux puiſſances appliquées aux leviers, (76) & qui cauſent enſemble une preſſion de 600 ℔; car comme le rayon de la roue eſt double de celui du rouet, la puiſſance motrice etant de 200 ℔, celle qui reſiſte aux dents du rouet ſera de 400.

Il eſt donc manifeſte que le centre des tourillons eſt attiré par deux puiſſances, dont l'une qui eſt le poids de la roue agit verticalement, & l'autre qui eſt la preſſion dont je viens de parler agit horiſontalement: or comme la preſſion horiſontale ne détruit point l'action de la peſanteur de la roue, ni ne diminue point le frottement (68) cauſé par cette même peſanteur; il faut donc ajouter le tiers de cette derniere qui eſt 1005 ℔ avec 300 pour avoir 1305 ℔ pour le frottement des tourillons. (243)

Maniere de connoître le poids d'une meule.

651. Pour ſçavoir auſſi de quelle maniere je ſuis parvenu à connoître le poids de la meule tournante, on ſçaura qu'il y avoit à la porte du Moulin une vieille meule tirée de la même meuliere que celle dont il s'agit, & dont la pierre m'a paru de même qualité: j'en ai fait rompre un morceau qui s'eſt trouvé du poids de 28 ℔ $\frac{1}{4}$, je l'ai ſuſpendu à une balance romaine pour le peſer dans l'eau, (626) où ſon poids ne s'eſt plus trouvé que de 10 ℔ $\frac{1}{4}$ par conſéquent il occupoit la place de 18 ℔ d'eau: Pour en ſçavoir le volume, j'ai dit: Si 70 ℔ d'eau contiennent 1728 pouces pour un pied cube, combien contiendront 18 ℔, j'ai trouvé environ 444 pouces. Pour ſçavoir préſentement ce que peſe le pied cube, j'ai dit; ſi 444 pouces péſent 28 ℔ $\frac{1}{4}$, combien péſeront 1728, j'ai trouvé environ 110 ℔ pour le poids d'un pied cube de la pierre dont nous parlons; la meule ayant 6 pieds de diamétre, & ſon épaiſſeur réduite, eu égard à ſon creux, s'étant trouvée de 16 pouces, ſa ſolidité eſt de 37 $\frac{5}{7}$ pieds cubes, qui étant multipliez par 110, donnent 4148 ℔ pour le poids de la meule, à quoi il faut ajouter celui de la lanterne & de ſon eſſieu que j'ai eſtimé de 200 ℔, afin d'avoir le poids dont le palier étoit chargé, c'eſt-à-dire 4348 ℔.

Voici le nom, la meſure & le poids de toutes les parties qui doivent entrer dans le calcul.

a = 8 pieds, rayon de la roue.
b = 4 pieds, rayon du rouet.
c = 9 pouces, rayon de la lanterne.
d = 2 pieds, rayon moyen de la meule.
f = 9 lignes, rayon des tourillons de la roue.
h = 2 lignes, rayon moyen de l'extrémité du pivot de la meule ou de la lanterne.

653. Pour ſçavoir préſentement quelle partie de la puiſſance eſt employée à ſurmonter cette réſiſtance, il faut être prévenu que le rouet a 48 dents, & la lanterne 9 fuſeaux, que par conſéquent la lanterne & la meule font 5 tours & $\frac{1}{3}$, tandis que la roue n'en fait qu'un.

Le rayon moyen de la meule étant de 2 pieds, (651) ſa circonférence ſera de $12\frac{4}{7}$, qu'il faut multiplier par $5\frac{1}{3}$, il vient 67 pieds pour le chemin que fait un des points de cette circonférence, tandis que le centre d'impreſſion d'une des aubes en fait un de 50 pieds $\frac{5}{7}$; ainſi mutipliant la puiſſance 125 ℔ par ſa viteſſe 67 pieds, & diviſant le produit par 50 pieds $\frac{5}{7}$, viteſſe de la puiſſance môtrice, il viendra $166\frac{6}{11}$ pour l'expreſſion d'une partie de cette puiſſance (89), uniquement employée à ſurmonter la réſiſtance que le bled oppoſe au mouvement de la meule, qui étant retranché de 200 ℔, valeur entiere de la puiſſance môtrice, il reſtera $33\frac{5}{11}$ pour l'autre partie de cette puiſſance, employée à ſurmonter le frottement de toutes les parties du moulin.

654. Pour connoître combien chaque piéce qui frotte emprunte de la force qui ſurmonte le frottement total, nous commencerons par celui du pivot de la lanterne ſur la crapaudine, en ſuppoſant qu'elle eſt toujours chargée de la peſanteur abſolue de la meule & de ſon équipage, c'eſt-à-dire de 4348 ℔, quoique ſelon l'article 637 l'action de ce poids varie ſans ceſſe à cauſe du mouvement vertical de la meule, mais il faut ſtatuer ſur le plus grand obſtacle; ainſi le frottement dont nous parlons ſera $\frac{r}{3}$ qu'il faut multiplier par $\frac{19}{16}$ (290) à cauſe du rouet & de la lanterne, il vient $\frac{19r}{54}$: or comme entre ce poids & la puiſſance qui le meut il y a quatre bras de lévier, le rayon de la roue, celui du rouet, celui de la lanterne, & le rayon moyen du pivot: nommant y, la puiſſance qui doit ſurmonter ce frottement, l'on aura (73, 74) $ac, bh :: \frac{19r}{54}, y$, ou 6 pieds 8 lignes :: 1530 ℔, $y = 14$ ℔ $\frac{1}{6}$.

Nommant u la puiſſance qui ſurmonte le frottement cauſé par l'action de la meule ſur le bled, & m, cette même action qu'on peut regarder comme un poids de 125 ℔; $\frac{m}{18}$ exprimera le frottement à la rencontre du rouet & de la lanterne; (276) & comme l'on a encore ici quatre bras de lévier entre la puiſſance & la réſiſtance $\frac{m}{18}$, qu'on doit regarder comme un poids qui répond à l'ex-

Digitized by Google

trémité du rayon moyen de la meule, on aura (73, 74) $ac, bd :: \frac{m}{18}^{7}_{8}$ u, ou 6 pieds, 8 ℔ :: 6 ℔ $\frac{8}{9}$, $u = 9\ \frac{1}{6}$.

Si l'on nomme z, la puiſſance qui doit ſurmonter le frottement des tourillons de la roue qui eſt q, & qu'on multiplie ce poids par ſon bras de lévier f, diviſant le produit par le rayon de la roue (48), l'on aura $\frac{qf}{a} = z = 10 + \frac{1}{f}$.

Ajoutant enſemble la valeur de y, u, z, il vient à peu près 33 $\frac{1}{3}$ pour la puiſſance qui ſurmonte le frottement total qu'on peut regarder comme le même nombre que nous avons trouvé dans l'article 653, n'ayant point d'égard à la différence des deux fractions qu'on doit regarder comme zero, puiſque cela ſuffit pour prouver la juſteſſe de tout ce qui précede, & pour ſervir d'introduction au calcul des Machines en géneral.

Je ferai remarquer en paſſant l'erreur de ceux qui s'imaginent que dans les Machines compoſées, il y a toujours *un tiers* de la puiſſance môtrice employée à ſurmonter le frottement, ſans avoir égard à la longueur des bras de lévier, à la ſituation des parties qui frottent, & ſi la Machine eſt plus ou moins compoſée, puiſqu'il eſt aiſé de voir dans cet exemple, qu'il n'y a gueres qu'un ſixiéme de cette puiſſance d'employé pour cela; 33 $\frac{1}{3}$ étant la ſixiéme partie de 200; cependant je puis bien aſſurer que les calculs précedens répondent parfaitement à l'effet du moulin dont il s'agit, m'en étant convaincu par pluſieurs expériences faites avec beaucoup de ſoin.

La puiſſance qui ſurmonte l'action de la peſanteur relative d'une meule ſur le bled, eſt à peu prés la trente-cinquiéme partie de la peſanteur abſolue de la meule.

655. Comme la puiſſance qui ſurmonte la réſiſtance que le bled oppoſe à la meule agit ſelon une direction horiſontale, on ne peut pas dire qu'elle eſt égale à la peſanteur relative de la meule que nous ne connoiſſons pas: l'on ſçait ſeulement que cette peſanteur relative eſt toujours une même partie de la peſanteur abſolue de la meule; mais ſans nous en mettre en peine, il n'y a point de doute que la puiſſance qui la ſurmonte n'ait toujours avec elle le même rapport; cette puiſſance pourra donc en avoir auſſi un conſtant avec la peſanteur abſolue de la meule; je veux dire par exemple que ſi la peſanteur relative d'une meule étoit la dixiéme partie de ſa peſanteur abſolue, & que la puiſſance qui ſurmonte la réſiſtance du bled fut la moitié de la peſanteur relative, cette puiſſance ſeroit toujours la vingtiéme partie de la peſanteur abſolue.

Le calcul précedent ayant donné 125 ℔ pour la puiſſance qui ſurmonte la reſiſtance que le bled oppoſe à une meule du poids de

4348 ℔,

Digitized by Google

4348 ℔, cette puiſſance ſera à la peſanteur abſolue de la meule, comme 125 eſt à 4348, ou à peu près comme 1 eſt à 35, qui eſt un rapport que nous regarderons comme exact, afin de nous en ſervir dans la ſuite.

Eſtimation de la quantité de bled que le moulin précedent peut moudre par jour.

656. Un Moulin tel que celui dont nous venons de faire le calcul, qui a une meule mobile de 6 pieds de diamétre du poids d'environ 4348 ℔, & qui fait 53 tours par minute, peut moudre en 24 heures 120 ſeptiers de bled du poids de 75 ℔ chacun, quand la meule eſt nouvellement piquée & qu'elle eſt de bonne qualité: circonſtance qui entre pour beaucoup dans le plus ou moins de farine qu'elle peut faire, l'expérience faiſant voir que les plus dures & les plus *ſpongieuſes* ſont préférables aux autres; cependant, comme dans une théorie telle que je l'ai établi ici, on ne peut ſe diſpenſer de faire abſtraction des accidens, nous ſuppoſerons dans la ſuite que les meules dont il ſera queſtion ſeront à peu près de même nature, que celle ſur laquelle j'ai fait mes obſervations, parce que tout bien conſidéré, quand cela ne ſe rencontreroit pas abſolument de même, la choſe ne peut pas tirer à conſéquence dans l'application que l'on fera de nos principes.

Examen du moulin précedent pour voir de combien il eſt éloigné du plus grand effet.

657. Il reſte à examiner ſi le moulin ſur lequel nous venons d'operer, fait tout l'effet qu'on peut en attendre: il faut ſe rappeller que nous avons démontré qu'une Machine miſe en mouvement par un courant étoit dans ſa perfection, lorſque la viteſſe de la roue étoit le tiers de celle du courant qui la fait agir, (588, 589, 594) c'eſt ce qui ne ſe rencontre pas ici où la viteſſe de la roue eſt à peu près la moitié de celle du courant, ainſi la roue va beaucoup plus vîte qu'elle ne devroit aller, ce qui vient de ce que la meule n'eſt point aſſez peſante, eu égard à la force du courant dont la viteſſe reſpective n'eſt pas bien ménagée.

Voulant ſçavoir quel eſt le poids de la meule qu'il faudroit employer à ce moulin pour le rendre capable du plus grand effet, il faut commencer par chercher la force reſpective de l'eau contre les aubes dans le cas dont nous parlons, en diſant: ſi le quarré de 8 pieds 10 pouces 9 lignes donne 200 ℔, que donnera le quarré de 11 $\frac{1}{2}$, qui eſt les deux tiers de 17 $\frac{1}{4}$, on trouvera 334 ℔. (568)

Il faut préſentement avoir recours à l'équation $\frac{19bkr}{54c} + \frac{19bkx}{18c} + qf = ap$, (652) & faire attention que puiſque x exprime la réſiſtance que le bled oppoſe au mouvement de la meule, $35x$ exprimera le poids de la même meule, y compris celui de ſon équipage; (655) l'on pourra donc à la place de r, ſubſtituer $35x$, l'on

aura $\frac{665hbx}{54c} + \frac{19bdx}{18c} + qf = ap$, dont tous les termes étant multipliés par $54c$, donnent après la réduction $665hbx + 57bdx + 54cfq = 54acp$, d'où dégageant l'inconnue, il vient $x = \frac{54acp - 54cfq}{665bh + 57bd}$, dans laquelle les lettres connues ont la même valeur que ci-devant, puiſqu'il s'agit de la même Machine, excepté p, qui exprime la puiſſance qui vaut ici 334 ℔, au lieu de 200, & q, qui vaut 1506 ℔ au lieu de 1305, à quoi il faut bien prendre garde dans le calcul numérique, lequel donnera $54acp = 108216$, & $54cfq = 3812$, qui étant ſouſtrait du nombre précedent, il vient 104404 pour la différence: l'on trouvera de même $665bh = 37$, & $57bd = 456$; ajoutant ces deux nombres enſemble, l'on a 493 pour le diviſeur de 104404, dont le quotient donne 212 ℔ pour la valeur de l'inconnue x, c'eſt-à-dire pour le poids équivalent à la réſiſtance que le bled oppoſe au mouvement de la meule, qui étant multiplié par 35, donne 7420 ℔ pour le poids dont le palier doit être chargé, d'où retranchant celui de la lanterne & de ſon eſſieu, (651) il reſte 7220 ℔ pour la peſanteur de la meule.

Si on donne à cette meule le même diamétre qu'à la premiere, les viteſſes de l'une & de l'autre ſeront dans le rapport de celle qu'aura la roue dans ces deux cas, c'eſt-à-dire comme $8\frac{5}{12}$ eſt à $5\frac{1}{4}$: or ſi l'on multiplie le poids de chaque meule par la viteſſe qui lui répond, les produits ſeront dans la raiſon des quantitez de bled qu'elles pourront moudre dans le même tems: (638) ſi l'on en fait la proportion, l'on trouvera que la meule qui convient au plus grand effet pourra moudre environ $136\frac{1}{8}$ ſeptiers en 24 heures, c'eſt-à-dire, $16\frac{1}{8}$ de plus que ne faiſoit le Moulin dans l'état où il étoit quand j'ay fait le calcul; l'on peut juger de-là combien il importe de mettre dans une juſte proportion toute les parties d'une Machine: on n'auroit peut-être pas ſoupçonné que celle-ci fut ſuſceptible de tant de recherches.

Voulant connoître comme ci-devant quelle eſt la force appliquée à la roue uniquement employée à ſurmonter la réſiſtance du bled, l'on fera attention qu'entre la puiſſance & le poids, il y a quatre bras de lévier, qui ſont le rayon de la roue, celui du rouet, celui de la lanterne, & le rayon moyen de la meule; qu'il y a même raiſon du produit du premier par le troiſiéme, à celui du ſecond par le quatriéme, je veux dire de 6 à 8, que du poids 212 ℔ à la puiſſance (73) qu'on trovera de $282\frac{2}{3}$, laquelle étant retranchée de 334, il reſte $51\frac{1}{3}$ pour la force qu'il faut de plus à

Digitized by Google

cette puiſſance pour ſurmonter le frottement de toute la Machine, au lieu de 33 ℔ $\frac{1}{7}$ que nous avons trouvé ci-devant; ce qui fait une différence de 18 ℔ que la ſeconde meule cauſeroit de plus que la premiere, vû ſa plus grande peſanteur.

Maniere de diſpoſer les parties d'un moulin, pour que la même roue faſſe tourner deux meules à la fois.

658. Quand on a beaucoup d'eau & une chûte ſuffiſante, l'on peut diſpoſer le moulin de façon que la même roue faſſe tourner deux meules à la fois, comme on en peut juger par la ſeconde & troiſiéme figure de la Planche 8, où l'on voit que le rouet G qui répond à l'arbre de la roue F, s'engraine avec la lanterne I, dont l'eſſieu K eſt auſſi celui d'un autre rouet L, qui tournant horiſontalement s'engraine avec les lanternes M & N pour faire tourner les meules H.

Comme on n'a pas toujours aſſez de grains à moudre pour occuper les deux meules à la fois, il faut faire la lanterne de deux piéces, ſuivant les deſſeins D, E, F, afin qu'elle puiſſe s'ouvrir par le moyen des charnieres pour n'être plus en priſe aux dents du rouet; quand on veut qu'elle agiſſe on la referme. Pour que la lanterne étant ouverte, n'abandonne pas l'eſſieu, il faut qu'une de ſes moitiés y ſoit arrêtée haut & bas par des coliers de fer, comme on le voit au plan D d'un des Tourteaux: l'on pourroit au lieu de briſer la lanterne ſe contenter d'ôter deux fuſeaux à celle qui répond à la meule que l'on veut faire chomer.

PLAN. 9. FIG. 2. & 4.

Pour qu'un moulin ſoit complet, il faut qu'il puiſſe bluter la farine à meſure que le bled eſt moulu.

659. Pour qu'un Moulin ſoit complet, il doit bluter la farine, voici comme on s'y prend; on a des chauſſes de pluſieurs eſpéces, plus ou moins fines, faites avec du Canevas comme aux tamis: on met une de ces chauſſes dans un tonneau percé par les deux fonds; on la ſoutient tendue par pluſieurs petits cerceaux, ſervant auſſi à la ſuſpendre dans le tonneau qui doit être un peu incliné; le fond le plus élevé reçoit la farine, laquelle étant entrée dans la chauſſe, eſt ſecouée deux ou trois fois à chaque tour de lanterne par le moyen du baton H, qui eſt mis en mouvement par des bouts de fuſeaux qui excédent le tourteau ſuperieur ou inférieur, ou bien l'on met deux morceaux de bois en croix formant une eſpéce de tourniquet qu'on attache au ſommet ou au bas de la lanterne, & qui donne le mouvement au bâton; ainſi la farine tombe dans le tonneau & ſe ſépare du ſon, qui de ſon côté ſuit la pente du blutoir pour ſe rendre dans une auge ou dans un ſac. Afin que le bâton H faſſe bien ſon effet, il doit être un peu forcé par un bout de régle paſſé entre deux cordes tordues enſemble.

PLAN. 9. FIG. 4. & 5.

La cinquiéme figure eſt un autre blûtoir où l'on voit plus diſtinctement ce que je viens d'inſinuer, mais différemment diſpoſé;

Digitized by Google

comme le deſſein en fait aſſez ſentir la manœuvre, je ne m'y arrêterai pas ; ce n'eſt même que par répugnance que je parle de ſemblables bagatelles, mais il faut ſçavoir préferer l'utile à des objets plus intéreſſans à décrire, & qui n'auroient pas la même fin.

Deſcription d'un Moulin exécuté à Mont-Royal avant la démolition de cette Place.

PLAN. 2. & 3.

660. Voici un Moulin qui a été exécuté autrefois à *Mont-Royal* : l'on ſçait que cette Place étoit ſituée dans la preſqu'Iſle de *Trabanne* ſur un rocher eſcarpé, entourré en partie de la Moſelle : il y a dans cette Riviere pluſieurs Iſles, dans l'une deſquelles on avoit établi un poſte ; & comme il étoit aiſé de rétrecir en cet endroit le paſſage du courant pour faire gonfler les eaux, on a fait un moulin dans une Tour, élevée exprès pour le mettre à l'abri de l'ennemi, étant d'une grande conſéquence pour la Garniſon. Quoique ce moulin n'ait rien de ſingulier, je ne laiſſerai pas que de le rapporter comme un exemple pour étendre davantage l'application de nos principes ſur le frottement.

Cette tour eſt rectangulaire, comme on en peut juger par la figure ABCD qui en eſt le plan interieur, dont on a ſupprimé l'épaiſſeur des murs : on y remarquera que chaque flanc eſt percé par un Aqueduc, dont le premier EF ſert à introduire l'eau dans un canal qui traverſe la Tour, & le ſecond GH en facilite la ſortie ; à l'endroit IK eſt une vanne pour retenir l'eau à une certaine hauteur, & faire tourner deux roues L & M placées de ſuite : pour juger de la diſpoſition de ces roues, il faut conſidérer les profils de la Tour, l'un coupé ſur la largeur du plan & l'autre ſur la longueur. Dans ce dernier on voit la vanne IK qui répond à l'entrée de l'eau, & la premiere roue qui en reçoit le choc ; ſur la gauche en eſt une autre dont on s'eſt contenté de ponctuer la circonférence, pour qu'on puiſſe voir diſtinctement pluſieurs parties cachées par la précédente.

Si l'on conſidére les deux profils, l'on verra que chaque roue eſt accompagnée d'un rouet, dont les dents s'engrainent dans une lanterne ; que cette lanterne eſt traverſée par un arbre au ſommet duquel eſt un autre rouet qui fait tourner une ſeconde lanterne qui donne le mouvement à la meule.

Maniere de faire chomer une ou pluſieurs roues qui ſe trouvent dans le même courſier, ſans empêcher que les autres ne tournent.

661. Les deux roues ſe trouvant de ſuite, on a fait enſorte que lorſque l'on ſeroit obligé d'en faire chomer une, l'autre pût toujours aller : l'on a poſé ſur les bords du canal un chaſſis VTXY des deux côtez de la roue ; dans les montans TV & XY ſont des couliſſes, le long deſquelles les extrémitez V & Y des couſſinets qui portent les tourillons de la roue peuvent monter & deſcendre ; c'eſt pourquoi on y a fait des écroues où entrent les verins qui ac-

Digitized by Google

compagnent les chaſſis. Quand on veut empêcher qu'une roue agiſſe, on l'éléve à la hauteur où on veut l'arrêter, & on paſſe des boulons dans les trous que l'on a fait aux montans des couliſſes, afin d'en ſoutenir le poids; ce qui ſe fait ſans que la lanterne renfermée dans le chaſſis devienne un obſtacle, parce que les dents du rouet s'engrainant au bas des fuſeaux qui ont au moins 18 pouces de hauteur, on peut élever la roue autant qu'il le faut, pour que les aubes ne ſoient pas choquées par le courant.

Je paſſe ſous ſilence le détail de ce qui appartient à la Tour; puiſque les bateries de Canons hautes & baſſes qui ſervoient à défendre le paſſage de la riviere ſont aſſez diſtinctement marquées par les embraſures, l'on voit auſſi que la voûte qui n'a que 18 pieds de largeur ſur 3 pieds d'épaiſſeur, recouverte de 4 pieds de terre, mettoit ce moulin à l'épreuve de la Bombe.

On remarquera en paſſant qu'il y a bien des endroits, où dans le tems des grandes eaux les roues des moulins ſont ſubmergées pendant une partie de l'hyver. Pour éviter cet inconvénient, le moyen le plus ordinaire eſt d'élever l'arbre de la roue de quelques pieds, en ſe ſervant d'une Machine deſtinée à cet uſage, & rien ne me paroît plus ſimple que celle dont nous venons de parler, mais pour cela il faut que les fuſeaux de la lanterne ſoient d'une hauteur convenable, afin que les dents du rouet puiſſent toujours s'engrainer avec les fuſeaux, qu'il faut fortifier par deux tourteaux poſez horiſontalement dans l'intérieur de la lanterne.

Quelles devoient être les proportions du Moulin de Mont-Royal dans l'état de perfection.

662. Il y a apparence que le peu de chûte qu'avoit le courant qui faiſoit aller les roues du moulin de Mont-Royal, eſt cauſe que l'on a été obligé d'employer deux roues & deux lanternes pour donner aux meules une viteſſe convenable: il eſt vrai que la Machine devenant par-là plus compoſée, les frottemens en ſont auſſi devenus plus conſidérables, ce qui demande néceſſairement une augmentation de force au moteur; & voilà le cas où ſe trouvent tous les moulins qu'on établit ſur des bateaux, & les autres Machines qui ſont miſes en mouvement par le courant d'une riviere; la ſeule reſſource qui reſte eſt de donner aux *aubes* autant de ſuperficie qu'il en faut pour ſupléer à la viteſſe du courant: or pour faire voir de quelle maniere on doit déterminer les principales proportions du moulin dont nous parlons pour le rendre parfait, en connoiſſant ſeulement le diamétre de la roue, celui de la meule, ſon poids & la viteſſe dn courant; ſans nous mettre en peine de ce que l'on a ſuivi dans l'exécution, nous nous attacherons à la premiere roue.

Je ſuppoſe que l'on a été aſſujetti à donner 7 pieds de rayon à

cette roue, dont la circonférence ſera par conſéquent de 44 pieds, & que le courant n'a que 9 pieds de viteſſe par ſeconde, parce qu'on ne peut faire gonfler les eaux qu'à une hauteur médiocre, ainſi ſa viteſſe par minute ſera de 540 pieds, dont le tiers qui eſt 180 ſera celle qu'aura le centre d'impreſſion d'une des aubes dans le même tems pour le *plus grand effet*; (595) ainſi cette roue fera environ 4 tours par minute; ſi l'on veut que la meule en faſſe 60 dans le même tems, (638) il faut proportionner le nombre des dents des rouets & celui des fuſeaux de lanternes, de façon que la quantité de tours de la premiere lanterne, multipliée par la quantité de tours de la ſeconde, à chaque tour de roue donne 15 au produit, parce qu'alors la roue faiſant 4 tours par minute, la meule en fera 60; pour cela il n'y a qu'à donner 4 pieds de rayon au premier rouet, & l'accompagner de 48 dents; 16 pouces de rayon à ſa lanterne, & la faire de 16 fuſeaux, alors elle fera trois tours, contre un que fera le rouet: d'autre part, ſi l'on donne 3 pieds 9 pouces au rayon du ſecond rouet, qu'on l'accompagne de 45 dents, 9 pouces au rayon de ſa lanterne, & qu'elle ſoit de 9 fuſeaux, elle fera 5 tours contre le rouet un; ainſi on aura les nombres 3 & 5, dont le produit répond à l'objet qu'on s'eſt propoſé.

Il nous reſte à déterminer la ſuperficie qu'il faut donner aux aubes, pour que le courant ſoit capable de ſurmonter la réſiſtance que le bled oppoſe à la meule, eu égard à ſon poids & à tous les frottemens qui ſe rencontrent ici: nous ſuppoſerons que la meule a 3 pieds de rayon, & que ſon épaiſſeur réduite eſt de 12 pouces, ce qui donne 28 pieds 3 pouces cubes de ſolidité, mais nous négligerons les 3 pouces pour le vuide de *l'œil*; multipliant 28 par 110, (651) il vient 3080 ℔ pour le poids de la meule, auquel il faut ajouter 200 ℔ pour celui de la lanterne & de ſon eſſieu; (651) ainſi la crapaudine ſera chargée de 3280 ℔, qui étant diviſé par 35, il vient 94 ℔ pour le poids équivalent à la réſiſtance que le bled oppoſe à la meule, (655) qui étant multiplié par ſon bras de lévier c'eſt-à-dire par les deux tiers du rayon de la meule (240) donne 188.

Maniere de faire le calcul de toutes les parties du moulin de Mont-Royal.

663. Pour calculer le frottement du pivot de la meule ſur ſa crapaudine, il faut comme à l'ordinaire prendre le tiers du poids dont elle eſt chargée, qui eſt 1093 ℔, le multiplier par les deux tiers du rayon du pivot, (240) c'eſt-à-dire par 2 lignes, il vient 15, qui étant ajouté avec le produit précédent, je veux dire avec 188, il vient 203, qu'il faut diviſer par le rayon de la lanterne qui eſt de 9 pouces, on aura 270 $\frac{2}{3}$ pour la réſiſtance du bled, jointe au frot-

Digitized by Google

rement du pivot de la meule réduite au point où les fuſeaux & les dents du rouet ſe rencontrent, c'eſt pourquoi il faut multiplier ce nombre par $\frac{19}{16}$, (290) il vient 286 ℔ pour le poids qui répond à l'extrémité du rayon du rouet ſupérieur, qui étant multiplié par ce même rayon qu'on peut conſidérer comme un bras de lévier de 3 pieds 9 pouces, & le produit diviſé par le rayon de la premiere lanterne qui eſt de 16 pouces que l'on peut regarder auſſi comme le ſecond bras de lévier, donnera 804 ℔ pour une partie de la réſiſtance que les dents du premier rouet rencontreront à mouvoir les fuſeaux de la lanterne; car il faudra y ajouter encore celle que peut cauſer le frottement de l'extrémité du pivot de l'arbre vertical ſur ſa crapaudine (240) que nous ſuppoſerons chargée de 960 ℔ dont on multipliera le tiers, qui eſt 320 ℔ par les deux tiers du rayon du pivot, c'eſt-à-dire par 4 lignes, & diviſer le produit par 16 pouces, rayon de la lanterne d'en bas, il vient 6 ℔ $\frac{2}{3}$, qui étant ajouté avec 804 ℔ donne 810 ℔ $\frac{2}{3}$, qu'il faut multiplier par $\frac{19}{16}$ (292) à cauſe du frottement du rouet & de la lanterne pour avoir 856 ℔.

Le rayon du rouet d'en haut, & celui de la lanterne d'en bas compoſant enſemble un lévier recourbé à angle droit, qui a pour point d'appui la crapaudine du pivot d'en bas & le colier du pivot d'en haut; il faut chercher la diagonale du parallelogramme rectangle, (72) qui auroit pour côtez les nombres 286 & 856, & qu'on trouvera de 902 dont on prendra la moitié (251) qui eſt 451 ℔ pour le frottement, qu'on multipliera par 6 lignes, rayon des pivots, & diviſer le produit par 16 pouces rayon de la lanterne, il vient à peu près 14 ℔ $\frac{1}{2}$ pour ce frottement réduit au fuſeau de la lanterne, qu'il faut multiplier par $\frac{19}{16}$, il vient 15 ℔ qui étant ajoutez avec 856, donne 871 ℔ pour la réſiſtance totale que les dents du rouet d'en bas rencontreront à faire tourner la lanterne; or multipliant ce nombre par 4 pieds rayon du rouet, & diviſant le produit par 7 rayons de la roue, il viendra 498 ℔ pour la puiſſance qui doit être apliquée à la roue, à quoi il faut ajouter ce qui lui manque pour ſurmonter le frottement des tourillons de la même roue.

Je ſuppoſe que la roue, le rouet qui l'accompagne & l'arbre qui leur eſt commun, péſent enſemble 3450 ℔, dont il faut prendre le tiers qui eſt 1150 pour la preſſion qui ſe fait ſelon la verticale, enſuite ajouter enſemble les nombres 871 & 498, c'eſt-à-dire les puiſſances qui agiſſent ſur les fuſeaux de la lanterne d'en bas & à l'extrémité du rayon de la roue, & prendre la moitié de leur ſomme qui eſt 684 $\frac{1}{2}$ ſelon l'article 251, & l'ajouter avec 1150, il viendra

1834 ℔ ½ pour le frottement des tourillons qu'il faut multiplier par le rayon des mêmes tourillons, c'eſt-à-dire par 9 lignes, & diviſer le produit par celui de la roue, il vient environ 16 ℔, qui étant ajouté avec 498 ℔, donne 514 ℔ pour la puiſſance qui doit ſurmonter tous les obſtacles qui ſe rencontrent dans la Machine.

Connoiſſant la viteſſe d'un courant & la puiſſance qu'il faut pour faire tourner une roue de moulin, trouver la ſuperficie des aubes.

664. Ayant dit (662) que la viteſſe du courant étoit de 9 pieds par ſeconde, & ſuppoſé que celle de la roue en étoit le tiers, la viteſſe *reſpective* de l'eau contre les aubes ſera de 6 pieds par ſeconde, laquelle répond à un réſervoir de 7 pouces ½ de hauteur, dont la baſe étant d'un pied quarré ſera chargé d'une colomne d'eau de 42 ℔, (Tab. 3.) ainſi la force reſpective du courant ſera capable d'une impulſion de 42 ℔ par pied quarré; & comme la puiſſance doit être de 514, diviſant ce nombre par 42, il vient 12 pieds ½ pour la ſuperficie qu'il faudra donner à chaque aube (596) que l'on fera de telle largeur & hauteur que l'on voudra, pourvû que le produit de ſes deux dimenſions ne faſſe pas moins de 12 pieds ½, & que ſon centre d'impreſſion ſoit éloigné de 7 pieds de celui de la roue, puiſque c'eſt le bras de lévier ſur lequel nous avons fait notre calcul. (576)

N'ayant égard qu'à la réſiſtance que le bled oppoſe à la meule que nous avons trouvé (662) de 94 ℔, & à la raiſon réciproque de la viteſſe de ce poids & de celle de la puiſſance motrice, qui eſt comme 7 eſt à 30; on trouvera 403 ℔ pour la puiſſance motrice, qui étant retranché de 514 ℔, il reſte 111 ℔ pour la force deſtinée à ſurmonter tous les frottemens, c'eſt-à-dire à peu près la cinquiéme partie de la force totale.

Maniere de regler la pente qu'il faut donner à un Courſier dans lequel il ſe trouve pluſieurs roues de ſuite, pour que le courant puiſſe les frapper toutes de la même force.

665. On remarquera au ſujet des roues qui ſe rencontrent dans le même courſier, qu'afin que l'eau qui a choqué la premiere acquierre enſuite la viteſſe qu'elle a perdu pour choquer la ſeconde, il faut donner au courſier une certaine pente. Par exemple, nous avons ſuppoſé ici que la viteſſe de l'eau étoit de 9 pieds, & que la viteſſe de la premiere roue étoit le tiers de celle du courant, il ne lui reſtera donc après avoir choqué les aubes que la viteſſe de 3 pieds par ſeconde; ainſi il faudra donner au courſier une certaine pente, pour que le courant puiſſe acquérir encore 6 pieds de viteſſe; pour cela il n'y a qu'à voir de quelle hauteur il faudroit que tombât un corps pour acquérir une viteſſe uniforme de 9 pieds par ſeconde; on trouvera dans la Table troiſiéme qu'elle doit être de 16 pouces 2 ½ lignes, dans le cas où il n'auroit eu d'abord aucun mouvement; mais ſi ſe corps étoit déja capable d'une viteſſe de 3 pieds

Digitized by Google

pieds par ſeconde, il ne faudroit pas qu'il tombât de ſi haut; c'eſt pourquoi il faudra diminuer de la hauteur précédente celle qu'il auroit dû d'abord parcourir pour avoir cette viteſſe de 3 pieds, laquelle doit être d'un pouce 9 $\frac{1}{2}$ lignes, qui étant retranché de 16 pouces 2 $\frac{1}{2}$ lignes, reſte 14 pouces 5 lignes pour la différence des deux hauteurs qui eſt la pente qu'il faut donner au courſier dans l'intervalle des deux roues: quand il y auroit 5 ou 6 roues de ſuite, elles iront toutes avec la même viteſſe, dès quelles ſe trouveront dans le cas des deux précédentes.

Deſcription d'un moulin fort ſimple dans le goût de ceux qu'on fait en Provence.

666. En Provence & dans une bonne partie du Dauphiné les Moulins y ſont d'une grande ſimplicité, n'ayant qu'une roue horiſontale D de 6 ou 7 pieds de diamétre, dont les aubes ſont faites en *cuilleres* pour recevoir le choc de l'eau qui coule ordinairement dans un auge A; l'arbre E qui répond à la meule ſupérieure eſt la ſeule piéce qui ſert à lui communiquer le mouvement, & je ne crois pas qu'il ſoit poſſible de faire un moulin à moindre frais; il eſt vrai qu'il faut pouvoir ménager une chûte comme celle que l'on voit ici, & qui ſont très-fréquentes dans ce Pays-là. PLAN. 4.

La roue tourne ſur un pivot dans une crapaudine pratiquée au milieu de l'entretoiſe du chaſſis OF, ſervant à approcher les deux meules, par le moyen de la vis qui eſt à l'extrémité de la piéce G, & de l'écroue H que l'on fait tourner pour hauſſer ou baiſſer le chaſſis.

Les roues que l'on voit éxécutées dans le goût de celles-ci ont leurs cuilléres ſimplement aſſemblées à l'arbre par un tenon & une cheville fortifiée par le deſſous par des membrures qui les entretiennent toutes enſemble; d'autres ſont faites, comme on le voit au plan M, & a ſon profil N, que la ſeule inſpection de la figure fait aſſez connoître pour n'avoir pas beſoin d'explication.

Quand le Meûnier veut arrêter le moulin, il peut ſans ſortir interrompre le cours de l'eau en pouſſant la perche I, baiſſer le clapet L qui eſt attaché auſſi-bien que le bras de lévier K à un tourniquet qui facilite cette manœuvre; plus haut il y a une vanne à l'entrée du canal, comme on le voit marqué à l'endroit C du plan, pour empêcher que l'eau n'y entre & qu'elle ne ſe perde en paſſant par deſſus les bords, comme cela arriveroit ſi l'on ne fermoit que le clapet L: on la ménage dans un réſervoir lorſque le moulin chome pendant quelque tems pour en avoir enſuite avec plus d'abondance.

Ce moulin eſt exécuté à *Briançon*; l'eau de la *Durance* en fait tourner trois ſemblables dans le même bâtiment.

Maniere de calculer la

667. Pour profiter de l'occaſion que me fournit la planche qua-

force que l'eau acquiert en coulant dans un canal incliné.

triéme de donner un exemple de la maniere de meſurer le choc de l'eau qui coule ſur un plan incliné; nous ſuppoſerons que celle du réſervoir que ſoutient la vanne C, eſt toujours entretenue à 17 pouces de profondeur, que le pertuis a 4 pouces de hauteur ſur 12 de largeur; ainſi la hauteur moyenne de l'eau ſera à peu près de 15 pouces, (534) qu'il faut ſelon l'article 578 multiplier par 16 pieds qui eſt la hauteur que nous donnerons au canal incliné A, ou à l'élévation du pertuis au-deſſus de la roue D, enſuite extraire la racine quarrée du produit, qu'on trouvera de 4 pieds 5 pouces 8 lignes pour la hauteur de la colonne d'eau, qui auroit pour baſe le pertuis ou le tiers d'un pied quarré: prenant dans la Table troiſiéme le tiers du choc qui répond à une chûte de 4 pieds 5 pouces 8 lignes, on trouvera 104 ℔ $\frac{1}{2}$ pour l'expreſſion du choc de l'eau qui fait tourner la roue, quoique celui de la même eau ne ſoit capable que d'environ 29 ℔ immédiatement à la ſortie du pertuis; ce qui fait voir combien elle a acquis de force par ſon accélération.

PLAN. 4.

Si la vanne étoit élevée juſqu'au niveau de l'eau, & que la ſource fut aſſez abondante pour fournir à la dépenſe d'une ouverture de 12 pouces de largeur ſur 17 de hauteur, qui donne un pied 5 pouces de ſuperficie; la hauteur moyenne ſeroit alors les quatre neuviémes de la profondeur de l'eau, (524) c'eſt-à-dire de 7 pouces 6 lignes 8 points, qui étant multiplié par 16, hauteur du canal incliné, (578) on aura un produit dont la racine quarrée donne environ 3 pieds 2 pouces pour la hauteur de la colomne, qui auroit pour baſe le plan de la Section de l'eau au ſommet du canal; cherchant dans la Table troiſiéme le choc qui répond à une chûte de 3 pieds 2 pouces, on le trouvera de 222 ℔, qui étant multiplié par un pied 5 pouces, donne 314 ℔ $\frac{1}{2}$ pour le choc de l'eau à la ſortie du canal, au lieu qu'elle ne peut être capable que d'un choc de 62 ℔ à ſon ſommet.

Autre eſpece de moulin en uſage ſur la Garonne.

668. L'on voit à quelques endroits ſur la Garonne des Moulins qui ſont encore d'une conſtruction aſſez ſinguliere; la roue eſt une eſpéce de tambour qui a la figure d'un Cone tronqué renverſé, qui tourne dans une cuve de Maçonnerie faite exprès: les aubes de cette roue ſont appliquées obliquement ſur la ſurface du tambour où elles forment des portions de ſpirales. Ces aubes ainſi diſpoſées obligent la roue à tourner avec une extrême viteſſe, par conſéquent la meule qui répond à ſon eſſieu, & pour cela il ne faut qu'un filet d'eau.

PLAN. 1. FIG. 5.

Deſcription des moulins

669. De tous les moulins à eau qui ont été imaginez juſqu'ici, je crois qu'il n'y en a pas de plus ingénieux & de plus ſimples que

ceux qui ont été exécutés au *Baſacle* à *Toulouſe*, comme on en va juger. *du Baſacle à Toulouſe.*

Il y a aux moulins du Baſacle 16 meules de front qui vont inceſſamment & qui entretiennent de farine la Ville & les environs; & comme elles agiſſent toutes de même par la force du courant, & que leur action eſt indépendante l'une de l'autre, je ne rapporterai que ce qui convient à trois de ces meules.

La premiere figure montre le plan de pluſieurs piles de maçonnerie ſervant de pieds droits à des arcades fermées par des vannes qu'on voit dans la 8e. figure, qui eſt une élévation priſe ſur la longueur AB; chaque vanne répond à un courſier 7, revêtu de maçonnerie, allant en rétreciſſant juſqu'à l'endroit CD où il aboutit à un cylindre ou tonneau CED ſans fond, qui eſt auſſi de maçonnerie: l'eau retenue derriere la vanne 5 paſſant par le pertuis 22, entre avec précipitation dans le courſier, & ne trouvant point pour ſortir un paſſage auſſi grand que celui par lequel elle eſt entrée, gonfle & s'introduit avec plus de force dans le tonneau en formant un tourbillon, & contraint de tourner avec elle une roue horiſontale qui eſt dans le fond repréſentée aux endroits F, & mieux encore dans les Figures 4 & 5. L'abre 1 de cette roue aboutit à la meule K de la ſixiéme figure. PLAN. 5; & 6. FIG. 1. & 6.

L'eau qui eſt entrée dans le tonneau après avoir fait pluſieurs tours & frappé les aubes de la roue, s'échappe par le vuide qui ſe trouve dans l'intervalle que ces mêmes aubes laiſſent entr'elles, ſort par le fond du tonneau, & s'écoule du côté d'Aval où on a ménagé une pente; voilà une idée génerale de la manœuvre de ces ſortes de moulins que je vas détailler ſuccintement.

A la roue eſt un pivot tournant ſur la crapaudine pratiquée dans le palier N: ce palier eſt appuyé à l'endroit V ſur un ſeuil avec lequel il eſt encaſtré de quelques pouces; l'extrémité X eſt attachée avec un boulon à un poteau pendant O, ſuſpendu au balancier PQ, appuyé d'une part à l'endroit P, ſuſpendu de l'autre à la Piece QR percé vers le haut de pluſieurs trous pour recevoir un boulon: comme toutes les piéces jouent enſemble quand on hauſſe ou baiſſe l'extrémité R, l'on peut par leur moyen faire monter ou deſcendre la roue F, afin d'approcher la meule ſupérieure K de ſon inférieure ſelon l'uſage ordinaire des moulins. FIG. 6.

La hauteur du tonneau eſt exprimée par LM, & l'on voit que du côté de la ſortie de l'eau, la Maçonnerie dont il eſt compoſé eſt portée par ces poutres M & T, & qu'à cet endroit il y a une arcade S derriere chaque tonneau qu'on ne peut bien diſtinguer

Digitized by Google

que dans la ſeptiéme figure, qui eſt une élévation du moulin du côté d'Aval, priſe depuis le radier juſqu'à la hauteur du rez-de-chauſſée, où l'on diſtingue les différentes parties que l'on peut voir dans l'enfoncement depuis l'entrée de l'eau juſqu'à ſa ſortie. Pour les reconnoître il ne faut que chercher les chiffres & les lettres ſemblables répandues dans les différentes figures, qui font voir la rélation qu'elles ont entr'elles puiſqu'elles répondent aux mêmes choſes vûes de différens ſens; la troiſiéme Figure montre le plan du radier du côté d'Aval, & de quelle maniere ſont aſſemblées les piéces de charpente ſur leſquelles on a établi la maçonnerie qui compoſe les tonneaux; car comme l'eau paſſe par deſſous, il a fallu les porter en l'air & ſe contenter d'appuyer leur baſe ſur les piles Y.

La deuxiéme figure fait voir le plan du rez-de-chauſſée du moulin où ſont placez les meules, & l'aſſemblage des piéces de charpente qui en font la ſéparation: elles ſont diſpoſées de maniere qu'on peut démonter tout ce qui appartient à une des meules quand il y a quelque réparation à faire ſans interrompre le travail des autres, ayant chacune leur courſier qu'il ſuffit de fermer pour avoir la liberté de manœuvrer haut & bas.

Comme il n'y a que 5 pieds 4 pouces du centre d'une meule à celui de l'autre, ſur une riviere de 10 à 11 toiſes de large, on peut en placer juſqu'à 12, au lieu qu'ordinairement on n'en met que 4, encore faut-il faire deux bâtimens, un ſur chaque bord; ici il n'y a ni rouet ni lanterne, & par conſéquent d'autre frottement que celui du pivot de la roue, ce qui rend les réparations moins fréquentes: cette roue qui n'a que 3 pieds de diamétre eſt compoſée d'une ſeule piéce; pour la faire, on prend un tronçon d'un gros arbre, & on y taille les aubes que l'on incline ſur ſon épaiſſeur, les faiſant un peu courbes comme on le peut voir par la quatriéme & cinquiéme figure qu'on a rapporté en grand pour la rendre plus ſenſible.

Pour donner à cette roue toute la perfection dont elle me paroît ſuſceptible, il y auroit pluſieurs recherches curieuſes à faire auſquelles je ne m'arrêterai point: je dirai ſeulement que l'eau qui la pouſſe la fait agir avec une force compoſée de l'action de ſa peſanteur & de la direction circulaire que le tonneau lui donne; que la courbure des aubes devroit ſuivre celle de la développée d'un cercle, & que l'obliquité qu'elles ont de haut en bas devroit faire avec l'arbre qui leur ſert d'eſſieu un angle de 55 degrez, puiſque ces aubes ſont dans le même cas que les aîles d'un moulin à vent.

Maniere de ſe ſervir du flux & re-

670. Il me reſte à décrire une autre eſpéce de Moulin dont je crois qu'aucun Auteur n'a parlé, étant nouvelle & peu connue:

Digitized by Google

elle ſe réduit à faire enſorte d'aſſujettir le flux & le reflux de la mer pour faire tourner des roues toujours du même ſens, ce qui s'exécute d'une maniere fort ingénieuſe; l'on en attribue la premiere invention à un nommé *Perſe* Maître Charpentier de Dunkerque, qui mérite aſſurément beaucoup d'éloge, n'y ayant point de gloire plus digne d'un bon Citoyen que de produire quelqu'invention utile à la ſocieté. En effet, combien n'y a-t-il point de choſes eſſentielles à la vie, dont on ne connoît le prix que quand on en eſt privé; les moulins en géneral ſont dans ce cas-là, l'on doit ſçavoir bon gré à ceux qui nous ont mis en état d'en conſtruire par tout: par exemple à Calais, comme il n'y ſerpente point de rivieres, on n'y a point fait juſqu'ici de moulins à eau, & ceux qui vont par le vent chomant une partie de l'année, il y a des tems où cette Ville ſe trouve ſans farine, & j'ai vû la Garniſon en 1730 obligée de faire venir du pain de Saint Omer, au lieu qu'en ſe ſervant du flux & reflux de la mer, on pourroit conſtruire autant de moulins à eau que l'on voudroit; il y a d'autres Villes dans le voiſinage de la mer ſujettes au même inconvénient, parce qu'apparemment elles ignorent le moyen d'y remédier. C'eſt principalement en leur faveur que j'ai écrit ce qui ſuit.

flux de la mer, pour faire tourner des roues toujours du même ſens.

La Figure premiere comprend trois canaux dont celui du milieu KCM ſe ferme avec deux vannes placées aux endroits B & E, les deux autres GDL & HFI ſe ferment auſſi par les vannes D & F. Pour entendre la manœuvre qui fait aller le moulin dont la roue eſt placée en C, on ſuppoſe que l'eau de la mer entre du côté de M, & ſort du côté de K pour s'aller rendre dans un grand réſervoir où elle reſte en dépôt.

PLAN. 7. FIG. 1.

Quand la mer monte, on léve les vannes B, E, & l'on baiſſe les deux autres D & F; alors l'eau paſſant par le canal du milieu fait tourner la roue environ 4 heures & $\frac{1}{2}$ des 6 que la mer employe à monter, parce que lorſqu'elle approche de ſe mettre de niveau avec l'eau du réſervoir, la roue ceſſe de tourner pendant une heure & demie avant que la marée ait atteint ſa plus grande hauteur, & encore une heure & demie après: ainſi des 12 heures que comprend le tems du flux & reflux, il y en a 3 pendant leſquelles le moulin chome.

Quand la mer commence à baiſſer, l'on ferme les vannes E & B, & l'on ouvre les deux autres D & F; l'eau du réſervoir eſt contrainte de paſſer dans le canal GDL, & ne pouvant s'échapper du côté de la mer, elle vient paſſer ſous la roue C qu'elle fait tourner du même ſens qu'auparavant: de-là elle s'échappe par le canal HFI

& va s'écouler à la mer ; ainſi toute la manœuvre ſe réduit à ouvrir & à fermer alternativement tous les ſix heures les vannes E, B, & D, E. Pour interrompre le moulin quand on le juge à propos, l'on a placé une vanne à l'endroit A qui empêche que la mer ne paſſe au-de-là.

La ſeconde figure comprend deux moulins qui agiſſent de la même maniere que le précédent, mais avec un peu plus de circuit ; l'on ſuppoſe que le côté L répond au rivage & le côté K au réſervoir : Quand la mer monte, l'on ouvre les trois vannes A, G, C, & l'on ferme les trois autres B, D, H ; ainſi l'eau fait tourner d'abord la roue F, enſuite l'autre E, de-là paſſe dans le canal MCI pour ſe rendre au réſervoir.

Quand la mer baiſſe on ferme les trois paſſages A, G, C, & l'on ouvre les trois autres BDH, l'eau du réſervoir vient faire tourner la roue E de même ſens qu'auparavant, de-là coule par le paſſage D, & va faire tourner la roue F comme en premier lieu, enſuite elle s'échappe par le canal PBO, & va ſe jetter à la mer ; ainſi la manœuvre conſiſte à ouvrir & à fermer alternativement les vannes.

Exemple d'un moulin exécuté autrefois à Dunkerque & qui alloit par le flux & reflux.

671. Voici les développemens d'un moulin dans le goût des précédens qui a été exécuté à Dunkerque, & qui a ſubſiſté encore long-tems après la démolition ; n'ayant été détruit que depuis quelques années par le propriétaire même, picqué de voir qu'on vouloit l'obliger d'entrer dans les frais de l'entretien des canaux de *Furnes* & de *la Moëre* qui facilitoient la manœuvre de ce moulin ſitué dans la Ville entre ces deux canaux. Il faut être prevenu que le fond du canal de la Moëre eſt de niveau avec l'ancien port, & que le fond de celui de Furnes eſt de 6 pieds plus élevé ; ainſi le moulin manœuvroit à la marée montante par le canal de la Moëre, & continuoit à la marée deſcendante par celui de Furnes de la maniere du monde la plus commode, comme on en va juger.

PLAN. 8. Ce moulin contenoit huit meules marquées H, dont 6 tournoient par le moyen de la mer, & les deux autres par celui du vent ; c'eſt pourquoi on a pratiqué la gallerie de charpente KL en dehors de la Tour pour diſpoſer l'axe des ailes dans la direction du vent.

Le plan fait voir trois courſiers A, B, C, dans chacun deſquels tournoit une roue qui donnoit le mouvement à deux meules, comme le profil le fait aſſez ſentir. Je ne dis rien du mouvement de la roue F, qui répondant dans le courſier C, avoit la liberté de tourner tantôt d'un ſens, tantôt d'un autre, ſuivant le flux & le reflux, pour ne m'arrêter qu'aux deux autres répondans aux courſiers A & B dont l'équipage de chacune eſt repréſentée par le ſecond pro-

Digitized by Google

fil. Pour leur donner le mouvement, on a fait quatre portes à deux battans D, E, F, G, qui s'ouvroient & ſe fermoient alternativement d'elles-mêmes par l'action de l'eau. Par exemple, à la marée montante les portes E & F s'ouvroient, & les deux autres D & G ſe fermoient, l'eau venant paſſer par les courſiers du ſens marqué par les fléches faiſoit tourner les roues pendant le flux; & à la marée deſcendante les portes G & D s'ouvroient, & les deux premieres E & F ſe fermoient; l'eau ſe trouvant arrêté en E paſſoit par la porte G, & ſortoit par l'entrée D, après avoir fait tourner les deux roues du même ſens qu'auparavant. PLAN. 7. FIG. 8.

672. J'ai fait réflexion que l'on pouvoit ſe ſervir de la marée pour faire aller des moulins d'une maniere encore plus ſimple que celle que je viens de décrire. Je ſuppoſe que RST marque la baſſe mer, & KQM la haute mer; que l'on a creuſé le terrain au niveau des plus baſſes marées ſur l'étendue SLAGNT, qui aboutit à deux reſervoirs DOH & GPI, dont le lit du premier doit être de 6 ou 7 pieds plus élevé que celui du ſecond qu'on fera de niveau avec la baſſe mer; ainſi l'on ménagera une chûte à l'endroit HI, accompagnée d'une écluſe fermée avec des vannes pour ſoutenir les eaux du canal ſuperieur & faire tourner pluſieurs moulins: à l'entrée du baſſin ſuperieur, il faudra faire une écluſe AB fermée par deux portes buſquées D qui s'ouvriront d'elles-mêmes du côté du canal à la marée montante; l'eau entrera à la hauteur de 7 à 8 pieds, & s'y trouvera enfermée ſans en pouvoir ſortir qu'en ouvrant les pertuis des moulins, parce que les portes D ſe refermeront d'elles-mêmes auſſi-tôt que la mer commencera à baiſſer. *Autre maniere de ſe ſervir du flux & reflux pour faire tourner des roues.*

On conſtruira auſſi une écluſe EF à l'entrée du baſſin inférieur, dont les portes G regardant la mer ſe fermeront d'elles-mêmes quand elle montera, & elle ne pourra entrer dans ce baſſin uniquement deſtiné à recevoir les eaux d'en haut; car le radier des moulins étant à peu près de niveau avec le lit du baſſin ſupérieur, l'eau pourra paſſer de l'un dans l'autre, & de-là aller ſe jetter à la mer, lorſque la marée en baiſſant laiſſera la liberté aux portes G de s'ouvrir pour mettre ce baſſin à ſec de 12 heures en 12 heures: or ſi l'on proportionne l'étendue de celui d'en haut à la quantité d'eau que les moulins dépenſeront pendant 9 ou 10 heures, afin d'avoir égard au tems que la mer mettra à baiſſer & à remonter juſqu'à un certain point, les moulins iront continuellement ſans aucune ſujettion.

Comme toutes les rivieres qui vont ſe jetter à la mer ont un flux PLAN. 7.

FIG. 9. & reflux qui s'étend ſenſiblement ſur pluſieurs lieux en-deçà de leur embouchure : on peut encore profiter de cet avantage pour la commodité des Villes qui en ſont à portée: par exemple ABCDE repréſente une riviere qui va ſe jetter à la mer du côté de A, l'on ſe ſervira du circuit BCD afin de conſtruire les moulins à l'endroit MN; pour cela il faudra creuſer deux baſſins FMNG & MIKN, le premier plus profond que le ſecond, le faiſant de niveau avec le lit HA; ce qui s'exécutera d'autant plus commodément que les rivieres ont toujours beaucoup de profondeur à meſure qu'elles approchent de leurs embouchures : on fera une écluſe FG dont les portes H regarderont la mer, & une autre IK dont les portes L regarderont les moulins; l'on apperçoit d'abord que la mer venant à monter fermera l'écluſe d'en bas & ouvrira celle d'en haut, & que quand elle ſe retirera, l'eau du baſſin ſupérieur fermera l'écluſe d'en haut, & l'eau du baſſin inférieur ouvrira celle d'en bas pour s'aller jetter à la mer ainſi alternativement.

Maniere de faire une roue de moulin qui puiſſe tourner, étans entierement plongée dans l'eau d'une riviere.

673. Les rivieres qui ſont dans le cas que nous venons de ſuppoſer groſſiſſant de 12 ou 15 pieds, on ne peut y faire de moulin dont les roues ne ſoient ſubmergées deux fois par jour, & les Machines qu'elles font agir ne rempliſſent gueres que le quart de leur deſtination, à moins qu'on n'éleve les roues de la façon que nous l'avons inſinué dans l'article 661; mais c'eſt une ſujettion qu'on peut éviter par une nouvelle conſtruction de roues imaginées par Meſſieurs *Goſſet* & *de la Deville*, Prêtres du Diocéſe de *Laon*, à l'occaſion d'un projet d'une Machine qu'on devoit exécuter contre l'une des Arches du Pont-au-Change à Paris. Il s'agiſſoit de donner une plus grande abondance d'eau à la Ville que ne font les Pompes du Pont Notre-Dame, qui ne vont pas lorſque la riviere eſt fort groſſe, quoiqu'on éléve les roues juſqu'à une certaine hauteur, au lieu que celle dont je parle tournera continuellement ſans bouger de ſa place que la riviere ſoit haute ou baſſe, parce qu'elle peut y être entierement plongée; en voici le détail.

PLAN. 7. FIG. 10. On ſuppoſe que la ligne GH exprime la ſurface des plus hautes eaux, la ligne LM celle des plus baſſes, & que le courant ſuit la direction de la fléche N; il eſt queſtion de faire enſorte que la roue puiſſe toujours tourner ſur ſon axe IK, il faut être prévenu que la figure que nous donnons ici eſt un profil compoſant un aſſemblage de charpente qui doit être répeté pluſieurs fois le long de l'arbre, ſelon la longueur que l'on veut donner aux aubes, afin que les planches qui doivens compoſer ces aubes ayent autant de point d'appui qu'il convient de leur en donner pour ſoutenir le choc de l'eau

l'eau ſans fléchir; ce que cette roue a de ſingulier ſe réduit ſeulement à attacher ſur les rets avec des charnieres les planches qui doivent compoſer les aubes, afin qu'elles puiſſent ſe préſenter en face comme D quand elles ſont au bas de la roue pour recevoir le choc de l'eau, & qu'au contraire elles ne ſe préſentent que de profil comme A, lorſqu'elles ſont vers le ſommet, parce qu'alors l'eau ayant incomparablement plus de priſe en bas qu'en haut, la roue ſera contrainte de tourner, au lieu que ſi les planches étoient arrêtées à demeure, comme de coutume, le choc ſe trouvant égal en bas & en haut, la roue reſteroit immobile.

L'on voit qu'auſſi-tôt que les planches D ſont parvenues vers M, elles commencent à flotter comme en E & plus encore en F, & que ce n'eſt qu'en A qu'elles ſe trouvent dans une ſituation horiſontale; qu'enſuite étant parvenues en B, elles ſont prêtes à ſe coucher ſur leur appui, & c'eſt à quoi le courant les contraindra lorſqu'elles ſeront deſcendues au-deſſous de l'axe de la roue, ce qui arrivera toujours de même à quelque hauteur que ſoit le niveau GH de l'eau au-deſſus ou au-deſſous de l'axe IK, pourvû que lorſqu'il ſera au plus bas LM, l'aube verticale PQY ſoit entierement plongée. J'ai été appellé à la premiere épreuve que l'on a fait d'une pareille roue à Paris, qui a réuſſi avec tout le ſuccès qu'on pouvoit deſirer.

Regle pour déterminer le nombre d'aubes qu'il faut donner aux roues ſelon la grandeur de leur diamétre.

674. Il ne paroît pas que dans la conſtruction des roues de moulin l'on ait ſuivi juſqu'ici aucune régle pour déterminer le nombres des aubes qu'il convenoit d'y appliquer, eu égard à leur hauteur, & relativement à la grandeur du diamétre qu'il faudra donner à la roue; cependant il importe qu'elles ſoient diſtribuées à propos, ſans en employer plus qu'il ne faut, comme on le fait toujours, ce qui les empêche de recevoir toute la force du courant, parce que ſe couvrant les unes ſur les autres, elles n'en ſont choquées qu'imparfaitement.

PLAN. 7. FIG. 5.

Si l'on ſuppoſe la circonférence d'une roue diviſée en un nombre de parties égales par autant de rayon, à chacun deſquels on ait attaché une aube, comme LE & CB, la premiere oblique au courant, & la ſeconde perpendiculaire: il eſt certain que ſi la premiere trempe dans l'eau, tandis que la ſeconde eſt encore dans la verticale, tirant du point E la perpendiculaire ED, ſur le rayon AB, que ſi la ligne HI repréſente la ſurface du courant, la partie EF couvrira l'aube CB ſur toute la hauteur CD, qui ne ſera point choquée, puiſqu'elle ne peut l'être que ſur la hauteur BD. Il eſt vrai que cette diminution ſemble être réparée par l'impulſion que

recevra la partie FE; mais comme elle eſt oblique au courant; elle ſera moindre que celle que recevroit CD ou FG, dans la raiſon réciproque de FG à FE (583), ou de AD à AE, c'eſt-à-dire du ſinus de l'angle AED, complement de l'angle EAD au ſinus total. Il faut donc pour bien faire que la baſe E de l'aube LE ne faſſe que rencontrer la ſurface du courant HI, au moment que l'aube CB ceſſe d'être verticale; alors la hauteur CB de chaque aube pourra être exprimée par le ſinus verſe de l'angle EAB que doivent former entr'eux les rayons de la roue.

FIG. 6.

Préſentement il ſera aiſé lorſqu'on connoîtra le rayon d'une roue & la hauteur qu'on voudra donner aux aubes de déterminer le nombre des mêmes aubes, ou bien le nombre des aubes étant donné avec leur largeur, trouver le diamétre de la roue, ou encore le diamétre de la roue étant donné & le nombre des aubes, trouver leur hauteur, puiſque ces trois cas ſe réduiſent à des ſimples calculs de Trigonométrie; cependant pour plus de commodité, voici une petite table qu'a donné M. Pitot qui eſt le premier que je ſçache qui ait traité ce ſujet exactement.

Nombre des Aubes.

4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20.

Largeur des Aubes.

1000. 691. 500. 377. 293. 234. 191. 159. 134. 114. 99. 86. 76. 67. 60. 54. 49.

675. Pour faire uſage de cette Table, il faut être prévenu qu'elle a été calculée pour un rayon diviſé en 1000 parties égales, & que les chiffres qui ſont dans la ſeconde ligne, comprennent le nombre des parties du rayon qu'il faudra donner à la hauteur des aubes; voulant ſçavoir combien il en faudra employer de 2 pieds de hauteur à une roue qui auroit 10 pieds de rayon, il faut faire cette régle de proportion; ſi 10 pieds, rayon de la roue propoſée, donnent mille pour le rayon de la Table, combien donneront 2 pieds, hauteur des aubes propoſées, pour le nombre des parties des aubes de la même Table; on trouvera 200 pour le terme que l'on demande; l'on cherchera le nombre le plus approchant dans la ſeconde ligne de la table; l'on trouvera 191, & le nombre 10 qui répond au-deſſus marquera la quantité d'aubes qu'il faut donner à la roue.

PLAN. 7. FIG. 6.

Si l'on vouloit réſoudre la même queſtion ſans le ſecours de la Table, conſidérez qu'ayant le rayon AB de la roue, & la hauteur CB des aubes, on connoîtra dans le triangle rectangle AEC les côtez AE & AC; par conſéquent la valeur de l'angle EAC for-

Digitized by Google

mé par deux rayons : Si l'on diviſe 360 par le nombre des degrez que comprendra cet angle, il viendra au quotient le nombre des aubes qu'il faudra donner à la roue ; les autres queſtions que l'on peut faire ſur ce ſujet ſont ſi aiſées à réſoudre, que je ne crois pas devoir m'y arrêter.

Je ne dis rien ici de la largeur qu'on peut donner aux aubes en général, parce qu'elle eſt arbitraire, & dépend de la force que l'on veut emprunter du courant, puiſque cette force ſera toujours proportionnée à la ſuperficie des aubes : quant à leur hauteur il n'en eſt pas de même, étant le plus ſouvent aſſujettie à la profondeur de l'eau où elles doivent tremper : Je ne dis rien non plus de la grandeur du rayon de la roue, dépendant du bras de lévier dont on a beſoin, ou de la ſituation de la Machine au-deſſus du niveau de l'eau.

676. Les aubes formant à chaque inſtant des angles differens avec la verticale ; l'impulſion qu'elles reçoivent du courant varie continuellement ; & comme la ſituation verticale eſt la plus avantageuſe de toutes, il y en a auſſi une autre qui répond à la plus déſavantageuſe, laquelle ſe rencontre lorſqu'une aube eſt entierement couverte par celle qui la ſuit immédiatement ; ce qui arrive toutes les fois que l'angle BAL que forment leurs rayons eſt diviſé en deux également par la verticale AG, parce que l'eau ne frappe que la premiere CB obliquement, & ne s'étend que ſur la partie DB, y en ayant toujours une autre CD hors de l'eau ; ainſi on pourra comparer la plus grande impreſſion avec la moindre, en ſuppoſant l'aube verticale FG, & en abbaiſſant la perpendiculaire BE pour avoir le triangle rectangle BED, afin de faire le même raiſonnement que dans l'article 674. PLAN. 7. FIG. 7.

677. Ayant promis ſur la fin du Chapitre onziéme du quatriéme Livre de la *Science des Ingénieurs*, la deſcription de quelques moulins à bras & à cheval, pour entretenir de farine en tems de ſiége la Garniſon d'une Forteresſe ; voici l'occaſion de ſatisfaire à mes engagemens. *Deſcription d'un moulin à bras.* PLAN. 9.

La premiere figure repréſente le profil d'un moulin à bras ; deux hommes le font aller avec aſſez d'aiſance avec des eſpéces de béquilles attachées à la manivelle B, qui a 2 pieds de coude : cette manivelle donne le mouvement à la lanterne C, qui a 15 pouces de diamétre, & 15 fuſeaux qui s'engrainent dans la roue D de 18 pouces de diamétre, & de 16 dents : cette roue fait tourner la lanterne E de 7 pouces de diamétre, compoſée de 6 fuſeaux. Suivant la diſpoſition de ces piéces, chaque tour de manivelle en fait faire

2 & ½ à la meule, laquelle a 3 pieds de diamétre ſur 5 pouces d'épaiſſeur, & peut ſe hauſſer & ſe baiſſer avec le palier G; l'eſſieu de la lanterne eſt accompagné d'une volée H, compoſée de deux régles chacune de 6 pieds de longueur, miſes en croix & chargées aux extrémités par des tables de plomb pour rendre le mouvement plus uniforme.

Autre moulin à bras.

FIG. 3.

678. Comme dans les Machines qui concourent à la même fin, on doit préferer les plus ſimples, à celles qui le ſont le moins; voici un autre moulin dans le goût du précédent, dont la troiſiéme figure repréſente le profil. Ce moulin, comme on le verra par la ſuite, peut être mis en mouvement par deux hommes appliquez à une manivelle de 12 pouces de coude, laquelle répond à un rouet de 12 pouces de rayon accompagné de 12 dents; ainſi l'on peut regarder la puiſſance comme ſi elle agiſſoit immédiatement ſur les fuſeaux de la lanterne, laquelle a 6 pouces de rayon & 6 fuſeaux, par conſéquent la meule fera deux tours, contre la manivelle un. Pour entretenir l'uniformité du mouvement, on a accompagné l'eſſieu de cette lanterne, d'une volée ſemblable à celle du moulin précédent, & on en a auſſi ajouté un autre à la manivelle.

Le diamétre de la meule eſt de 3 pieds 6 pouces, & ſon épaiſſeur a ſa circonférence de 6 pouces 6 lignes, & ſeulement de 5 pouces 9 lignes au centre, parce que ſon creux eſt de 9 lignes de profondeur; ainſi ſon épaiſſeur réduite eſt de 6 pouces, & ſa ſolidité de 8316, d'où il faut retrancher le vuide formé par l'œil, lequel ayant 5 pouces de diamétre, ſe trouve d'environ 170 pouces cubes; par conſéquent la ſolidité de la meule ne ſera que de 8146, dont on aura le poids, en diſant: Si 1728 pouces cubes donnent 110 ℔ pour la peſanteur d'un pied cube de la pierre dont on fait les meules, combien donneront 8146, l'on trouvera 518 ℔ pour le poids de la meule, à quoi il faut ajoûter celui de la lanterne, de ſon eſſieu & de la volée qui l'accompagnent, que j'eſtime enſemble de 182 ℔; l'on aura donc 700 ℔ pour la charge du palier.

Calcul d'un moulin à bras, y compris celui des frottemens.

679. Selon l'article 655 la réſiſtance que le bled oppoſe au mouvement de la meule eſt la trente-cinquiéme partie de la charge du palier; ainſi diviſant 700 par 35, il vient 20 pour cette réſiſtance que je multiplie par ſon bras de lévier, c'eſt-à-dire par 14 pouces rayon moyen de la meule, & diviſant le produit par 6 pouces rayon de la lanterne, le quotient donne 46 ℔ ⅓ pour la puiſſance appliquée à la manivelle: & uniquement employée à moudre le bled.

Il reſte à chercher de combien il faudra augmenter cette puiſ-

Digitized by Google

ſance pour la rendre capable de ſurmonter le frottement; nous commencerons par celui du pivot de la lanterne dont nous ſuppoſerons le diamétre de 4 lignes à ſon extrémité, ſon rayon moyen ou le bras de lévier du frottement ſera d'une ligne & un tiers qu'il faut multiplier par le tiers de la charge du palier, (240) & le produit par $\frac{19}{11}$ à cauſe du frottement du rouet & de la lanterne, (290) & diviſer ce ſecond produit par le rayon de la lanterne, il viendra 4 ℔ $\frac{1}{2}$ pour la puiſſance appliquée à l'extrémité du même rayon.

Le poids équivalent à la réſiſtance que le bled oppoſe au mouvement de la meule étant de 20 ℔, le frottement que ce poids cauſera à la rencontre du rouet & de la lanterne en ſera la dix-huitiéme partie, c'eſt-à-dire $\frac{10}{18}$ ou $\frac{10}{9}$ qui étant multiplié par le rayon moyen de la meule, & le produit diviſé par celui de la lanterne, il vient 2 ℔ $\frac{4}{7}$, qui étant ajoûté à 4 ℔ $\frac{1}{2}$ donne à peu près 7 ℔ pour la ſomme des deux frottemens; par conſéquent la puiſſance appliquée à la manivelle doit être de 53 ℔ $\frac{3}{5}$ ou de 54 ℔ pour ſurmonter les trois réſiſtances dont nous venons de faire mention.

Pour le frottement de la manivelle, il faut ſe rappeller qu'il doit être exprimé dans le cas où il eſt le plus grand, c'eſt-à-dire lorſque la direction de la puiſſance & du poids ſont paralleles; (248) ce qui arrive quand la manivelle ſe trouve dans la ſituation où elle eſt repréſentée dans la Figure; alors le point d'appui ſe rencontre à l'extrémité du diamétre horiſontal de la manivelle, & ſe trouve preſſé ſelon la même direction par le poids & la puiſſance, c'eſt-à-dire par 108 ℔, parce que le poids qui ſe réduit à la difficulté que les dents du rouet ont à faire tourner la lanterne, a la même viteſſe que la puiſſance; mais comme la peſanteur de la manivelle, celle du rouet & de la volée que nous ſuppoſons enſemble de 200 ℔, preſſe les deux appuis ſelon une direction verticale; il réſulte une preſſion compoſée des deux précédentes, qui ſera par conſéquent exprimée par la diagonale d'un rectangle, (72) dont l'un des côtez ſeroit de 108 parties, & l'autre de 200; cette diagonale ſe trouvant de 226 parties, il en faut prendre la moitié pour le frottement (250) qui ſera par conſéquent de 113 ℔, qui étant multiplié par le rayon de la manivelle (108) que je ſuppoſe de 8 lignes, & le produit diviſé par la longueur de ſon coude, il vient 3 ℔ & $\frac{1}{2}$, qui étant ajouté avec 54 ℔, on aura 57 ℔ pour la puiſſance qui moud le bled & qui ſurmonte tous les frottemens.

680. La force d'un homme ordinaire appliquée à une manivelle étant de 27 à 28 ℔, (120) l'on voit que deux hommes pourront

faire agir ce moulin ſans difficulté, & faire faire à la manivelle 30 tours par minute, qui eſt une viteſſe modérée en ne les faiſant travailler que pendant une heure ſans interruption; ayant remarqué pluſieurs fois à la conſtruction des écluſes *du Canal de Picardie* & ailleurs, que les manœuvres qui épuiſoient l'eau avec des chapelets, ne faiſoient pas moins de 55 tours de manivelle par minute, encore la manivelle avoit-elle 16 pouces de coude, & agiſſoient chacun avec une force de 35 ℔ & $\frac{1}{2}$ ſelon le calcul que j'en ai fait. Il eſt vrai que ce travail eſt un peu forcé, auſſi n'ai-je pas voulu me regler là-deſſus, pour ne compter que ſur ce qui ſe pratique communément; je ne détermine point le tems qu'on donnera pour le repos de ceux qu'on relevera du travail, ce qui dépend du monde dont on peut diſpoſer : au reſte, quand il s'agit de la ſubſiſtance d'une Garniſon aſſiégée, les hommes ne manquent pas pour une ſemblable beſogne.

681. Pour ſçavoir la quantité de farine que ce moulin pourra moudre en 24 heures, il faut ſe rappeller que les produits de deux meules différentes ſont dans la raiſon compoſée de leur peſanteur abſolue, & de leur viteſſe par minute, (638) & que chacune de ces viteſſes doit être exprimée par le produit du rayon moyen, multiplié par le nombre de tours que chaque meule fait dans le même tems; ſur quoi nous ſçavons qu'une meule du poids de 4348 ℔, dont le rayon moyen eſt de 24 pouces, & qui fait environ 53 tours par minute, moud 120 ſeptiers de bled en 24 heures. (656) On pourra donc faire cette proportion 4348 ℔ × 24 pouces × 53 tours, 120 ſeptiers :: 700 ℔ × 14 pouces × 60 tours, à un quatriéme terme qu'on trouvera de 12 ſeptiers, & environ $\frac{1}{2}$ pour la quantité de farine que le moulin pourra moudre en 24 heures, ce qui revient à un demi ſeptier de bled par heure, le ſeptier dont je parle peſant 75 ℔, comme j'ai dit ailleurs.

C'eſt ainſi que dans les machines de même eſpece, lorſqu'on eſt parvenu à en bien développer une, on en tire de juſtes conſéquences pour les autres; & ce qui me ſatisfait le plus eſt de voir que toute la théorie ſur laquelle j'ai fondé les calculs précédens ſe trouve conforme à l'expérience.

PL. 10. FIG. 1. 682. La premiere Figure de la planche dixiéme exprime une autre maniere de faire agir une petite meule, en donnant le mouvement aux manivelles G d'une façon fort commode. Ce mouvement eſt entretenu par trois volées D, E, F, dont chacune eſt croiſée par une ſeconde volée qu'on ne peut voir que dans le deſſein, lequel eſt aſſez intelligible, ſans qu'il ſoit beſoin que je m'y arrête davantage.

Digitized by Google

683. La troiſiéme & quatriéme figure de la Planche ſeptiéme, repréſentent le plan & le profil d'une autre moulin à bras qui eſt de la derniere ſimplicité, n'ayant d'autre frottement que celui de deux pivots, il eſt compoſé de deux roues AB & CD poſées horiſontalement, ayant chacune un canal à leur circonférence comme aux poulies; la premiere eſt de 4 pieds de diamétre & l'autre de deux; ces roues ſont embaraſſées par une corde ſans fin; ainſi la premiere ne peut tourner, que la ſeconde ne tourne auſſi. *Deſcription d'un moulin à bras, plus ſimple encore que le précédent.* PLAN. 7. FIG. 3. & 4.

L'eſſieu F de la roue CD eſt commun à une autre roue GH de 3 pieds & ½ de diamétre, & de 5 à 6 pouces d'épaiſſeur, laquelle ſert de volée pour rendre uniforme le mouvement de la meule: quant à l'eſſieu de la roue AB, l'on voit qu'il eſt coudé à la hauteur de 4 pieds pour former une manivelle K, & qu'il eſt auſſi accompagné d'une double volée E, E: deux hommes font tourner la manivelle en ſe ſervant de bequilles, comme je l'ai dit dans l'article 677, ou de deux potences tournantes LM, dont il eſt aiſé de s'imaginer l'effet.

Comme la meule fera deux tours contre la manivelle un, ſi l'on ſuppoſe à cette meule les mêmes dimenſions qu'au moulin précédent, elle pourra moudre comme l'autre un demi ſeptier de bled par heure, avec une puiſſance de 50 ℔ tout au plus.

684. La ſeconde figure de la Planche 10 comprend le deſſein d'un moulin à cheval compoſé d'un grand rouet A, que l'on ſuppoſe accompagné de 100 dents qui s'engrainent avec la lanterne B de 20 fuſeaux, dont l'eſſieu répond à un autre rouet C de 48 dents qui s'engrainent avec la lanterne D qui a 6 fuſeaux. Selon cette diſpoſition le cheval attelé au palonneau H faiſant un tour, la meule en fera 40: cependant pour éviter les engrainemens inutiles, voici un autre moulin repréſenté par la figure 6 de la planche 9, beaucoup plus ſimple, & par conſéquent préferable. *Maniere de déterminer les dimenſions d'un moulin mis en mouvement par un cheval.* PL. 10. FIG. 2.

685. Pour montrer de quelle maniere l'on doit s'y prendre lorſqu'on veut faire le projet d'une Machine, nous allons déterminer les parties du moulin dont il eſt queſtion, en nous ſervant des regles tirées de l'expérience & du raiſonnement, ce qui pourra ſervir d'exemple pour ſe conduire dans tout autre cas que celui-ci.

Mon premier objet eſt de faire en ſorte que la machine ſoit la plus ſimple qu'il eſt poſſible; cependant je ne puis me diſpenſer d'employer un rouet & une lanterne pour donner à la meule une viteſſe qui lui faſſe faire au moins 40 tours par minute; enſuite je vois qu'il faut proportionner la réſiſtance qu'on aura à ſurmonter à la force moyenne d'un cheval eſtimée de 180 ℔, (123) lorſqu'il PLAN. 9. FIG. 6.

agit ſelon une direction horiſontale, & qu'il fait une petite lieue par heure, ou deux milles toiſes. (124)

Je donne 8 pieds au rayon du rouet, & accompagne ſa circonférence de 112 dents, leſquels s'engrainant avec une lanterne de 7 fuſeaux, la meule fera 16 tours, contre un que fera le rouet; & comme il doit y avoir même raiſon du nombre des dents à celui des fuſeaux, que du rayon du rouet à celui de la lanterne, le rayon de la lanterne doit être de 6 pouces.

Quant aux bras de levier, à l'extrémité duquel doit être attelé le cheval, je conſidere que ſi je le fais trop long, l'animal ayant une grande circonférence à décrire, ne fera qu'un petit nombre de tours par minute, & qu'il faudra un bâtiment d'une largeur conſiderable pour loger le moulin; ainſi ſans avoir égard à l'avantage que la puiſſance peut tirer d'un plus grand bras de levier, je le détermine de 12 pieds, ne pouvant gueres lui en donner moins, autrement le cheval ne tourneroit pas commodément; il décrira donc à chaque tour une circonférence de 12 toiſes $\frac{4}{7}$, & comme il en peut parcourir 2000 par heure, il fera 160 tours dans le même tems, qui étant multiplié par 16, l'on a 2560 pour le nombre de tours que fera la meule en une heure, ce qui revient à 42 par minute.

Il s'agit préſentement de connoître les dimenſions de la meule; & comme on a la liberté de lui donner tel diamétre que l'on veut, nous le déterminerons de 5 pieds, afin d'avoir le rayon moyen ou le bras de levier qui doit répondre à la puiſſance réſiſtante; il ne reſte donc plus qu'à trouver ſon épaiſſeur qui n'eſt point arbitraire, dépendant de la puiſſance motrice.

La meule devant tourner ſur un pivot, l'on ſçait que ce n'eſt pas ſon poids que la puiſſance motrice doit ſurmonter, mais ſeulement la trente-cinquiéme partie qui eſt égale à la réſiſtance que le bled oppoſe à ſon mouvement; (655) ainſi nommant x la peſanteur de la meule jointe à celle des autres parties qui repoſent ſur le palier, l'on aura $\frac{x}{35}$ qu'on ne peut connoître que par l'analyſe; c'eſt pourquoi voici le nom & la valeur des grandeurs qui doivent entrer dans le calcul.

a = 12 pieds, bras du levier du moteur.
b = 8 pieds, rayon du rouet.
c = 6 pouces, rayon de la lanterne.
d = 20 pouces, rayon moyen de la meule.
f = 9 lignes, rayon du pivot du rouet.
g = 2 lignes $\frac{1}{2}$, rayon moyen du pivot de la lanterne.

p =

$p = 180$ ℔, force de la puiſſance motrice.
$q = 1500$ ℔, poids du rouet & de ſon arbre.
$x =$ le poids de la meule & de la lanterne enſemble.

$\frac{a}{h} = \frac{x}{35} =$ la réſiſtance que le bled oppoſe au mouvement de la meule.

$\frac{m}{n} = \frac{19}{18} =$ le frottement du rouet & de la lanterne.

686. Voulant comprendre dans le calcul que nous allons faire le déchet cauſé par les frottemens, nous commencerons par celui du pivot de la lanterne qui ſera ſur la crapaudine $\frac{x}{3}$ qu'il faut multiplier par g ſon rayon moyen, & le produit par $\frac{m}{n}$ à cauſe qu'il a ici un engrainement, (290) l'on aura $\frac{mgx}{3n}$: il faut de même multiplier la réſiſtance du bled, j'entens $\frac{x}{h}$ par d, rayon moyen de la meule, & le produit par $\frac{m}{n}$, l'on aura $\frac{mdx}{nh}$ qu'il faut ajouter avec $\frac{mgx}{3n}$, & diviſer ces deux termes par c, rayon de la lanterne, il viendra $\frac{mgx}{3nc} + \frac{mdx}{nch}$ pour la réſiſtance qui répond aux dents du rouet.

Pour avoir auſſi égard au frottement de la ſurface du pivot de l'arbre du rouet, il faut ajouter la puiſſance P aux deux termes précedens, prendre la moitié de la ſomme, (243) multiplier le tout par f rayon du pivot, on aura $\frac{mfgx}{6nc} + \frac{mdx}{2nch} + \frac{fp}{2}$, à quoi il faut ajouter le tiers du poids q, (240) multiplié par $\frac{2f}{3}$, c'eſt-à-dire $\frac{2fq}{9}$, il vient $\frac{mfgx}{6nc} + \frac{mfdx}{2nch} + \frac{fp}{2} + \frac{2fq}{9}$ pour le frottement horiſontal & vertical du pivot dans le cas le plus déſavantageux où ſe trouveroit la puiſſance, (69 enſuite multiplier $\frac{mgx}{3nc} + \frac{mdx}{nch}$, par b, rayon du rouet, ajouter le produit aux termes précedens; on aura une quantité égale au produit de la puiſſance par ſon bras de levier, c'eſt-à-dire l'équation ſuivante $\frac{mbgx}{3nc} + \frac{mbdx}{nhc} + \frac{mfgx}{6nc}$

$+\frac{mfdx}{2nhc}+\frac{fp}{2}+\frac{2qf}{9}=ap$ ou $\frac{m}{n}\times\frac{bgx}{3c}+\frac{bdx}{hc}+\frac{fgx}{6c}+\frac{fdx}{2hc}$ $=ap-\frac{fp}{2}-\frac{2qf}{9}$, d'où dégageant l'inconnue, il vient enfin $x=\frac{ap-\frac{fp}{2}-\frac{2qf}{9}=2133\text{ lb }\frac{11}{24}.}{\frac{m}{n}\times\frac{bg}{3c}+\frac{bd}{ch}+\frac{fg}{6c}+\frac{fd}{2ch}=10\frac{7}{8}.}$ Or, si l'on divise 25602 lb par $10\frac{7}{8}$, le quotient donnera 2438 lb pour la valeur de x, c'est-à-dire pour le poids dont la crapaudine de la meule sera chargée, d'où retranchant celui de la lanterne & de son essieu que je suppose de 200 lb, il restera 2238 lb pour le poids de la meule.

A l'égard de l'épaisseur de cette meule, il faut chercher combien elle contiendra de pouces cubes, en disant; si 110 lb (651) donnent 1728, combien 2238, il vient 35157 qu'il faut diviser par la superficie d'un cercle de 5 pieds de diamètre qui est de 2828 pouces quarrés, le quotient donnera 12 pouces 5 lignes 2 points pour l'épaisseur que l'on cherche; & comme le creux de la meule doit être d'environ 10 lignes, il faudra ajouter le tiers de cette profondeur à ce que l'on vient de trouver, l'on aura 12 pouces 8 lignes 6 points pour l'épaisseur réduite.

Maniere de calculer le produit du même moulin.

687. Pour connoître le produit de ce moulin, il faut faire la même proportion que dans l'article 681, c'est-à-dire comme 4348 lb × 24 pouces × 53 tours est à 120 septiers; ainsi 2438 lb × 20 pouces × 42 tours est à un quatriéme terme qu'on trouvera d'environ 44 septiers, qui est la quantité que ce moulin pourra moudre en 24 heures.

Si l'on divise 2438 lb par 35, l'on trouvera 69 lb $\frac{2}{3}$ pour la résistance que le bled oppose au mouvement de la meule; (655) ainsi voulant sçavoir quelle partie de la puissance motrice est employée à moudre le bled, considerez que le rapport du rayon moyen de la meule au rayon de la lanterne est $\frac{10}{3}$, & que celui du rayon du rouet au bras de levier de la puissance est $\frac{2}{3}$; multipliant ces deux rapports l'un par l'autre, & le produit $\frac{20}{9}$ par $69\frac{2}{3}$, l'on aura $154\frac{7}{9}$ pour ce que l'on cherche, qui étant retranché de 180 lb, il en restera $25\frac{2}{9}$ pour la partie de la puissance qui doit surmonter le frottement.

Pour faire agir un moulin comme celui-ci, rondement & sans

Digitized by Google

interruption, j'eſtime qu'il faut trois chevaux, dont chacun travaillera de ſuite alternativement.

L'on compte ordinairement qu'un cheval attelé à une Machine tient lieu de ſept hommes, (123) leſquels font enſemble à peu près le même effet; or ſi l'on ſe rappelle que dans l'article 681, nous avons trouvé que deux hommes pouvoient moudre 12 ſeptiers $\frac{1}{3}$ en 24 heures, cherchant par proportion ce que pourroient faire ſept hommes, on trouvera qu'ils pourront moudre 44 ſeptiers, c'eſt-à-dire à peu près autant que le cheval qui feroit agir le moulin que nous venons de détailler; car la peſanteur des meules de part & d'autre étant proportionnée à la force des moteurs, il y aura auſſi à peu près la même proportion dans les frottemens.

Pour eſtimer le nombre des moulins à bras & à cheval qu'il faudra dans une Forteresſe, eu égard à la Garniſon qu'on jugera devoir y être enfermée en tems de ſiége, il eſt bon de ſçavoir que les Entrepreneurs des vivres ont pour regle qu'un ſac de farine peſant 200 lb, ſuffit pour la ſubſiſtance d'un ſoldat pendant ſix mois, en lui donnant la ration ſimple.

Deſcription des greniers à Poire pour conſerver le bled à l'imitation de ceux d'Ardres.

688. Après avoir parlé de pluſieurs ſortes de Moulins, il ne ſera pas hors de propos de rapporter une excellente maniere de conſerver long-tems le bled. Il y a ſous le terre plein d'un baſtion de la Ville d'Ardres, petite place forte, proche Calais, neuf magaſins conſtruits dans un grand ſoûterrein deſtinés à renfermer le grain de la Garniſon en cas de ſiége, appellés communément les Poires d'Ardres; c'eſt ſur leur modele que j'ai fait le plan & les profils que l'on voit ſur la planche 10.

L'on peut conſtruire plus ou moins de ces Poires, ſuivant le beſoin & la capacité du terrein, les faire plus grandes ou plus petites que celles-ci. Je me contente d'en rapporter ſix ſeulement, ce qui ſuffira pour en faire connoître la diſpoſition; il faut creuſer en terre à la profondeur de 30 pieds, & établir une premiere voûte pour avoir le ſoûterrein GG, repréſenté dans la quatriéme Figure, & en même tems élever les poires ou cylindres de maçonnerie FF, dont le ſommet terminé en demi-ſphere ira aboutir à une ſeconde voûte, répondant à un rez-de-chauſſée, prenant garde que chaque poire ſoit iſolée, afin que l'air circulant autour puiſſe tenir le bled plus ſec: on pourroit bien auſſi les conſtruire ailleurs que dans des caves, & les placer entre deux planchers: mais il ſeroit plus difficile de les garantir de la bombe.

PLAN. 10. FIG. 3. 4. & 5.

On fait à chaque Poire deux ouvertures E & G, l'une en haut pour l'entrée du bled, & l'autre en bas pour ſa ſortie; la premiere

qui ſe ferme par une trape doit avoir 18 pouces en quarré; la ſeconde terminée en forme de tuyau ſe ferme avec un clapet à charniere & cadenas.

Tous ceux qui connoiſſent ces Poires, conviennent qu'on n'a jamais rien imaginé de mieux, je crois qu'on pourroit s'en ſervir avec autant d'avantage pour conſerver la poudre à canon; on y en mettroit une bien plus grande quantité dans un même eſpace qu'aux magaſins ordinaires, où il ne peut y avoir tout au plus que quatre barils en gerbe, & elle ſe maintiendroit ſeche & en bon état fort long-tems. Dans les lieux éminens, comme ſont ordinairement les Forts & Citadelles, on ſeroit ſur, en prenant les précautions ordinaires, de mettre ces magaſins à l'épreuve de la bombe, & de n'avoir rien à craindre de ce côté là.

Digitized by Google

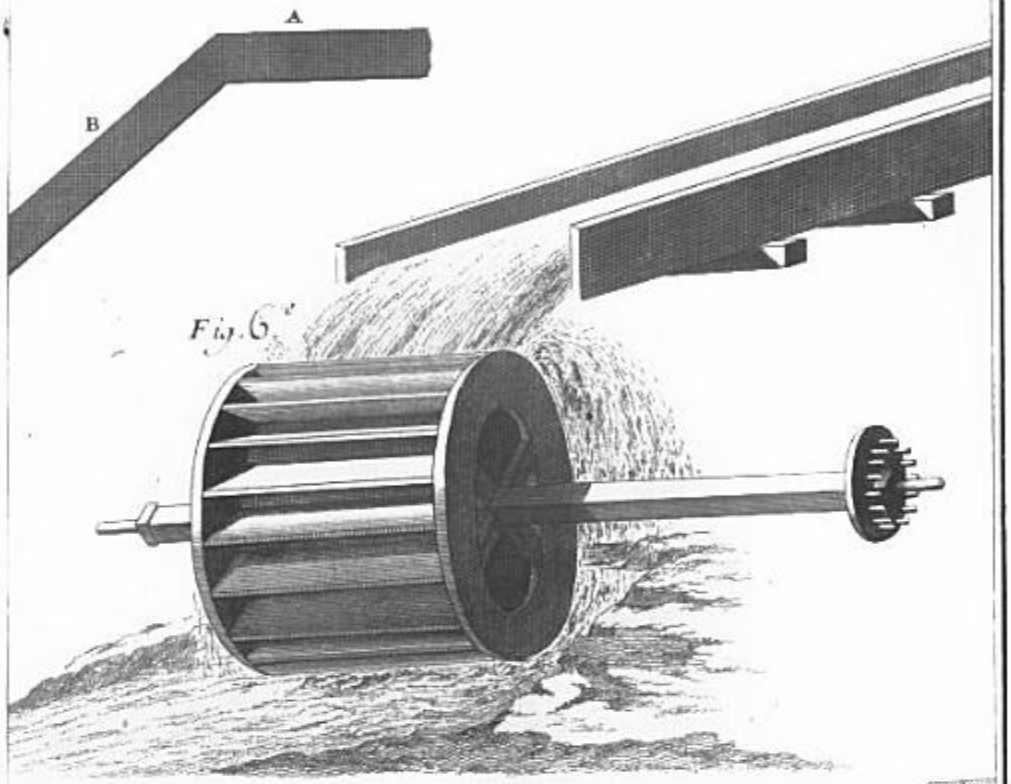


Fig. 6.

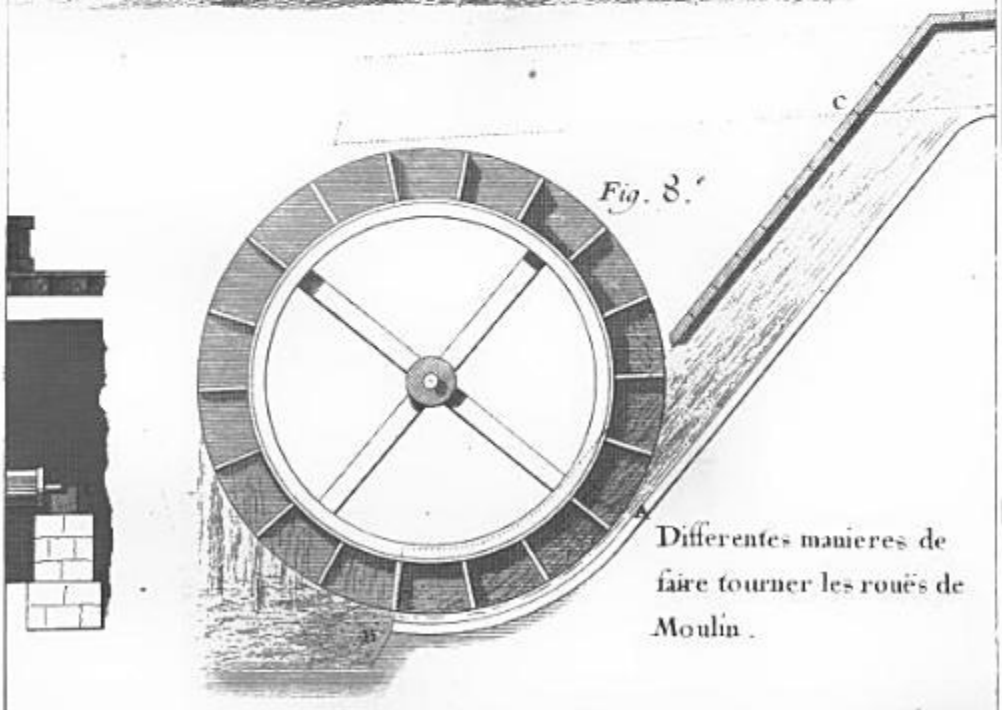


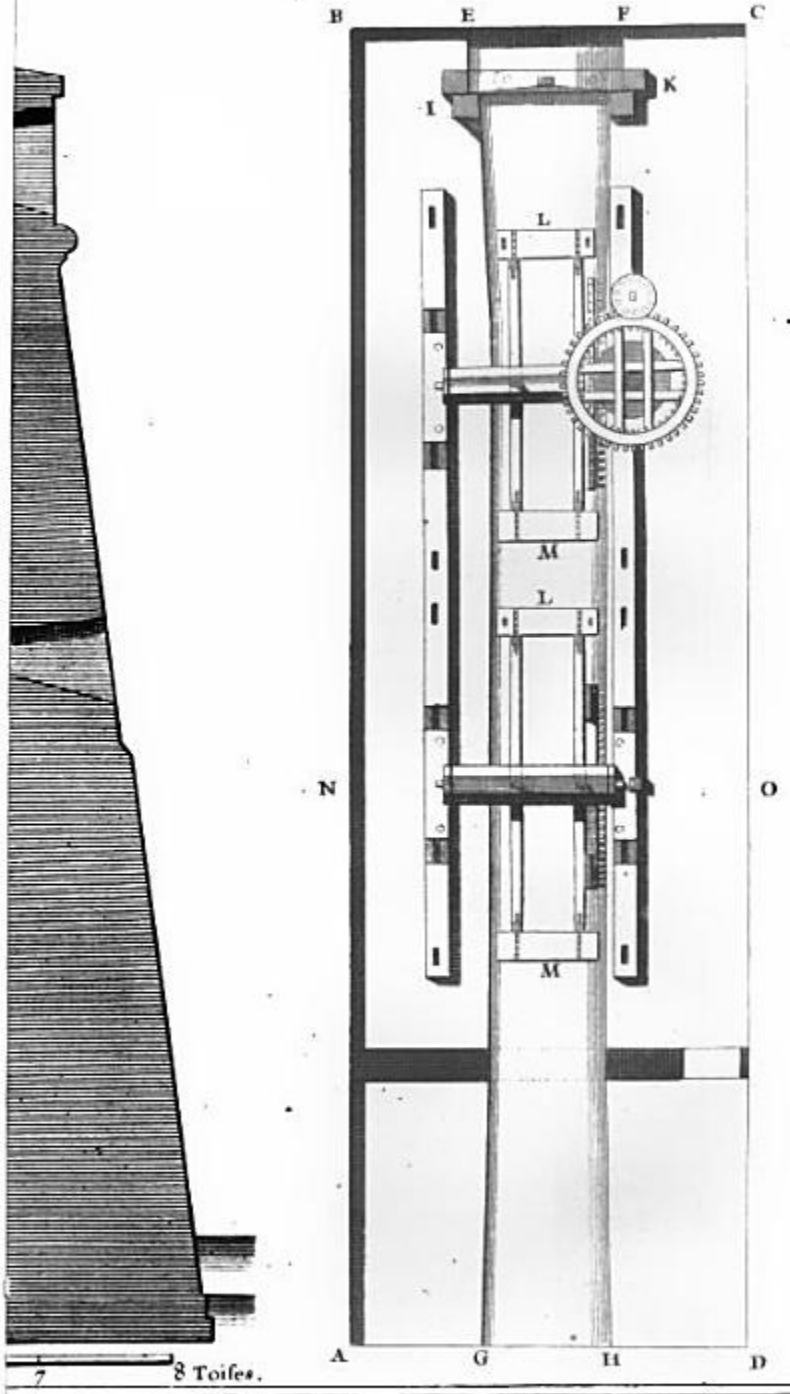
Fig. 8.

Differentes manieres de faire tourner les roues de Moulin.

Digitized by Google

Digitized by Google

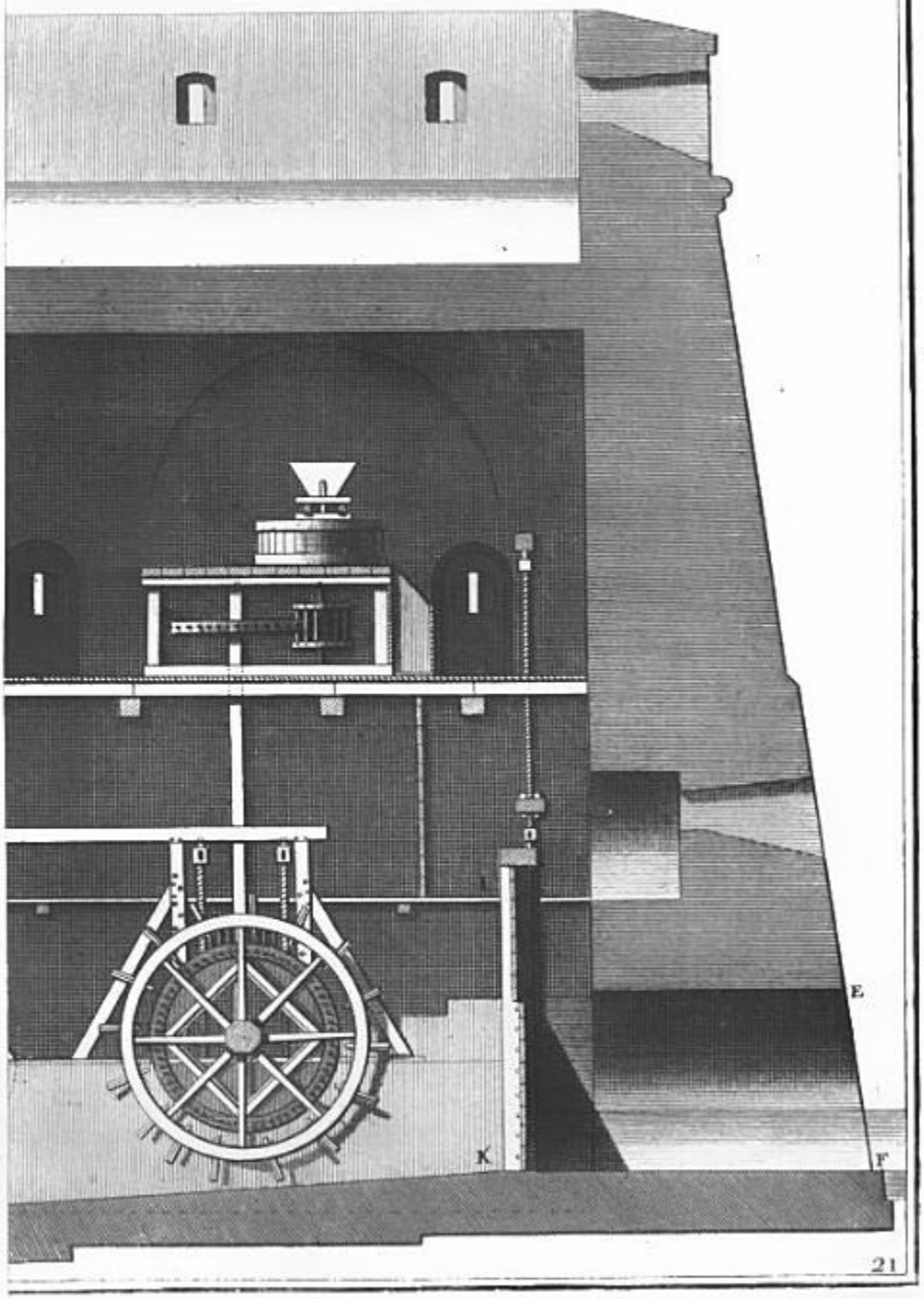
PLAN Interieur du rez de chauſſée de la Tour & du Moulin.



Digitized by Google

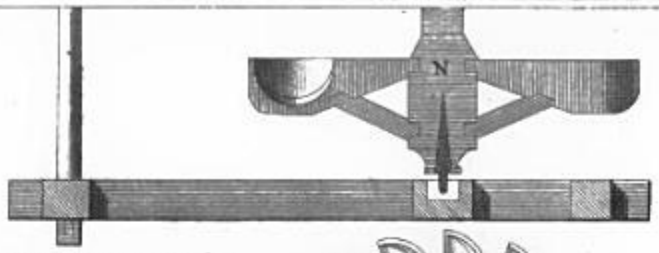
Digitized by Google

Moulin pratiqué dans une Tour.

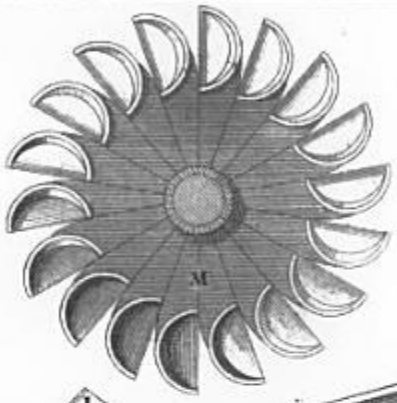


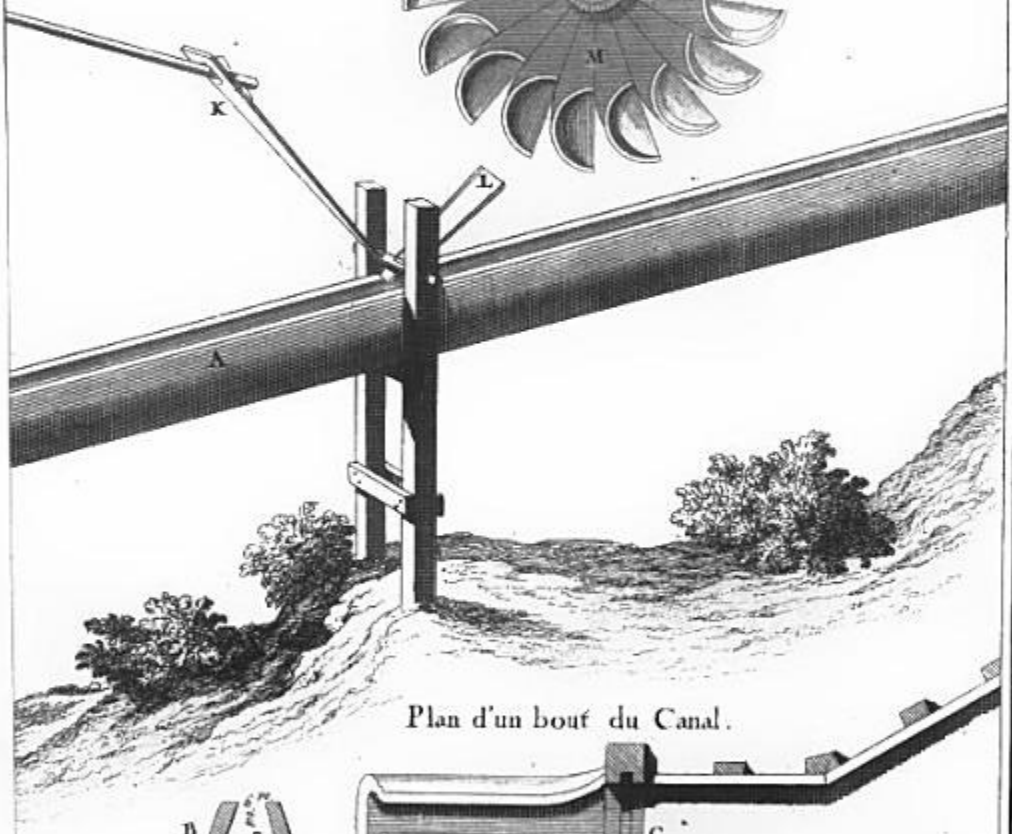
Digitized by Google

Digitized by Google

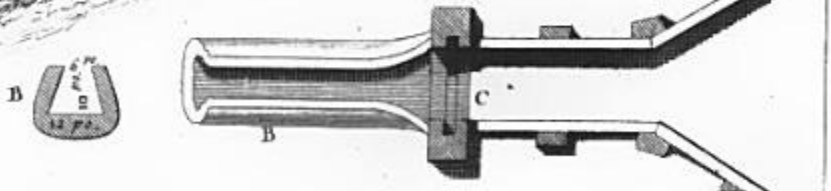


n d'un moulin, comme on les
Provence & en Dauphiné.





Plan d'un bout du Canal.



che.

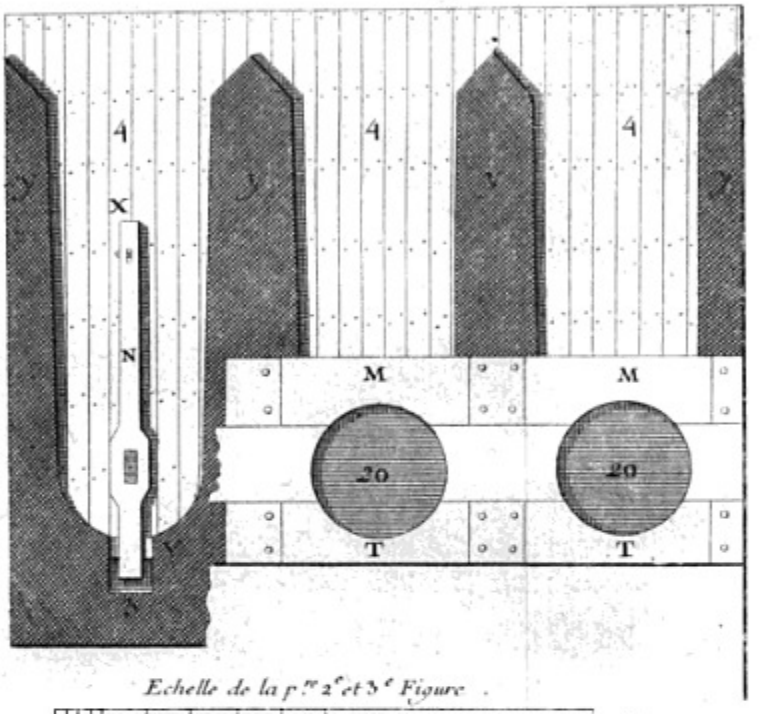
18 24 *pieds.*

Digitized by Google

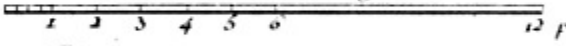
Digitized by Google

PLAN du radier du côté d'Aval et des cilindres ou Tonneaux vus a la hauteur des Roues.

Fig. 3e.



Echelle de la 1re 2e et 3e Figure.



Plan de la Roue que l'on nomme aussi rodet.

Elévation de la Roue.

Fig. 4e.

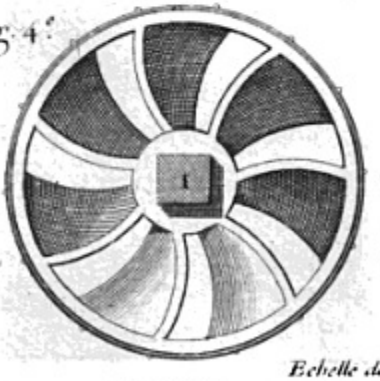
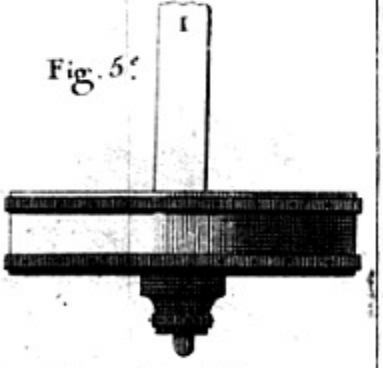
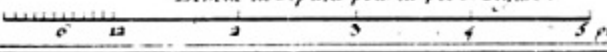


Fig. 5e.



Echelle de 3. pieds pour la 4 et 5e Figure.



Digitized by Google

Digitized by Google

PROFIL & Elevation pris sur la ligne QR de la figure premiere, rélatifs aux autres dévelopemens

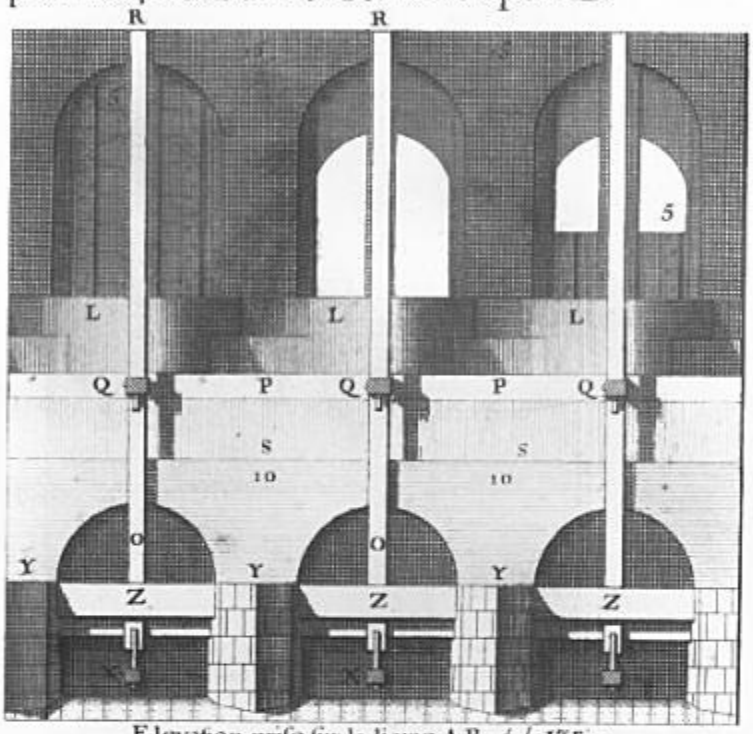


Fig. 7.e

Elevation prise sur la ligne AB. de la I.re Fig.

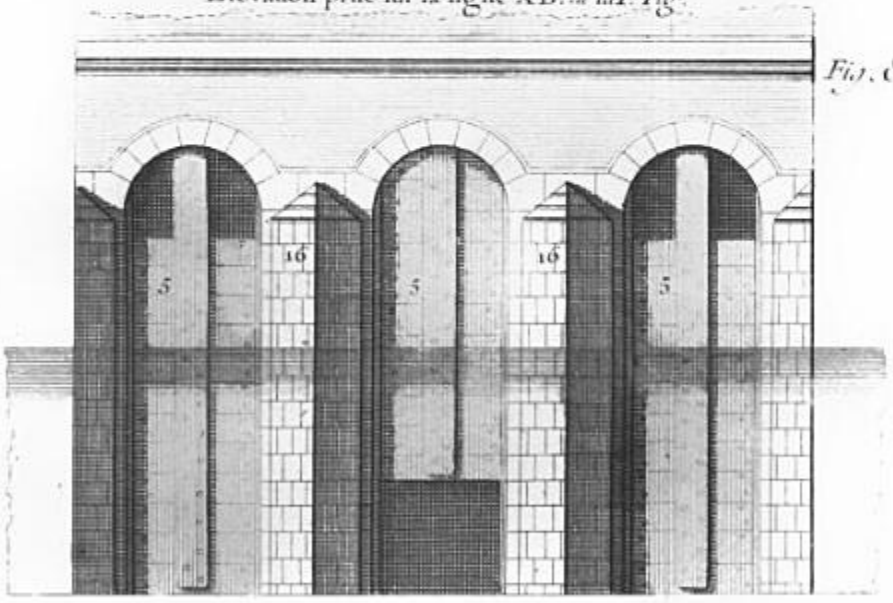
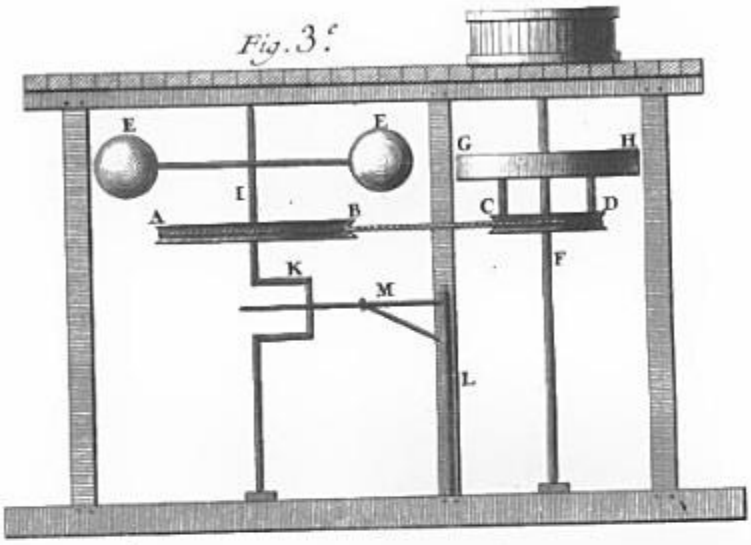


Fig. 8.e

Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 3.



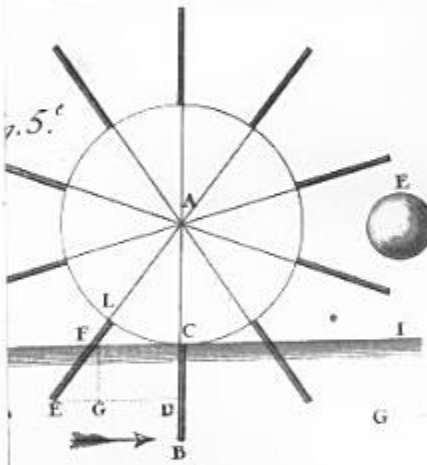


Fig. 4.

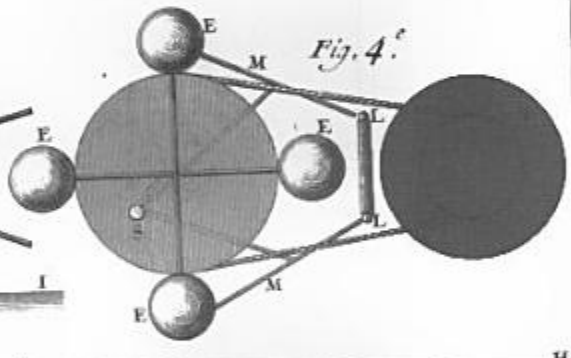


Fig. 7.

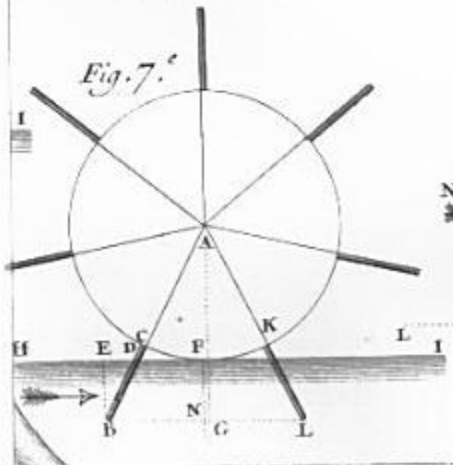
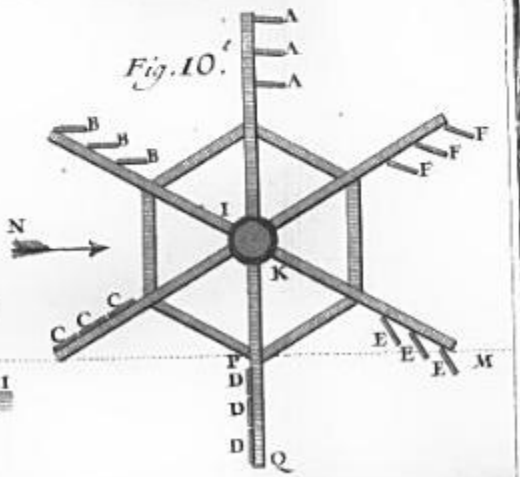


Fig. 10.



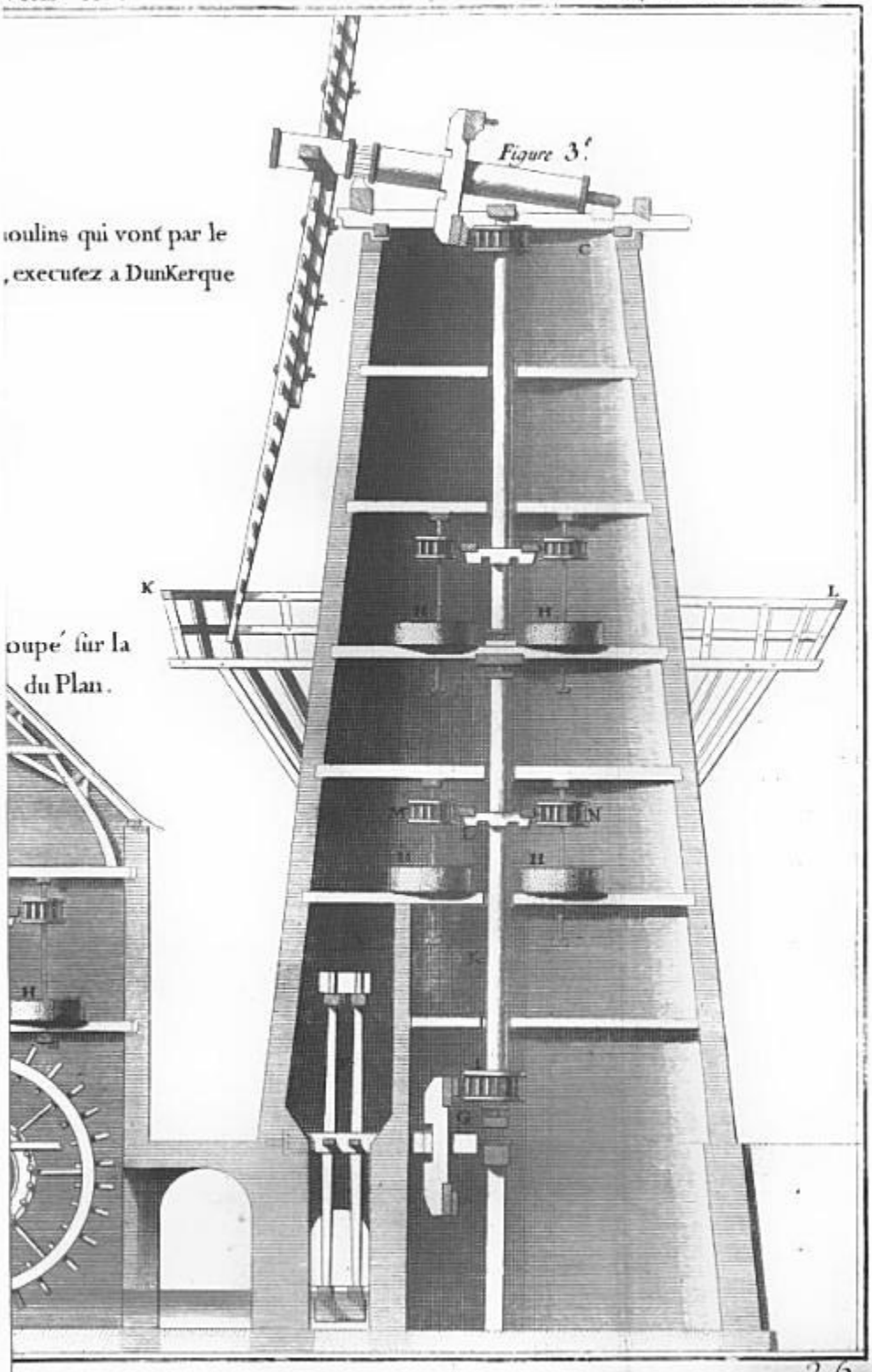
Digitized by Google

Digitized by Google

Figure 3.

oulins qui vont par le
, executez a DunKerque

oupé ſur la
du Plan.



Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 3.

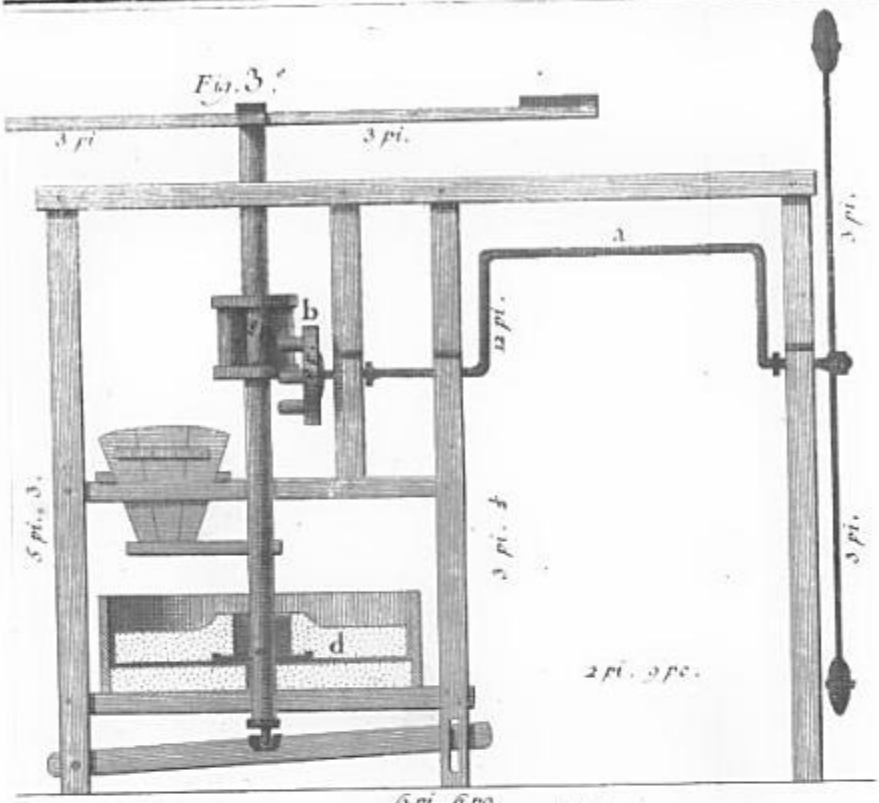
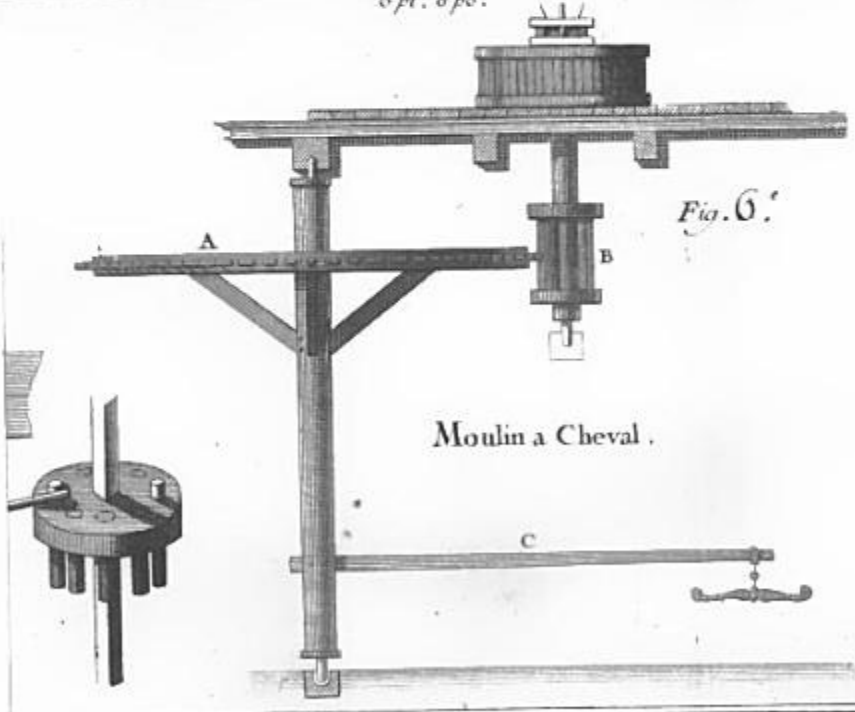


Fig. 6.

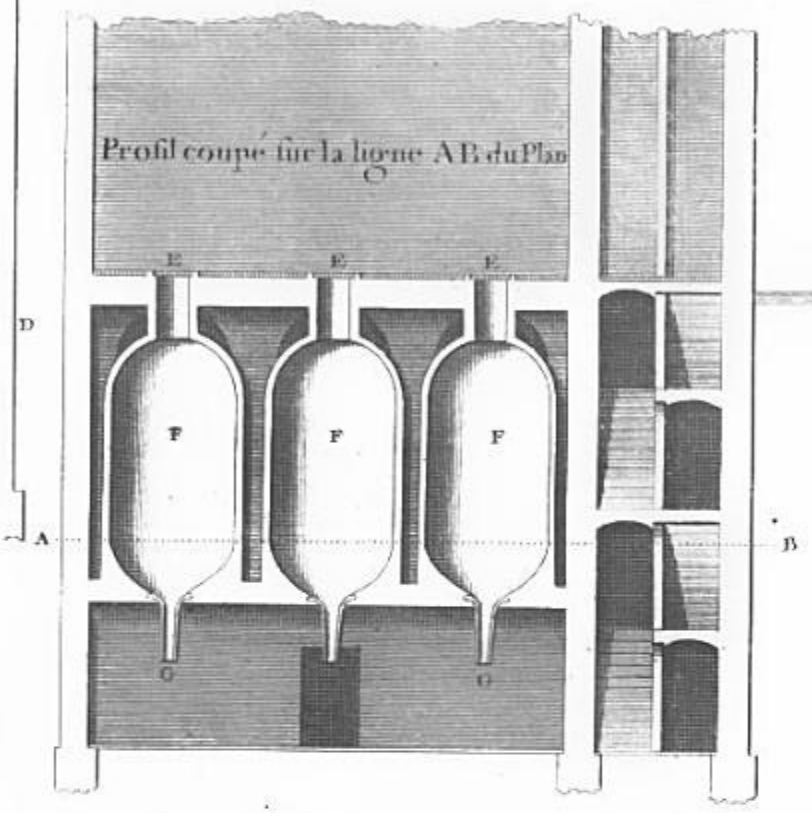


Moulin a Cheval .

Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 4.e



PLAN & profil d'un magasin a poire pour conserver le Bled.

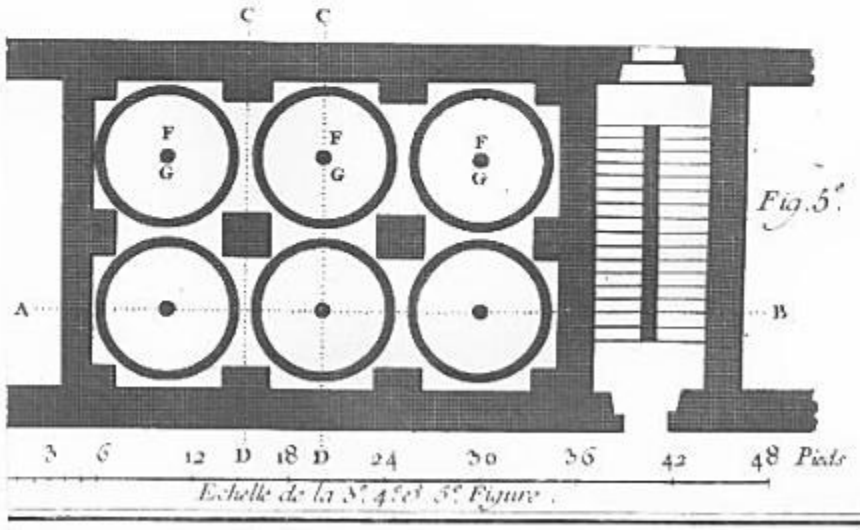


Fig. 5.e

Echelle de la 3.e 4.e & 5.e Figure.

Digitized by Google

Digitized by Google

CHAPITRE II.

Des Moulins à ſcier le Bois, le Marbre, & à percer des Tuyaux.

JE crois qu'il n'eſt pas néceſſaire de faire ſentir les avantages d'un Moulin à ſcier dans les endroits où l'on fait de grands travaux, comme aux Arſenaux de Marine & de l'Artillerie, auſſi-bien que dans les autres lieux où l'on débite une grande quantité de bois qu'on ne pourroit faire ſcier à force de bras qu'avec beaucoup de dépenſe; au lieu que le Moulin une fois conſtruit, ſon entretien eſt un petit objet, & d'une bien plus prompte exécution, pouvant faire travailler trois ou quatre ſcies à la fois, pourvû que l'on ait aſſez d'eau pour donner à la roue un certain degré de viteſſe.

Ce ſont ces conſidérations qui ont engagé la Cour d'en faire conſtruire un à la Fere en 1736 à l'uſage de l'Arſenal; comme j'ai été chargé du projet & de ſon exécution, je n'ai rien négligé pour lui donner toute la perfection dont il pouvoit être ſuſceptible; on en pourra juger par le détail avec lequel je vais en expliquer les parties développées dans les plans & profils des planches 1 & 2, & ce Chapitre ſervira à montrer dans quel goût les Machines doivent être traitées.

689. Le Mécaniſme d'un Moulin à ſcier ſe réduit à trois choſes principales; la premiere, que la ſcie hauſſe & baiſſe auſſi long-tems qu'il eſt néceſſaire, par le mouvement que l'eau communique à la roue; la ſeconde, que la piece qu'on veut ſcier avance d'un mouvement uniforme pour recevoir les traits de ſcie; car ici c'eſt le bois qui doit aller à la rencontre de la ſcie, au lieu qu'ordinairement c'eſt la ſcie qui va à la rencontre du bois; ainſi le mouvement du bois & celui de la ſcie doivent dépendre immédiatement l'un de l'autre; la troiſiéme, que lorſque la ſcie a parcouru la longueur de la piece, toute la Machine s'arrête d'elle-même & demeure immobile, crainte que n'ayant plus d'obſtacle à ſurmonter, la force de l'eau, ne fit tourner la roue avec trop de viteſſe, & ne caſſât quelques pieces.

A quoi ſe réduit le Mécaniſme d'un moulin à ſcier.

La premiere figure de la planche premiere exprime le profil du moulin pris ſur ſa longueur AB; la ſeconde ſon plan au rez-de-chauſſée qu'on ſuppoſe élevé de 8 pieds au-deſſus de la ſurface de la terre; la troiſiéme, le profil coupé ſur la largeur du moulin, & la

PLAN. 8. FIG. 1. 2. 3. & 4.

quatriéme le plan de la cave où eſt logée la Machine où l'on entre par une porte I, en deſcendant 4 ou 5 degrés. Pour entrer dans le moulin, l'on monte par une rampe douce du côté A.

Deſcription générale d'un moulin à ſcier.

690. On a conſtruit ce moulin entre la riviere d'Oyſe & la muraille de la place, & comme à cet endroit il y a une écluſe qui retient l'eau, on a fait un canal KL, qui a une chûte à l'endroit M où il y a une vanne; ainſi l'eau qui eſt dans l'intervale NL s'écoulera avec beaucoup de viteſſe, à cauſe de la pente qu'on a donné au courſier. Si l'on conſidere la quatriéme figure, l'on verra que l'eau fait tourner la roue N; qu'à l'arbre de cette roue, il y a un rouet O, dont les dents s'engrainent dans les deux lanternes P & R: la premiere de ces lanternes répond à une manivelle Q, ſervant à faire monter & deſcendre la ſcie; la ſeconde à un treuil S, ſur lequel file une corde qui ſert à amener dans le moulin le bois que l'on veut ſcier, & la lanterne R ne devant tourner que pour ce ſujet, on l'éloigne quand on veut des dents du rouet.

L'on reconnoîtra dans la premiere & troiſiéme figure une partie des choſes qu'on vient de voir. Premierement l'élevation de la roue N, le rouet O qui s'engraine dans la lanterne P, la manivelle Q qui fait mouvoir la ſcie T, dont le chaſſis VX hauſſe & baiſſe dans une couliſſe: pour cela il y a une chaſſe YQ attachée par une de ſes extremités Y, à l'entretoiſe inférieure du chaſſis de la ſcie, par le moyen d'une écharpe de fer traverſée d'un boulon, comme on le peut voir plus diſtinctement dans la huitiéme figure: à l'autre extremité Q eſt un œillet dans lequel paſſe la manivelle, laquelle a 15 pouces de coude; ainſi quand la lanterne P fait tourner cette manivelle, la chaſſe joue librement, & donne le mouvement à la ſcie, qui monte & deſcend à la hauteur de 30 pouces.

De quelle maniere avance le chariot qui porte la piece qu'on ſcie.

FIG. 9. & 10.

691. Pour juger de la maniere dont la piece de bois avance pour être ſciée, on remarquera dans la deuxiéme, neuviéme & dixiéme figure, qu'il ya deux *couliſſes f, f*, attachées ſur le plancher du moulin, ſervant à entretenir un chaſſis *g, g*, nommé *chariot*, qui peut ſe mouvoir aiſément d'un bout de la couliſſe à l'autre: on voit que le chariot eſt traverſé par un *chevet i*, où il eſt encaſtré ſur la profondeur de deux pouces, afin que ſans y être attaché à demeure, il puiſſe ſe maintenir fixe: ſur ce chariot repoſe encore un *couſſinet* K, qui eſt un bout de madrier taillé en deſſous, de façon à s'emboiter avec les *brancarts g, g*, afin qu'il puiſſe les parcourir ſans s'écarter de la direction où il doit être; & pour le fixer aux endroits où on veut l'arrêter, on ſe ſert de deux boulons placés en K, qui après avoir traverſé le couſſinet, ſont recourbés à angles droits, & ap-

Digitized by Google

platis pour ſe loger chacun dans une rainure pratiquée dans l'épaiſſeur des brancarts du chariot : les extrémités des boulons qui paroiſſent au-deſſus du couſſinet ſont percées pour recevoir une clavete, à l'aide de laquelle ces boulons arrêtent le couſſinet avec le chariot : or c'eſt ſur le chevet *i*, & ſur le couſſinet K que l'on poſe la piece *l*, que l'on veut ſcier, dont la longueur détermine la poſition du couſſinet : cependant comme l'effort que fait la ſcie ne manqueroit pas de faire ſortir cette piece de l'alignement où elle doit reſter, ſi on ne la maintenoit inebranlable, on ſe ſert de pluſieurs crochets *m* à deux pointes, & de deux épées *h*, qui ſont deux pieces de fer faites comme les ciſeaux des Charpentiers, ayant une tête à une de leur extrémité, & un tranchant à l'autre que l'on enfonce de 3 ou 4 lignes dans un des bouts de la piece ; & comme c'eſt par celui-là qu'elle commence à être ſciée, on pratique une fente de 2 pouces de largeur dans le milieu du couſſinet pour loger la ſcie. On remarquera auſſi que dans la neuviéme figure les brancarts du chariot ſont hériſſés de dents par le deſſous, qui s'engrainent dans deux lanternes O pour faire avancer le chariot, & par conſéquent la piece a la rencontre de la ſcie, ce qui fait ainſi.

Sur l'entretoiſe ſupérieure *b* du chaſſis de la ſcie exprimé dans la premiere & cinquiéme figure, il y a une verge de fer *cb*, attachée à l'endroit *f* par le moyen d'une charniere ; l'autre extrémité *c* eſt auſſi attachée à un bras de levier *ac* avec une autre charniere ; afin que dans le mouvement que la ſcie donne à cette verge, elle agiſſe librement : le bras de levier *ac* aboutit à un eſſieu *g*, avec lequel il eſt attaché à tenons & mortoiſes : cet eſſieu a deux tourillons ſur leſquels il tourne dans deux pieces ſuſpendues à la charpente du moulin. A cet eſſieu eſt encore attaché avec une charniere une hampe *d e*, portant un pied de biche *e*, qui aboutit ſur les dents de la roue *z* ; le corps de cette roue eſt compoſé de pluſieurs jantes embraſſées d'un cercle de fer dentelé en cramelieres ; le moyeu *r* de cette roue eſt traverſé par un eſſieu de fer quarré *pq* (Fig. 10) comme on le voit dans la ſixiéme & dixiéme figure. FIG. 1. & 5.

Cet eſſieu ſert d'axe à deux lanternes ou pignons O, O, qui s'engrainent avec les dents du chariot, dont le profil, auſſi-bien que celui des couliſſes & du chariot eſt repréſenté dans la ſixiéme figure. Préſentement l'on remarquera que quand la ſcie monte, la verge *cs* & le bras de levier *ac* font faire un mouvement à l'eſſieu *g*, par lequel le pied de biche eſt pouſſé en avant, & contraint la roue *z* de tourner tant ſoit peu ; quand la ſcie deſcend, le pied de biche recule ; & pour qu'il n'arrive pas la même choſe à la roue, & qu'elle FIG. 5. & 6.

Digitized by Google

ſoit contrainte de reſter un moment dans la ſituation ou le pied de biche l'a fait avancer, il ya un déclit *u* attaché au plancher du moulin avec une charniere qui retient la roue en s'accrochant contre un de ſes crans; il ne ſeroit pas mal d'avoir deux déclits au lieu d'un, afin que ſi le premier venoit à échapper le cran qu'il doit retenir, le ſecond pût en accrocher un autre : à chaque fois que la ſcie monte, la roue avance, & les lanternes O, O, qui ſont à ſon eſſieu, font cheminer le chariot, par conſéquent la piece de bois qui eſt deſſus; & comme la viteſſe de cette piece dépend abſolument de celle avec laquelle la ſcie agit, oe voit que de part & d'autre le progrès eſt uniforme.

FIG. 1. & 5. La roue z eſt traverſée de pluſieurs chevilles entre leſquelles on embarre un levier pour la faire tourner d'un ſens oppoſé à celui dont nous venons de parler, afin de ramener le chariot ſur ſes pas & recommencer la même manœuvre, ce qui ſe peut faire auſſi par le moyen du treuil, qui ſert à amener le chariot roulant, j'entens celui qui apporte le bois; en attachant une poulie de retour au milieu de l'entretoiſe qui eſt à l'extrémité de la couliſſe du côté de la rampe; car faiſant paſſer la corde du treuil ſur cette poulie, & l'accrochant enſuite à l'entretoiſe N du chariot, elle la tirera du côté A, ce qui peut être commode lorſque le chariot eſt chargé d'un gros arbre, dont le poids donneroit trop de peine à un homme ſeul pour le ramener de l'autre façon.

De quelle maniere le moulin s'arrête de lui-même lorſque la piece eſt ſciée ſur toute ſa longueur.

692. Pour montrer de quelle maniere la Machine ceſſe d'agir lorſque la ſcie a parcouru la piece que l'on veut débiter, on remarquera dans la huitiéme figure que la vanne 2 qui doit répondre à la roue à aube, ſe leve & ſe baiſſe à l'aide d'un levier 5, 6, qui paſſe à travers le poteau 4, où il eſt maintenu par un boulon qui lui ſert de point d'appui : quand la vanne eſt levée, & que la roue tourne, l'extrémité 6 du levier eſt contrainte de reſter dans la ſituation où on la voit, par le moyen d'une corde qui y eſt attachée, à l'autre bout de laquelle il y a un anneau accroché à un déclit, pratiqué à l'endroit 7 dans l'épaiſſeur d'un montant de la couliſſe de la ſcie : or ſi l'on conſidere la dixiéme figure, l'on verra que vis-à-vis du même montant 7, on a attaché au chevet *i* une bande de fer X, qui venant à appuyer contre le déclit lorſque cette extrémité du chariot eſt arrivée juſques-là, l'anneau qui eſt à la corde du levier 5, 5, échappe le levier, & la vanne baiſſe par l'action du poids 8 qu'on y a ſuſpendu; alors le paſſage de l'eau étant interrompu, la roue ceſſe de tourner, & toute la machine demeure immobile.

FIG. 8. & 10.

De quelle maniere

693. Pour amener le bois que l'on veut ſcier du pied de la rampe juſques

jusques sur le chariot où il doit être posé, on se sert de la lanterne R & du treuil de la quatriéme figure, comme nous l'avons dit plus haut; le tourillon qui répond à l'extrémité 15 repose sur un chevalet, & celui qui est à l'autre extrémité, tourne dans une piece de bois de bout exprimé par le nombre 12 dans la septiéme figure sur laquelle je m'arrêterai un moment: cette piece 12 repose sur une semelle 16, à laquelle elle est attachée par une charniere 11: vers le milieu est attaché encore avec une charniere un bout de solive ou clapet 10, qui repose sur un talon 13; quand on veut que la lanterne R tourne, la piece 12 est maintenue, comme on la voit, sans pouvoir se déranger, parce que d'un côté elle est appuyée contre le plancher du moulin à l'endroit 17, & de l'autre contre le poteau 18, à l'aide d'un clapet 10; car le poteau 18 est immobile, étant attaché à demeure par ses extrémités: alors les fuseaux de la lanterne s'engrainant avec les dents du rouet, le treuil tourne, & la corde file dessus en traversant le plancher par une fente pratiquée à l'endroit 19 de la seconde figure, passe sur une poulie ou un rouleau, & de-là va aboutir à un petit chariot marqué 20 chargé de la piece que l'on veut scier, qu'elle attire depuis le pied de la rampe jusqu'au moulin; ce qui est un grand soulagement pour les ouvriers, surtout quand il est question de gros arbres qu'on ne pourroit transporter qu'à force de bras, au lieu que par ce moyen les bois en grumes étant rendus sur le chantier, un homme seul, pour peu qu'il sçache se servir du levier & de la pince, les pose sur le chariot 20, parce qu'il est fort bas, les manœuvre & les débite aisément. Quand le chariot est arrivé, l'on détache la corde qui y étoit accrochée, l'on va à l'endroit 14 de la deuxiéme figure où l'on voit que le plancher est percé. Pour empêcher que le treuil qui attire la piece ne tourne davantage, l'on écarte vers la droite la piece 12 de la septiéme figure pour séparer la lanterne du rouet après avoir tiré la corde 21 pour lever le clapet 10; alors l'on appuye la piece 12 contre le bord opposé du plancher où elle reste tant que la nécessité oblige à la redresser, & tout cela se fait sans être obligé de descendre dans la cave.

la Machine fait avancer la piece que l'on veut scier. FIG. 1. 2. 4. & 7.

Voilà en général tout le Mécanisme de ces sortes de Moulins qui est des plus simple, puisqu'il n'y a d'autre sujettion que de placer sur le chariot des coulisses la piece que l'on veut scier, d'accrocher l'anneau au déclit qui interrompt le mouvement au moment qu'il doit cesser, & d'approcher ou d'éloigner du rouet la lanterne qui amene le bois à la porte du moulin; la machine est chargée du reste.

Digitized by Google

Détail de ce qui appartient à la ſcie.

694. Ayant paſſé légerement ſur pluſieurs articles, qui pour être bien entendus demandent un peu de détail, je vais le faire en commençant par ce qui appartient à la ſcie; conſidérant dans la huitiéme figure les *jumelles* 22, 23, dans leſquelles ſont pratiquées les couliſſes, l'on verra qu'elles ſont attachées en haut & en bas à deux poutres du moulin avec des boulons, & que le chaſſis de la ſcie eſt maintenu de chaque côté dans la couliſſe par trois *clefs* marquées 21; ces clefs qui ſont de bois traverſent les deux jumelles, & ſont retenues derriere avec des *clavettes*, afin de pouvoir les ôter quand on veut faire quelque réparation au chaſſis de la ſcie: les deux *montans* V, X du chaſſis de la ſcie ne touchent pas immédiatement contre l'épaiſſeur des jumelles 22, 23 qui forment les couliſſes, parce qu'il y a entre deux une regle d'environ 10 lignes d'épaiſſeur; ces regles ſont miſes pour pouvoir être renouvellées, lorſque le frottement du chaſſis de la ſcie les ayant uſées, il ſe trouve avoir trop de jeu, & n'agit pas bien perpendiculairement, au lieu que ſans cela il faudroit le réparer aſſez ſouvent.

FIG. 8.

L'on remarquera auſſi que ce chaſſis a par le haut deux entretoiſes 24 & 25, qu'il n'y a que la premiere 24 qui ſoit attachée fixement à tenons & mortoiſes avec les deux montans, au lieu que la ſeconde 25, à laquelle répond la ſcie, a deux tenons qui peuvent monter & deſcendre dans des rainures pratiquées dans l'épaiſſeur des montans ſur la hauteur d'un pied ſeulement, & l'on y introduit ces tenons par le moyen d'une entaille faite à l'endroit 26, ſans être obligé de démonter le chaſſis: ces entretoiſes ſont traverſées par deux vis 27, poſées la tête en bas ſous la ſeconde 25; & au-deſſus de la premiere 24 il y a une écroue à chaque vis que l'on fait tourner avec une clef de fer pour attirer l'entretoiſe 25 contre la ſupérieure 24 pour bander la ſcie. J'ajouterai que cette ſcie eſt plus large en haut qu'en bas, afin qu'à meſure que les dents deſcendent, elles puiſſent pénétrer davantage dans le bois.

La chaſſe qui joint la manivelle avec la ſcie doit avoir 8 pieds de longueur entre les deux points autour deſquels elle agit, quoiqu'elle n'en ait gueres que 5 dans le deſſein, parce que dans les figures premiere & troiſiéme on a donné trop de hauteur aux chevalets qui portent le rouet & les lanternes qu'il faudra abaiſſer, afin que la chaſſe YQ manœuvre avec plus d'aiſance, & l'obliquité où elle ſe rencontre lorſque le coude de la manivelle eſt horiſontal, ſoit le moins ſenſible qu'il eſt poſſible, pour que la direction de la puiſſance qui éleve la ſcie ne s'éloigne que peu de la perpendiculaire; c'eſt à quoi je n'avois pas fait attention en traçant ces figures.

Digitized by Google

Le bras de levier *ac* dans la cinquiéme figure a 6 pieds de longueur, depuis le centre du mouvement de l'eſſieu *a*, juſqu'à la verge de fer CS qui a 22 pouces de long; la diſtance du centre de mouvement de l'eſſieu au centre de mouvement de le charniere *d* eſt de 6 pouces, & la diſtance depuis ce dernier centre juſques au fond du cran où l'extrémité du pied de biche tourne la roue, eſt de 11 pieds 6 pouces : quand la ſcie eſt en repos, le levier *ac* eſt dans une ſituation horiſontale. FIG. 5. & 8.

Proportion qu'il faut donner à la roue dentée & à la hampe du pied de biche qui la fait tourner.

695. La roue z doit être de 3 pieds 4 pouces de diamétre, y compris l'épaiſſeur du cercle de fer : ce cercle doit avoir 384 crans de 4 lignes de largeur & 2 $\frac{1}{2}$ de hauteur : il eſt à propos que les angles des crans dans leſquels appuye le pied de biche & le déclit ſoient un peu aigus pour éviter que les crans n'échappent; à chaque fois que la ſcie monte, cette roue avance de deux crans. Pour en voir la raiſon, jettez les yeux ſur la premiere figure de la planche troiſiéme, qui n'eſt autre choſe qu'une répétition de la cinquiéme de la planche deuxiéme que je n'ai exprimé que par de ſimples traits, pour qu'on puiſſe mieux appercevoir ce qu'il m'a paru néceſſaire d'inſinuer. On y remarquera que le point E exprime le centre de mouvement de l'eſſieu ABCD qui fait tourner la roue dentelée : que lorſque le bras de levier EF qui répond au chaſſis G de la ſcie eſt horiſontal, l'on a un triangle EDH formé par la ligne ED de 6 pouces, qui marque la diſtance du centre du mouvement E au centre D de la charniere de la hampe du pied de biche, par la ligne DH de 11 pieds 6 pouces, qui exprime la diſtance du point D à l'endroit où le pied de biche touche la roue z quand elle eſt en repos, & par la ligne EH de 11 pieds 11 pouces 4 lignes qui marque la diſtance du centre E au même point H : or on fera attention que quand l'extrémité F de la verge de fer eſt montée de 30 pouces qui eſt le chemin de la ſcie, le treuil prend une autre ſituation; le point D tombe en M, parceque les deux lignes ED & DH n'en font plus qu'une ſeule EI de 12 pieds; alors le point H tombe en I par le mouvement que le pied de biche fait faire à la roue, la ligne EI devient plus grande que la ligne EH de la valeur de deux crans; & c'eſt de quoi il eſt aiſé de ſe convaincre en faiſant attention que les angles DEH & LE*f* ſont égaux, le premier étant formé par la deſcente de la ſcie, & le ſecond par ſa montée : que le triangle rectangle EL*f* ayant le côté E*f* de 5 pieds 7 pouces, & le côté *f*L de 30 pouces, l'angle LE*f* ſe trouve de 26 degrés 24 minutes : or le triangle DEH étant aſſujetti à un angle de la même valeur, l'on verra par le calcul que le côté EH eſt néceſſai- PLAN. 3. FIG. 5. PLAN. 3. FIG. 5.

rement plus petit de 8 lignes que la ſomme des deux autres côtés ED & DH.

Il eſt à propos de faire le côté DH un peu plus long que nous ne l'avons ſuppoſé, quand ce ne ſeroit que de deux lignes, n'étant gueres poſſible que les deux côtés ED & DH puiſſent former une ligne parfaitement droite, quoique la ſcie ſoit arrivée au ſommet des couliſſes, ce qui pourroit empêcher que le point H ne faſſe un chemin exactement de 8 lignes, au lieu qu'avec cette précaution on ſera ſûr que le pied de biche fera toujours tourner la roue de deux crans, & qu'il ne manquera pas d'accrocher l'extrémité du ſecond, qui pourroit quelquefois échapper ſans cette précaution.

Si ſur le prolongement de la ligne HD l'on fait le triangle rectangle EKD, l'angle FEK pourra être pris pour un levier recourbé dont le point d'appui eſt en E; alors la puiſſance qui agit ſur l'extrémité F, ſera à celle qui pouſſe la roue Z, ſelon la direction KH dans le premier inſtant de ſon action, comme EK eſt à EF, c'eſt-à-dire à peu près comme 1 eſt à 26; ce qui fait voir que la roue Z eſt pouſſée avec 26 fois plus de force que n'en a la puiſſance qui fait avancer le chariot dont l'action va toujours en diminuant à meſure que l'extrémité F du grand bras de levier monte, à proportion que la perpendiculaire EK diminue, tant que les deux côtés ED & DH ne forment qu'une même ligne.

Détail des parties du chariot qui fait avancer la piece qu'on veut ſcier.

PLAN. 2. FIG. 6. 9. & 10.

696. Le chariot a ici 30 pieds de longueur, mais on peut lui en donner davantage pour le proportionner à celle des plus grandes pieces qu'on veut débiter; & comme il y en a une partie à découvert qui n'eſt point renfermée dans le moulin qui n'a que 36 pieds, l'on voit dans la premiere & ſeconde figure que le plancher s'étend en dehors à droite & à gauche, & que du côté B il y a une eſpece de Pont. Les dents du chariot doivent avoir environ 18 lignes de hauteur, 16 de largeur à la racine, & autant d'épaiſſeur: il y en a 24 à la toiſe, les lanternes où elles s'engrainent ont 10 pouces de diamétre, & 8 fuſeaux de 16 lignes de diamétre, elles ſont liées par des cercles de fer.

Pour diminuer le frottement, chaque brancart eſt porté par des roulettes de fonte, poſées de 4 en 4 pieds, qui ont 1 pouce d'épaiſſeur ſur 4 de diamétre, & celui de l'eſſieu a un demi pouce: elles ne paroiſſent point en dehors étant pratiquées dans l'épaiſſeur du bois, & n'excedent le deſſous des brancarts que d'environ 4 lignes: pour empêcher auſſi le frottement des faces du brancart contre les joues des couliſſes, on a placé encore des roulettes de

revers dans les mêmes brancarts, leſquelles tournent horiſontalement, & n'excedent que d'environ deux lignes; elles ont 3 pouces de diamétre ſur 1 d'épaiſſeur.

697. La grande roue doit avoir 5 pieds & $\frac{1}{4}$ de rayon, aboutiſſant au centre d'impreſſion des aubes, & ſon arbre 16 pouces, le rouet 2 pieds & $\frac{1}{2}$ de rayon & 32 dents; les lanternes chacune 8 pouces de rayon; elles doivent avoir 8 fuſeaux de chacun 2 poucee & 9 lignes de diamétre : les autres parties dont je ne donne point les dimenſions ſeront faciles à connoître avec le ſecours des échelles relatives aux figures. *Dimenſions des principales parties du moulin.*

698. Comme la puiſſance motrice, c'eſt-à-dire le courant qui fait tourner la roue, eſt principalement employée à donner le mouvement à la ſcie, l'effort qu'elle a à ſurmonter répondra immédiatement à la manivelle. Or, comme la ſcie ne travaille que lorſqu'elle deſcend, & non pas quand elle monte, ſi l'on ſuppoſe cette puiſſance en équilibre avec le poids du chaſſis de la ſcie, & celui de la chaſſe qui communique le mouvement, la difficulté ſe réduira à élever ce poids à chaque tour de manivelle, c'eſt-à-dire à faire monter la ſcie, & quand elle ſera parvenue à ſon plus haut point, elle deſcendroit d'elle-même par l'action de ſon propre poids, & avec plus de viteſſe que n'en peut avoir la manivelle, ſi elle ne trouvoit rien qui lui fût oppoſé; mais ſi les dents rencontrent en chemin une piece de bois; elles s'accrocheront aux fibres, & le tems de la deſcente de la ſcie ſera d'autant plus retardé que ces fibres ſeront en plus grand nombre, c'eſt-à-dire que le bois aura plus d'épaiſſeur, & le nombre de ces fibres pourroit être tel que la ſomme de leurs réſiſtances à être rompus ſe trouveroit en équilibre avec l'action du poids de la ſcie, indépendamment de la force motrice : mais ſi cette force eſt jointe à celle du poids de la ſcie, comme elle s'y joint en effet pour la faire deſcendre, alors l'équilibre ſera rompu & les fibres diviſés fort promptement; car comme la force qui les ſépare ſera double, de ce que nous venons de la ſuppoſer, elle pourroit être en équilibre avec un nombre de fibres double, parce qu'on peut regarder la force de la manivelle priſe indépendamment de ſa viteſſe, comme un poids qu'on auroit ajouté à celui de la ſcie : cependant la viteſſe de la manivelle étant une force réelle (99) pui détruira l'équilibre, il s'enſuit que tous les fibres ſeront rompus avec une viteſſe égale à celle que la ſcie a eu en montant, quoique la piece à ſcier eût une épaiſſeur double. *La réſiſtance que la puiſſance métrice doit ſurmonter, ſe réduit à enlever le poids du chaſſis de la ſcie.*

699. Si l'on fait abſtraction des frottemens, il ſuit de ce que nous venons d'inſinuer, que lorſque la peſanteur de la ſcie ſera en- *Dans le cas*

la ſcie en deſcendant aura une action équivalente à celle des $\frac{4}{9}$ de la force abſolue du courant.

équilibre avec les $\frac{4}{9}$ de la force abſolue du courant, réduite au coude de la manivelle qui eſt le cas du plus grand effet, (589) la ſcie en deſcendant aura indépendamment de ſa viteſſe une force équivalente aux $\frac{4}{9}$ de celle du courant.

Pour faire voir l'exactitude que l'on peut apporter dans le calcul des machines, lorſqu'on veut prendre la peine de les examiner de près, nous ne négligerons rien de tout ce qui mérite attention dans celle dont nous parlons, ſur-tout à l'égard des frottemens.

Puiſque la ſcie en montant fait avancer le chariot, la puiſſance qui fait monter la ſcie a donc quelque choſe de plus à ſurmonter que le poids de la ſcie. Quand il n'y auroit que cette ſeule difficulté, on ne pourroit pas dire que le poids de la ſcie dans le cas du plus grand effet, peut être exprimé par les $\frac{4}{9}$ de la force abſolue du moteur réduite au coude de la manivelle; nous commencerons donc par rechercher quelle eſt la force capable de faire avancer le chariot, que nous ſuppoſerons chargé du plus grand fardeau qu'il puiſſe jamais porter, & pour plus d'intelligence, le lecteur ne feroit pas mal de revoir les articles 282, 283, 284, qui ont été rapportés exprès pour le cas dont il s'agit.

Calcul de la force qu'il faut pour faire avancer le chariot, lorſqu'il eſt chargé du plus gros arbre que la ſcie puiſſe jamais débiter.

700. Nommant p le poids du chariot, y compris celui de l'arbre dont il eſt chargé, $\frac{p}{3}$ exprimera le frottement des roulettes contre leur eſſieu, (256) qu'il faut multiplier par $\frac{10}{18}$ à cauſe de l'engrainement de la lanterne & des dents du chariot; (290) enſuite multiplier ce premier produit par $\frac{1}{8}$, rapport du rayon de l'eſſieu à celui des roulettes; (696) ce ſecond produit par $\frac{1}{4}$, rapport du rayon de la lanterne à celui de la roue dentée (695, 696); & ce troiſiéme produit par $\frac{1}{216}$, rapport des bras du levier du tourniquet, (595) on aura $\frac{p}{3} \times \frac{10}{18} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{216} = \frac{10p}{44928}$, qui étant réduit donne $\frac{p}{2891}$.

Pour avoir la valeur de p, nous ſuppoſerons que le chariot a 50 pieds de longueur pour porter un arbre auſſi de 50 pieds, & dont le diamétre ſeroit de 36 pouces, afin de prendre les choſes à l'extrême; alors le chariot ſera compoſé de 8 ſolives, & l'arbre en contiendra 113, ce qui fait enſemble 378 pieds cubes, qui étant multipliés par 70 ℔ peſanteur d'un pied cube de bois, lorſqu'il n'eſt pas ſec, il vient $p = 26460$ ℔, qui étant diviſées par 2891, donnent environ 9 ℔ pour la plus grande force qu'il faudra jamais au-de-là du poids de la ſcie pour faire avancer le chariot, & qui peut

Digitized by Google

être réduite à 2 ℔ dans l'uſage ordinaire, où il eſt rare d'avoir des bois à débiter qui ayent plus de 30 pieds de long ſur 18 pouces en quarré. Je ne m'arrête point au frottement de l'eſſieu de la roue z, ni à celui du tourniquet, ſe réduiſant à ſi peu de choſe que la puiſſance qui fait avancer le chariot n'en ſeroit augmentée que d'environ 2 onces.

Pour faire voir qu'un même mouvement peut être exécuté de différentes façons; en voici une de diſpoſer la manivelle qui fait agir la ſcie, qui nous donnera lieu à exprimer d'une maniere plus ſenſible l'action de la chaſſe, & le frottement du chaſſis de la ſcie contre les couliſſes; car que le jeu de cette chaſſe ſe faſſe dans le plan de la ſcie, ou dans le plan de ſon chaſſis, le frottement contre les couliſſes ſera toujours le même. PLAN. 3. FIG. 6. & 4.

Si l'on conſidere la figure ſixiéme de la planche troiſiéme, l'on verra que la lanterne A s'engraine avec les dents du rouet O, poſés ſur ſon plan; ainſi la manivelle B tournera de C en D, & pour cela il faut que la chaſſe ſoit unie à ce chaſſis, comme on l'a marqué dans la quatriéme figure de la même planche.

Examen de l'action de la manivelle qui communique le mouvement à la ſcie.

701. Voici une occaſion d'appliquer ce qui a été enſeigné dans l'article 109. au ſujet de la manivelle ſimple: car ſi l'on ſuppoſe que la ligne AB repréſente l'entretoiſe inférieure du chaſſis de la ſcie, & la verticale IG la chaſſe; lorſque le coude FG de la manivelle eſt au plus bas d'une de ſes révolutions, la peſanteur du chaſſis de la ſcie tiendra lieu du poids ſuſpendu à la poignée de cette manivelle; ainſi la puiſſance qui ſera monter la ſcie à la hauteur GQ ou IN, ira en croiſſant, & en décroiſſant quand le point G décrira le demi cercle GHQ; & le plus grand effort de cette puiſſance ſera lorſque le coude de la manivelle ſe trouvera dans la ſituation horiſontale FH, (108) & la chaſſe dans la direction oblique HE; d'où il ſuit qu'il faudra prendre pour bras de levier moyen du poids la ligne FM, égale aux deux tiers du rayon FH, ſelon ce qui a été remarqué dans l'article 105; & comme ce rayon eſt de 15 pouces, le bras du levier moyen du poids ſera donc de 10. PLAN. 3. FIG. 1.

Le poids de la ſcie doit être moindre que la force de la puiſſance qui ſeroit appliquée aux deux

702. Comme la chaſſe qui communique le mouvement à la ſcie n'agit pas ſelon une direction verticale dans le tems que la manivelle décrit le demi cercle GHQ; s'il y avoit une puiſſance qui ſe ſervit de cette chaſſe comme d'un rayon ſolide pour faire monter le poids en parcourant le même chemin que la manivelle, cette puiſſance aura beſoin d'une force d'autant plus grande que ſa direction ſera plus oblique au chaſſis, & quand elle ſera arrivée au

tiers du coude de la manivelle.

point H, l'angle d'incidence HER étant alors le moindre de tous, ſa force abſolue ſera à ſa force relative, comme le ſinus total HE eſt au ſinus HR; (23) mais comme cet angle croîtra à meſure que la ſcie montera, l'on voit qu'il doit y avoir un certain angle d'incidence PST, où le ſinus PT tiendra un milieu entre le plus grand & le plus petit; ce qui arrivera lorſque celui de ſon complement ST tiendra auſſi un milieu entre tous ceux que comprend le quart de cercle FHQ : or, comme ce dernier n'a cette proprieté que quand il eſt égal à FM, bras de levier moyen du poids; il ſuit que lorſque ST ou OP ſera les deux tiers du rayon FH, (105) que prenant PS pour exprimer la puiſſance uniforme appliquée au bras de levier, ſa verticale OS exprimera le poids de la ſcie.

Examen du frottement du chaſſis de la ſcie contre les couliſſes.

703. La puiſſance ne pouvant agir ſelon une direction oblique, ſans pouſſer de côté le chaſſis de la ſcie ſelon une direction TS, perpendiculaire à la couliſſe VX, avec une force exprimée par le ſinus ER ou ST du complement de l'angle d'incidence; l'on voit que cette preſſion étant variable, celle qui tiendra un milieu entre la plus grande & la plus petite ſera exprimée par le ſinus ST ou OP, & que le frottement que cette preſſion fait naître, le ſera par le tiers du même ſinus, lorſque la puiſſance qui doit le ſurmonter agira ſelon une direction verticale; (228) ainſi faiſant OC égal au tiers de OP, achevant le triangle rectangle CSD, le côté CS exprimera le poids & le frottement du chaſſis de la ſcie, & le côté DS la puiſſance qui ſurmonte l'un & l'autre, lorſqu'on la conſiderera comme agiſſant uniformément, & appliquée aux deux tiers du coude de la manivelle. (105)

Le poids de la ſcie doit être à la puiſſance qui ſeroit appliquée aux deux tiers du coude de la manivelle dans le rapport de 30 à 31.

Remarquez que la ligne OP ſera de 10 pouces, puiſqu'elle eſt égale à FM, & que la ligne PS ſera de 8 pieds ou de 96 pouces, puiſqu'elle eſt égale à la longueur de la chaſſe : prenant donc OP pour le ſinus total, PS pour la ſecante de l'angle OPS, la ligne OS en ſera la tangente; ainſi on pourra dire, comme OP de 10 pouces eſt à 100000 ſinus total; ainſi PS de 96 pouces eſt à la ſecante qu'on trouvera de 960000, laquelle répond dans les Tables des ſinus à une tangente de 954106 : ajoutant à ce nombre le tiers du ſinus total, c'eſt-à-dire 33333, on aura 987439 pour l'expreſſion de la ligne SC qu'on peut regarder comme la tangente de l'angle SDC qui répond dans les Tables à une ſecante DS de 992389; ainſi le rapport de SO à SD ſera le même que celui de 954106 à 992389; c'eſt pourquoi nommant SO, r, & SD, t, on aura $\frac{r}{t} = \frac{954106}{992389}$, ou à peu près $\frac{r}{t} = \frac{30}{31}$, dont le dénominateur exprimera

exprimera le poids de la ſcie, & le dénominateur la puiſſance capable de ſurmonter ce poids & ſon frottement contre les couliſſes.

Comme la manivelle décrira le demi cercle QNG quand la ſcie deſcendra, & que la puiſſance aura les mêmes variations que celles que nous venons d'obſerver, (109) je ne m'y arrête point pour ne rien dire d'inutile; on obſervera ſeulement que quand la ſcie deſcend, le plus grand frottement du chaſſis ſe fait contre la couliſſe YZ, au lieu que nous venons de voir qu'en montant, ce frottement ſe faiſoit contre l'autre.

Maniere de découvrir quel doit être le poids de la ſcie & de ſon équipage dans le cas du plus grand effet.

704. Il nous reſte à déterminer quel doit être le poids de la ſcie & de ſon équipage pris enſemble, ce que nous allons faire d'abord par le calcul litteral, afin d'avoir une formule générale qu'on puiſſe appliquer à tous les moulins à ſcier: mais avant d'en venir là, il faut être prévenu que la hauteur moyenne de l'eau qui doit faire aller la roue, eſt de 6 pieds 6 pouces 6 lignes, ce qui répond dans la premiere Table à une viteſſe de 19 pieds 9 pouces 8 lignes par ſeconde, & dans la troiſiéme à un choc de 458 ℔ par pied quarré; & comme on ſuppoſe les aubes de 2 pieds de ſuperficie, la force abſolue du courant ſera de 916 ℔, dont prenant les $\frac{4}{9}$ pour le plus grand effet, la puiſſance motrice ſera de 407 ℔: (589, 590, 595) cela poſé, voici le nom & la valeur de toutes les grandeurs qui doivent entrer dans le calcul.

$a = 5$ pieds $\frac{1}{4}$, rayon de la roue.

$b = 2$ pieds $\frac{1}{2}$, rayon du rouet.

$d = 10$ pouces, coude de la manivelle réduit.

$f = 8$ pouces, rayon de la lanterne.

$c = 9$ lignes, rayon des tourillons de la roue & de l'eſſieu de la lanterne.

$g = 2500$ ℔, poids de la roue, du rouet, & de l'arbre qui leur eſt commun.

$h = 240$ ℔; poids de la lanterne, y compris celui de l'eſſieu & de la manivelle.

$p = 407$ ℔, valeur de la puiſſance motrice.

$q = 9$ ℔, expreſſion de la force qui fait avancer le chariot.

$\frac{m}{n} = \frac{19}{18}$, frottement du rouet & de la lanterne.

$\frac{r}{s} = \frac{30}{31}$, rapport du poids de la ſcie à la force abſolue de la puiſſance qui répond à la manivelle.

x = poids de la ſcie.

y = force abſolue de la puiſſance qui répond à la manivelle, qui étant multipliée par $\frac{10}{31}$, donnera un produit égal au poids de la ſcie, joint à la force qu'il faut pour faire avancer le chariot; par conſéquent $x + q = \frac{3ey}{31}$.

L'on doit regarder le rayon de la lanterne P, & le coude de la manivelle Q lorſqu'il eſt horiſontal, comme un levier droit; alors y exprimant la puiſſance appliquée aux deux tiers du coude de la manivelle, (105) multipliant cette puiſſance par ſon bras de levier, & diviſant le produit par le rayon de la lanterne, il vient $\frac{dy}{f}$ pour l'action des dents du rouet ſur les fuſeaux de la lanterne; & comme h exprime le poids de la lanterne & de ſon eſſieu, ajoutant ces trois termes enſemble, on aura $y + \frac{yd}{f} + h$ pour la preſſion que cauſe l'eſſieu de la lanterne, dont il faut prendre la moitié pour le frottement, (250) qui étant multipliée par le rayon de l'eſſieu, & le produit diviſé par le rayon de la lanterne donne $\frac{cd}{2ff}$, $y + \frac{c}{2f}$, $y + \frac{ch}{2f}$ pour ce frottement réduit au fuſeau de la lanterne ou aux dents du rouet; à quoi ajoutant la force $\frac{d}{f}y$; multipliant le tout par le rayon du rouet, & enſuite le produit par $\frac{m}{n} = \frac{10}{18}$ à cauſe du frottement des dents & des fuſeaux (290); il vient $\frac{m}{n} \times \overline{\frac{bd}{f}y + \frac{bcd}{2ff}y + \frac{bcy}{2f}y + \frac{bch}{2f}}$, à quoi il faut ajouter le frottement des tourillons de la roue, c'eſt-à-dire la moitié de la force précedente; plus la moitié de la puiſſance motrice (251); plus le tiers du poids de la roue, (650) le tout multiplié par le rayon des tourillons pour avoir une quantité égale au produit de la puiſſance motrice par ſon bras de levier; par conſéquent $\frac{m}{n} \times \overline{\frac{bd}{f}y + \frac{bcd}{2ff}y + \frac{bc}{2f}y + \frac{bch}{2f}} + \frac{m}{n} \times \overline{\frac{cd}{2f}y + \frac{ccd}{4ff}y + \frac{ce}{4f}y + \frac{cch}{4f}} + \frac{cp}{2} + \frac{cg}{3} = ap$, qui étant multiplié par $2f$, & diviſé par c, donne $\frac{m}{n} \times \overline{\frac{2bd}{c}y + \frac{bd}{f}y + by + bh + dy + \frac{cd}{2f}y + \frac{cy}{2} + \frac{ch}{2}} + fp + \frac{2fg}{3} = \frac{2fap}{c}$: faiſant paſſer $fp + \frac{2fg}{3}$ du premier mem-

bre dans le ſecond, & diviſant toute l'équation par $\frac{m}{n}$, on aura $\frac{2bd}{c}y + \frac{bd}{f}y + by + dy + \frac{dc}{2f}y + \frac{cy}{2} + bh + \frac{ch}{2} = \frac{nf}{m} \times \frac{2ap}{c} - p - \frac{2g}{3}$, d'où dégageant l'inconnue, il vient enfin $y = \frac{\frac{nf}{m} \times \frac{2ap}{c} - p - \frac{2g}{3} - bh - \frac{ch}{2} = 495216}{\frac{2bd}{c} + \frac{bd}{f} + \frac{dc}{2f} + \frac{c}{2} + d + b = 878}$; diviſant donc 495216 par 878, l'on trouvera à peu près 564 ℔ pour la valeur de y, laquelle étant multipliée par $\frac{10}{11}$ donne 546 ℔, d'où retranchant 9 ℔ valeur de q, reſte 537 ℔ pour x poids de la ſcie, y compris celui de ſon équipage, dont toutes les parties doivent avoir leurs dimenſions proportionnées de façon, que le poids du bois & des ferrures ſoit à peu près de 537 ℔.

Maniere de calculer le chemin que le chariot fera dans un tems déterminé, par conſéquent le progrès de la ſcie.

705. Ayant dit que la viteſſe du courant étoit de 19 pieds 9 pouces 8 lignes par ſeconde, (704) elle ſera par conſéquent de 1188 pieds 9 pouces par minute, dont le tiers eſt 396 : (595) pour ſçavoir le nombre de tours que la roue fera dans le même tems, je conſidere que cette roue ayant 10 pieds $\frac{1}{2}$ de diamétre (697) décrira à chaque tour une circonférence de 33 pieds; diviſant donc 396 pieds par le nombre précédent, il viendra 12 au quotient, qui fait voir que la roue fera 12 tours par minute dans le cas du plus grand effet.

Le rouet ayant 32 dents, & la lanterne de la manivelle 8 fuſeaux, (697) une révolution du rouet en fera faire quatre à la lanterne; & comme il fait 12 tours par minute, la lanterne en fera 48; ainſi la ſcie montera & deſcendra 48 fois dans le même tems, & à chaque fois qu'elle montera, le pied de biche fera avancer la roue Z de la valeur de deux crans; & en ayant 384, (695) il faudra que la ſcie monte 192 fois, ou qu'elle agiſſe pendant 4 minutes pour lui faire faire un tour, auſſi-bien qu'aux lanternes qui ſont à ſon eſſieu, & ces lanternes ayant chacune 8 fuſeaux, elles accrocheront 8 dents du chariot à chaque révolution pour le faire avancer de 2 pieds, parce qu'il y a 24 dents à la toiſe; (696) par conſéquent la viteſſe du chariot ſera de 6 pouces par minute, & la piece qui eſt deſſus ſera ſciée ſur cette longueur; & comme elle reçoit 48 traits de ſcie dans le même tems, chacun ſera d'une ligne & demie de profondeur.

Quel eſt le réſultat du

706. Ayant eſtimé par pluſieurs expériences faites avec ſoin quel doit être le réſultat du plus grand effet de ce moulin, j'ai trouvé

plus grand effet de ce moulin.

que le faiſant aller avec trois ſcies, elles pouvoient en une heure de tems partager une poutre de 12 pouces d'épaiſſeur, & de 30 pieds de longueur en quatre parties, c'eſt-à-dire, en faire quatre plattes formes, chacune d'environ 3 pouces d'épaiſſeur ſur 30 pieds de long. Que ſi au lieu de trois ſcies on n'en met que deux, elles iront bien plus vîte, & plus encore quand il n'y en aura qu'une, en ſuppoſant l'épaiſſeur du bois toujours la même; ce qui eſt bien naturel ſelon la loi générale des Mécaniques; car ici l'effort que fait la ſcie eſt proportionné à la quantité des parties qu'elle accroche en deſcendant : ſur quoi il eſt à remarquer que deux ſcies qui agiroient enſemble ſur une piece de bois, par exemple de 10 pouces d'épaiſſeur, mettent autant de tems pour la débiter d'un bout à l'autre, qu'il en faut lorſque n'y ayant qu'une ſcie, elle agiroit ſur une piece de même longueur, mais qui auroit 20 pouces d'épaiſſeur : par conſéquent, ſi au lieu de trois ſcies le moulin n'en faiſoit agir qu'une, on pourroit en une heure de tems, dans le cas du plus grand effet, partager en deux parties une piece qui auroit 36 pouces d'épaiſſeur ſur 30 pieds de longueur.

Quoique la viteſſe de la ſcie augmente à meſure que la piece qu'elle débite a moins d'épaiſſeur, ſa plus grande viteſſe doit pourtant être limitée ſans ſe prévaloir de la force du courant, crainte que le frottement ne mette le feu à la Machine, principalement au chaſſis & aux couliſſes de la ſcie, comme cela eſt arrivé à celui de notre Arſenal; il m'a paru que la plus grande viteſſe que pouvoit avoir la ſcie, étoit de monter & deſcendre 80 fois par minute, alors le chariot avance de 10 pouces dans le même tems. (705)

Examen de la force que la puiſſance employe à ſcier le bois, indépendamment des frottemens & des autres accidens.

707. La force qui fait mouvoir le chariot n'ayant lieu que quand la ſcie monte, la puiſſance appliquée à la manivelle agira donc de haut en bas avec une force de 546 lb, (704) à quoi ajoutant 537 lb pour lepoids de la ſcie, il vient 1083 pour la force équivalente à celle de la ſcie lorſqu'elle deſcend : or, comme dans le cas du plus grand effet elle met à peu près autant de tems à monter qu'à deſcendre, il ſuit que les 48 traits qu'elle donne par minute ſe font en 30 ſecondes, & ſon chemin en deſcendant étant de 30 pouces, ſa viteſſe par ſeconde ſera 4 pieds, qui étant multiplié par le nombre précédent, donne 4332 pour la quantité de mouvement de la ſcie, ou ſon action ſur le bois. (85)

Comme entre la puiſſance motrice & le poids, il y a 4 bras de levier, multipliant le premier par le troiſiéme, & le ſecond par

Digitized by Google

le quatriéme, les produits ſeront comme 42 eſt à 25, raiſon réciproque du poids réel de la ſcie à la puiſſance motrice; (74) ainſi multipliant 537 par $\frac{25}{42}$, on a à peu près 320 ℔ pour la force qu'il faudroit ſeulement à la puiſſance motrice, afin d'être en équilibre avec le poids de la ſcie : ſouſtrayant donc ce nombre de 407, (704) il reſte 87 ℔ pour la force que cette puiſſance employe à ſurmonter les obſtacles & le frottement de toutes les parties de la Machine. L'on peut donc dire que des 407 ℔ qui expriment le choc de l'eau, il n'y en a que 320 qui ſont employées effectivement à ſcier le bois.

La viteſſe de la roue étant de 6 pieds 7 pouces $\frac{2}{3}$ de lignes par ſeconde, (705) ſi on la multiplie par 320 ℔, il viendra à peu près 2108 pour la quantité de mouvement de la puiſſance réduite; & comme nous venons de trouver 4332 pour celle du poids, on voit que l'action de la puiſſance eſt à ſon effet, comme 2108 eſt à 4332, ou à peu près comme 1 eſt à 2. Cette Machine a cela de ſingulier, que ſon effet ſe trouve beaucoup au-deſſus de l'action du moteur au lieu qu'il arrive ordinairement que c'eſt l'action du moteur, qui eſt au-deſſus de l'effet machinal, mais auſſi l'on perd le tems que la ſcie employe à monter.

En faiſant conſtruire ce moulin, j'ai fait une réflexion eſſentielle qui m'avoit échappée dans le projet; la vanne ayant 2 pieds 4 pouces de largeur, & devant ſoutenir quand elle eſt baiſſée environ 7 pieds de hauteur d'eau, ſa pouſſée contre les couliſſes ſera d'environ 4000, qui cauſe un frottement de 1333 ℔, (375) à quoi ajoutant au moins 250 ℔, peſanteur propre de la vanne, on aura 1583 ℔ pour la réſiſtance qu'il faudra que la puiſſance ſurmonte : or, come cette puiſſance n'eſt autre choſe que la force que peut avoir un homme qui tire de haut en bas, & qui ne peut excéder la peſanteur de ſon corps eſtimée 140 ou 150 ℔; (118) l'on voit qu'étant appliqué à l'extrémité 6 du levier 5, 6, dont le point d'appui eſt dans le milieu, il eſt impoſſible qu'il puiſſe jamais élever un poids de 1583 ℔; cependant il doit gouverner toute la Machine ſans aucun ſecours étranger, & quand même il en recevroit, il arriveroit encore un inconvénient; le frottement de la vanne contre les couliſſes étant bien ſupérieur au poids de la même vanne, elle ne pourroit deſcendre d'elle-même lorſque le déclit 7 auroit lâché l'anneau de la corde. (376)

Pour obvier à toutes ces difficultés, j'ai conſideré qu'il étoit inutile de faire une vanne mobile de toute la hauteur de l'eau, & qu'il ſuffiſoit de pratiquer un pertuis de la grandeur des aubes,

c'eſt-a-dire de deux pieds de largeur ſur un de hauteur qu'on fermeroit par une vanne de même grandeur, & d'arrêter à demeure les planches qui doivent ſoutenir le reſte de l'eau; alors la hauteur moyenne de l'eau qui répond à cette vanne ſera de 6 pieds $\frac{10}{11}$, (415) ou à peu près de 6 pieds $\frac{1}{2}$, qui étant multipliés par 2 pieds 4 pouces, ſuperficie de la vanne, donnent 15 $\frac{1}{2}$ de pieds cubes ou 1061 ℔ pour la pouſſée, dont le tiers eſt environ 354 ℔, qui étant ajouté avec 150, peſanteur qu'aura la petite vanne, jointe au poids qui en facilitera la deſcente, donnent 504 ℔, réſiſtance que la puiſſance aura à ſurmonter. Pour lui en donner le moyen, j'ai ſupprimé le poteau 4, j'ai placé le point d'appui à l'endroit 29, afin de raccourcir le bras de levier du poids, & allongé celui de la puiſſance en la prolongeant encore de toute la partie 6, 28; & pour qu'il n'embaraſſe pas la manœuvre, je l'ai fait paſſer derriere la ſcie, comme on le voit dans la deuxiéme figure de la premiere planche, où le levier eſt marqué par l'intervalle 5, 28, ayant pratiqué un déclit contre les couliſſes du chariot à l'endroit 28, dont le chariot occaſionne l'échappement; ce qui eſt aiſé à imaginer: alors il arrive que le bras de levier 30, 28 de la puiſſance ſe trouvant quadruple de l'autre 5, 30, la puiſſance n'eſt plus que la quatriéme partie du poids, c'eſt-à-dire, environ 126 ℔.

Voilà, ce me ſemble, comme il faut examiner toutes les parties d'une Machine, pour en déterminer au juſte les dimenſions & les effets, eu égard à ſes différens mouvemens; autrement, ſi l'on n'y apporte toute la préciſion à laquelle on voit que je me ſuis attaché ici, on n'agit qu'à tâtons; on recommence pluſieurs fois les mêmes pieces avant qu'elles puiſſent ſervir, & ce n'eſt qu'en multipliant la dépenſe mal-à-propos qu'on parvient à les faire jouer, au lieu qu'en voyant clair à ce qu'on fait, on eſt en état de répondre du ſuccès, même avant l'exécution.

Sujettions principales qui doivent diriger la conſtruction d'un moulin à ſcier, & qui peuvent ſervir d'exemple pour l'emplacement des Machines en général.

708. N'ayant rien dit juſqu'ici de ce qu'il faut ſuivre pour la conſtruction du Canal où coule l'eau qui fait tourner le moulin précédent; voici quelques articles tirés du devis que j'en ai fait.

1°. Il faut que le plancher du radier pris au pied de la vanne ſoit de niveau avec celui du moulin à poudre, qui eſt ſur la riviere d'Oyſe à côté de celui que l'on veut conſtruire; pour cela il doit être établi à 12 pieds au-deſſus du repaire, marqué au pignon du même moulin.

Cet article montre que lorſque l'on veut établir une Machine, il faut avoir un point fixe pris ſur les lieux pour y rapporter les

Digitized by Google

meſures, qui marquent de combien il faudra s'enfoncer ou s'élever au-deſſus de ce point.

2°. Le rez-de-chauſſée de la cave doit être de 3 pieds au-deſſus la naiſſance du radier, ou de 9 pieds au-deſſus du repaire.

3°. La partie inférieure du Canal aura 6 toiſes de longueur depuis l'angle du gros mur de l'ancienne fortification juſqu'au pied de la vanne.

La tranchée de cette partie ſera creuſée de 14 pieds 10 pouces au-deſſous du repaire, en commençant à l'endroit du ſeuil de la vanne, & à meſure que l'on deſcendra, on obſervera de donner au fond de cette tranchée 2 pouces 6 lignes de pente par toiſe.

Cette tranchée ſera creuſée ſur la largeur de 9 pieds dans le fond.

4°. On aſſeoira ſur le fond de la tranchée précédente une plate-forme de maçonnerie de 9 pieds 6 pouces de largeur ſur 2 pieds 6 pouces d'épaiſſeur, qui regnera ſur toute l'étendue de la partie inferieure du canal; cette maçonnerie faite à bain de ciment.

5°. Pour la partie ſupérieure du canal, on fera une tranchée dont le fond ſera d'un demi pied au-deſſous de la précédente, c'eſt-à-dire de 15 pieds 4 pouces au-deſſous du repaire: on lui donnera 3 toiſes de longueur depuis l'écluſe, en remontant vers la priſe d'eau, ſur 10 pieds de largeur.

6°. On établira ſur l'étendue de cette tranchée une plate-forme de maçonnerie de 3 pieds d'épaiſſeur, faite en mortier de ciment comme la précédente.

Pour le reſte de la tranchée juſqu'à la priſe d'eau, il faut la creuſer en remontant d'un pied par toiſe, enſorte que le fond du canal à ſa jonction avec la riviere, ne ſoit plus qu'à 9 pieds 10 pouces au-deſſous du repaire, obſervant que cette partie qui aura 12 toiſes de longueur, ne doit pas être maçonnée dans le fond.

7°. Le long du bord de la plate-forme de maçonnerie de la partie ſupérieure du canal, du côté de la priſe d'eau, on battra à refus de mouton à travers le canal une file de palplanches; ces palplanches auront 7 pieds de longueur ſur 4 pouces d'épaiſſeur, taillées à rainure & à grain d'orge pour s'emboëter: elles auront au moins 12 pouces de longueur, & ſeront aſſemblées par une lierne ou ventriere de 6 pouces d'équariſſage que l'on encaſtrera dans la maçonnerie.

8°. Sur la plate-forme de maçonnerie de la partie ſupérieure du canal, on encaſtrera des traverſines de 5 pouces d'équariſſage, auſquelles on donnera 5 pieds de longueur, poſées dans le milieu

Digitized by Google

de la même plate-forme, enſorte qu'elles ſoient à la diſtance de 3 pieds les unes des autres, pris de milieu en milieu, obſervant de faire la même choſe pour la partie inférieure du canal; mais les traverſines n'auront que 4 pieds de longueur, elles ſerviront de part & d'autre pour clouer le plancher du radier, lequel doit être double, & fait de deux planches de deux pouces d'épaiſſeur, poſées plein ſur joint, bien calfatées comme au radier des écluſes.

9°. La partie inférieure du canal doit avoir dans le fond 3 pieds 6 pouces de largeur, depuis la vanne juſqu'à la rencontre du mur de l'ancienne fortification, & le reſte ira en s'élargiſſant à queuë d'hironde vers la riviere, les angles des retours formant 110 degrés.

Le revêtement de cette partie du canal du côté de la riviere aura 2 pieds 6 pouces d'épaiſſeur, avec une retraite de 3 pouces ſur la fondation du côté des terres; on donnera à ce revêtement 8 pieds 6 pouces de hauteur au-deſſus de la fondation, réduit à 2 pieds 6 pouces au ſommet.

A l'égard de l'autre revêtement du côté du moulin à ſcier, il faudra lui donner la même épaiſſeur qu'au précédent, ſur la hauteur de 14 pieds 10 pouces pris à l'entrée du moulin, & le ſommet conduit de niveau ſur toute la longueur du moulin & du belvedere.

10°. La partie ſupérieure du canal aura 4 pieds 4 pouces de largeur depuis la vanne juſqu'à la priſe d'eau.

Son revêtement aura des deux côtés 8 pieds 6 pouces de hauteur au-deſſus de la fondation, avec une retraite de 4 pouces du côté des terres, & 3 pieds d'épaiſſeur réduit à 2 pieds 6 pouces au ſommet.

11°. Dans la partie inférieure du canal, le courſier ſera formé par des planches de bordage de deux pouces d'épaiſſeur, clouées ſur des poteaux de 3 pieds de hauteur & 5 pouces d'équariſſage, leſquels ſeront poſés à 4 pieds 6 pouces de milieu en milieu, appliqués contre le revêtement du canal, retenus en haut & en bas par des chevilles de fer enclavées dans la maçonnerie dans le tems de ſa conſtruction, & ces boulons traverſant les poteaux les retiendront avec des clavettes afin de pouvoir les renouveller au beſoin.

12°. Selon les meſures précédentes, le courſier aura 2 pieds 4 pouces de largeur, & l'on aura deux appuis de maçonnerie de 6 pouces de largeur pour ſoutenir les poteaux des couliſſes de la vanne; puiſque le canal ſupérieur a un pied de largeur de plus que celui

Digitized by Google

celui d'en bas, ces poteaux auront 14 pouces de largeur sur 10 d'épaisseur, & 12 pieds de hauteur, & doivent être assemblés dans une semelle de 4 pieds 6 pouces de longueur sur 14 de largeur, & 10 d'épaisseur.

13°. L'intervalle des poteaux des coulisses se trouvera de 2 pieds qui sera la largeur du pertuis, ou le passage de l'eau sur la roue, lequel ne devant avoir qu'un pied de hauteur au-dessus du radier, il faudra sur cette hauteur pratiquer une feuillure de 2 pouces de profondeur sur 4 de largeur pour recevoir la vanne qui doit fermer le pertuis, qui n'aura par conséquent qu'un pied de hauteur.

Au-dessus de la feuillure précedente, on en pratiquera une seconde de 4 pouces de profondeur sur autant de largeur, & de 7 pieds de hauteur, pour recevoir des planches de 2 pouces d'épaisseur clouées à demeure, qui doivent soutenir l'eau qui est au-dessus du pertuis.

Le chapeau à travers lequel passera l'éguille de la vanne doit avoir 5 pieds 6 pouces de longueur sur 12 pouces de largeur & 10 d'épaisseur.

Je supprime les articles qui regardent la main d'œuvre du canal & la construction de la cage du moulin pour ne point anticiper sur la seconde partie de cet Ouvrage.

Je dirai pourtant qu'il faut que le revêtement du canal supérieur du côté du moulin soit composé d'une bonne maçonnerie de mortier de ciment, pour empêcher que les eaux du canal ne transpirent, & ne viennent inonder la cave; c'est pourquoi il faudra en user de même pour le mur de cette cave, qui répond à l'entrée du moulin, & avoir soin d'appliquer derriere ses murs un bon conroy de terre glaise.

709. Dans les Pays de montagnes, où l'on a des chûtes d'eau qui tombent d'une grande hauteur, on y trouve des moulins à scier un peu plus simples que celui que je viens de décrire, parce que l'on ne se sert point de rouets ni de lanternes, le mouvement de la scie dépendant immédiatement de celui de la grande roue, comme on en peut juger par la seconde & troisiéme figure de la planche troisiéme, où l'on voit que le canal A, dont je ne détermine point la hauteur, conduit l'eau qui fait tourner une roue B, dont l'essieu est coudé comme une manivelle pour recevoir l'extrémité C de la scie, qui agit librement par le haut dans les coulisses DD: quand elle monte, elle fait faire un mouvement au levier E qui en communique un autre à la hampe F pour faire tourner la roue dentée I qui fait avancer le chariot N, à l'aide du déclit K du pignon

Description d'un autre moulin à scier le bois plus simple que le précédent.

PLAN. 3. FIG. 2. & 3.

L, en s'engrainant dans les dents M, à peu près comme on l'a vû ſur les planches précédentes.

Au lieu de la manivelle, il y a de ces ſortes de moulins qui ont à l'arbre de la roue deux morceaux de bois RR, (*voyez Figure* 7) qui le traverſent diamétralement, au bout deſquelles il y en a deux autres SS, formant des levées, attachés l'un deſſus, l'autre deſſous : l'on charge la ſcie d'un poids capable de la faire deſcendre en ſurmontant la réſiſtance du bois qu'on veut ſcier : au bas du chaſſis de la ſcie il y a un mentonet T, qui étant rencontré par les levées S, S, à chaque tour de roue, force la ſcie à monter & deſcendre deux fois, au lieu que la manivelle ordinaire ne la fait deſcendre qu'une fois à chaque tour de roue.

FIG. 7.

Je ne m'arrêterai pas davantage à détailler les figures de cette planche, puiſqu'au premier coup d'œil on peut juger de ce qu'elle ſignifie ; c'eſt à ceux qui auront à faire conſtruire de pareils moulins, à voir lequel des deux que je donne ici peut convenir le mieux à la ſituation des lieux, & à tirer de l'un & de l'autre les parties qu'on eſtimera les plus néceſſaires.

Expérience ſur le travail des Scieurs de long.

710. Le bois ſec eſt plus difficile à ſcier que le tendre ou le verd, à peu près dans le rapport de 4 à 3 ; ayant éprouvé ſur deux pieces de Chêne de 12 pouces d'équariſſage, que la premiere qui étoit de vieux bois, mais ſain & dur, a été ſciée ſur la longueur de 12 pieds en 25 minutes, & que celle qui étoit de bois verd a été ſcié ſur la même longueur en 18 minutes.

J'ai reconnu par expérience que trois hommes appliqués à une ſcie, deux en bas & un en haut, peuvent ſcier une piece de bois de Chêne verd de 12 pouces d'épaiſſeur ſur la longueur de 10 pieds par heure, & continuer ce travail 6 heures le matin, & 6 heures l'après midi, par conſéquent ſcier 120 pieds par jour.

Les mêmes ne peuvent ſcier que 5 pieds par heure de bois de Chêne ſec de 12 pouces d'épaiſſeur, & qu'environ 60 pieds par jour, c'eſt-à-dire la moitié moins que ſi le bois étoit verd.

Ils peuvent ſcier 14 pieds par heure de bois blanc & verd, qui auroit 12 pouces d'épaiſſeur, & ſeulement 6 pieds & $\frac{1}{2}$ ou 7 pieds tout au plus quand il eſt ſec.

Ils ne peuvent ſcier que 17 à 18 pieds par heure de bois de Chêne dur, de 7 ou 8 pouces d'épaiſſeur, & quand il eſt verd, environ 25 ou 26 pieds, & ſi c'eſt du bois blanc dur, ils en peuvent débiter juſqu'à 31 ou 32 pieds, ainſi des autres pieces, dont ils ſcieront plus ou moins à peu près dans la proportion inverſe de leur épaiſſeur.

Digitized by Google

711. Pour ne rien négliger de ce qui peut appartenir à ce Chapitre, j'ajouterai ici la deſcription d'une Machine pour ſcier le Marbre, dont le deſſein qu'on voit ſur la planche vient de M. *Morel*. *Deſcription d'un moulin pour ſcier le Marbre.* PLAN. 4. FIG. 1. 2. & 3.

Peu de gens ignorent la maniere dont on ſcie d'ordinaire les blocs de Marbre; on ſe ſert d'une ſcie unie & ſans dents, où deux hommes ſont employés, un de chaque côté, qui de tems en tems jettent du grais pilé dans la voie de la ſcie pour uſer le Marbre, & y font tomber de l'eau pour empêcher la ſcie de s'échauffer: la monture de la ſcie eſt déſignée par la Lettre A au plan & à l'élévation, auſſi-bien qu'au profil exprimé par la troiſiéme figure. Cette derniere montre que les bras de la ſcie ſont creux en forme de couliſſes ſur la hauteur de 5 pieds, pour répondre aux plus gros blocs qu'on a coutume de débiter: & comme la ſcie ne peut agir ſur le marbre que par l'effort qu'elle fait pour s'y enfoncer, on ſuppoſe que chacune de ſes extrémités eſt chargée d'un cube de plomb, dont on déterminera la peſanteur dans l'exécution pour la faire deſcendre à meſure que le travail avance; cette monture, outre les pieces de ſon aſſemblage eſt encore munie de deux oreilles CC pour la ſoutenir, & la faire gliſſer ſur les chevalets DD, poſés en droite ligne, & eſpacés de maniere que la monture de la ſcie puiſſe facilement couler entre deux.

Comme l'on peut faire agir pluſieurs ſcies à la fois, je ne parlerai d'abord que d'une des deux qui eſt au plan: on voit que la puiſſance doit être appliquée à une manivelle E de 12 pouces de coude, qui répond à une lanterne F de 8 pouces de diamétre, s'engrainant avec une roue dentée G dont le diamétre eſt de 16 pouces: à l'eſſieu de la roue G eſt une autre roue H qu'on ne peut voir que dans la premiere figure, étant cachée au plan ſous la piece I. Cette roue qui a 20 pouces de rayon juſqu'aux extrémités de ſes dents, n'eſt dentée que ſur la moitié de ſa circonférence: ces dents s'engrainent avec les coches de la cremaillere I, attachée par une de ſes extrémités à la monture de la ſcie, & à l'autre eſt une corde, qui après avoir paſſé ſur une poulie va à aboutir à un poids K.

Quand la puiſſance fait tourner la manivelle, les dents de la roue H rencontrant celles de la cremaillere I, l'obligent malgré la peſanteur du poids K, de faire un chemin de 30 pouces de la gauche à la droite; alors la ſcie eſt pouſſée du même côté, & quand la roue H a fait une demie révolution, ne préſentant plus de dents qui accrochent la cremaillere, la ſcie eſt ramenée de la droite à la gauche par l'action du poids K; ainſi il faut que la manivelle faſſe

Digitized by Google

deux tours pour que la ſcie aille & revienne une fois; & de ces deux tours qu'eſt obligé de faire la puiſſance à chaque révolution de la roue H, l'on voit qu'il y en a toujours un où elle n'a aucune réſiſtance à ſurmonter, que celle qui peut venir de la part du frottement.

Le diamétre de la lanterne F n'étant que moitié de celui de la roue G, la ſcie faiſant 30 pouces de chemin à chaque demi révolution de la roue H, pour laquelle la manivelle eſt obligée de faire un tour, la viteſſe de la puiſſance agiſſante ſera donc à celle de la ſcie en montant, à peu près comme 75 eſt à 30, ou comme 5 eſt à 2; ainſi l'on voit que la réſiſtance de la ſcie ſera à la puiſſance appliquée à la manivelle comme 5 eſt à 2. (89)

Comme il faut ordinairement deux hommes pour mouvoir la ſcie que je ſuppoſe faire enſemble un effort de 50 ℔, (120) on peut dire en faiſant abſtraction du poids K, que la puiſſance appliquée à la manivelle doit être de 20 ℔; mais comme il faut autant d'effort pour ramener la ſcie que pour la pouſſer en avant, puiſque les deux cubes de plomb dont elle eſt chargée exercent toujours également leur peſanteur, il ſuit que le poids K doit être au moins de 50 ℔, mais ce poids qui rend la puiſſance agiſſante nulle dans un des deux tours de la manivelle, lui devient contraire dans l'autre, puiſqu'il ſe réunit à la réſiſtance de la ſcie qui ſera en montant de 100 ℔, dont prenant les $\frac{2}{5}$ pour la puiſſance appliquée à la manivelle, elle ſera donc de 40 ℔ pour laquelle il faudra deux hommes; ce qui fait voir que juſques-là cette Machine n'eſt d'aucun avantage, puiſque les deux hommes qu'il faut y employer ne faiſant gueres plus de beſogne que s'ils agiſſoient tout uniment, il eſt plus à propos de leur laiſſer ſuivre l'uſage ordinaire, que de les aſſujettir à gouverner une Machine qui ne les ſoulage aucunement, ne regardant point comme un avantage les intervalles où le poids K agit ſeul.

Cependant le défaut qu'on vient d'appercevoir peut être corrigé en faiſant agir enſemble deux ſcies au lieu d'une, comme on le voit dans la ſeconde figure, ayant deux manivelles qui auront un eſſieu commun, & coudées d'un ſens oppoſé; l'on pourra faire que l'une des ſcies recule pendant que l'autre avance, & employant un homme à chaque manivelle, ils partageront enſemble l'effort qu'il faudra pour faire monter une des ſcies, tandis que le poids K ramenera l'autre; leur effort ne ſera tout au plus que de 20 ℔ chacun, & toujours égal, parce que les deux roues H ayant leurs dents diſpoſées d'un ſens oppoſé, au moment que l'une abandon-

Digitized by Google

nera ſa cremaillere, l'autre accrochera la ſienne : alors deux hommes feront aiſément la beſogne de quatre qui n'auroient pas le ſoulagement que donne une Machine ; mais il faut être aſſujetti à ſcier deux blocs à la fois.

Pour juger du progrès de la puiſſance qui ſera mouvoir cette Machine, il faut ſe rappeller que ſelon l'article 122, l'effet de la force d'un homme eſt de lever 25 ℔, ayant 1000 toiſes de viteſſe par heure ; ainſi diviſant 1000 toiſes ou 6000 pieds par la circonférence que décrira la manivelle à chaque tour, on trouvera que la puiſſance pourra faire faire à la manivelle 954 tours & $\frac{1}{3}$ par heure, & à peu près 16 tours par minute, qui eſt le nombre de traits que le Marbre recevra de chaque ſcie dans le même tems ; car ici comme les ſcies ne ſont pas dentées, elles font autant d'effet en montant qu'en deſcendant, j'ajouterai que l'homme appliqué à chaque manivelle n'ayant beſoin, ſelon notre calcul, que de 20 ℔ de force pour mouvoir la Machine, il eſt à propos que le poids K ſoit de 60 ℔, afin qu'il deſcende au moins avec autant de viteſſe que la puiſſance le fait monter ; alors ſuppoſant que chaque homme employe ſa force naturelle, c'eſt-à-dire 25 ℔, ils en auront enſemble plus qu'il n'en faut pour agir avec aiſance, ſurmonter le frottement & l'effort des 10 ℔ que nous avons ajouté au poids K. Mr Morel veut que chaque manivelle ſoit accompagnée d'une volée L, dans la penſée que la puiſſance en tirera beaucoup de ſoulagement, mais comme elles ne font tout au plus qu'entretenir l'uniformité du mouvement, ſans rien augmenter à la puiſſance, malgré le préjugé de la plûpart des Machiniſtes & des Ouvriers, je ne m'y arrêterai point.

Quoique je ne faſſe pas grand cas de cette Machine, je n'ai pas laiſſé que de la rapporter, moins pour en propoſer l'exécution, que pour avoir occaſion d'appliquer les principes à des exemples différens.

Deſcription d'un moulin pour percer des tuyaux de bois.

712. Voici la deſcription d'un moulin pour percer des tuyaux de bois, propres à la conduite des eaux, que je tiens encore de Mr Morel.

PLAN. 5. FIG. 1. 2. & 3.

Comme on ſuppoſe que ce moulin doit être mis en mouvement par un courant ou par une chûte d'eau, il s'agit d'abord d'une roue A, à l'arbre de laquelle il y a un rouet B qui fait tourner horiſontalement les lanternes C & D, dont l'axe commun doit par conſéquent être vertical ; la lanterne D fait tourner en même tems deux rouets E & F ; le premier E qui eſt vertical fait agir la tarriere qui perce le bois, & le ſecond F qui eſt horiſontal fait avancer le cha-

riot qui porte la piece qu'on veut percer par le moyen de la roue dentée G, miſe en mouvement à l'aide des hampes H & I, dont la premiere accroche les dents de la roue G pour la tirer de H en F, & la ſeconde pouſſe au contraire cette roue d'un ſens oppoſé; & comme cette derniere manœuvre eſt à peu près la même que celle qu'on a vû dans la deſcription que j'ai faite du premier moulin pour ſcier le bois, (691) on concevra aiſément que l'axe K de cette roue qui ne bouge point de ſa place, ayant deux lanternes qui s'engrainent avec les dents du chariot, la piece à percer doit néceſſairement avancer toujours avec la même force à la rencontre de la tarriere, & d'une maniere ſi ſimple & ſi naturelle, que cette Machine ne peut pas manquer de réuſſir lorſqu'elle ſera bien exécutée.

La tarriere pouvant avoir depuis 9 juſqu'à 12 pieds de longueur, il a fallu en ſoutenir le poids, afin qu'elle ne plie point, & qu'elle perce toujours d'une maniere uniforme: la difficulté a été de faire en ſorte que les ſupports ou *lunettes* L ne faſſent point d'obſtacles au chemin du chariot; voici l'expédient qui a paru le plus commode.

Si l'on conſidere la cinquiéme & la ſixiéme figure, l'on verra deux regles à couliſſes *c*, *c*, qu'on ſuppoſe arrêtées à quelque piece de la charpente du moulin; ces couliſſes embraſſent une petite planche ſuſpendue à une corde, au bas de laquelle on a attaché les lunettes *b*, *b*, avec des charnieres aux endroits E; & afin qu'elles ne s'écartent pas hors du plan vertical, elles ſont accompagnées d'un tenon *f*, fait en quart de cercle encaſtré dans l'épaiſſeur de la planche *a* où elles peuvent jouer librement: ſur l'épaiſſeur d'une des lunettes eſt attaché un reſſort *g*, qui fait qu'elles ne peuvent ſe joindre qu'en les contraignant d'entrer par le bas dans une entaille ou mortoiſe *d*, pratiqué dans l'épaiſſeur d'un bout de regle; alors ces deux pieces n'en compoſent plus qu'une percée d'un trou dans lequel doit paſſer la tarriere. (Fig. 5.)

FIG. 4. 5. 6. & 7.

L'on voit par la quatriéme figure que la corde à laquelle eſt attachée la planche *a*, paſſe ſur deux poulies *h*; qu'à l'autre bout de cette corde eſt ſuſpendu un poids *i* qui repoſe ſur une trappe N, laquelle eſt appuyée d'une part à l'endroit *o*, & attachée de l'autre par une charniere à un levier K, qui a ſon centre de mouvement uni à une piece de charpente *h*; de ſorte qu'appuyant contre l'extrémité M du levier, la trape N abandonne l'appui *o*, le poids deſcend, & fait monter la piece *a*; alors les lunettes *b*, *b*, ſortent de la mortoiſe *d*, & le reſſort *g* les écarte.

PLAN. 5. FIG. 4. 5. & 6.

Digitized by Google

d'un Moulin a ſcier le Bois.

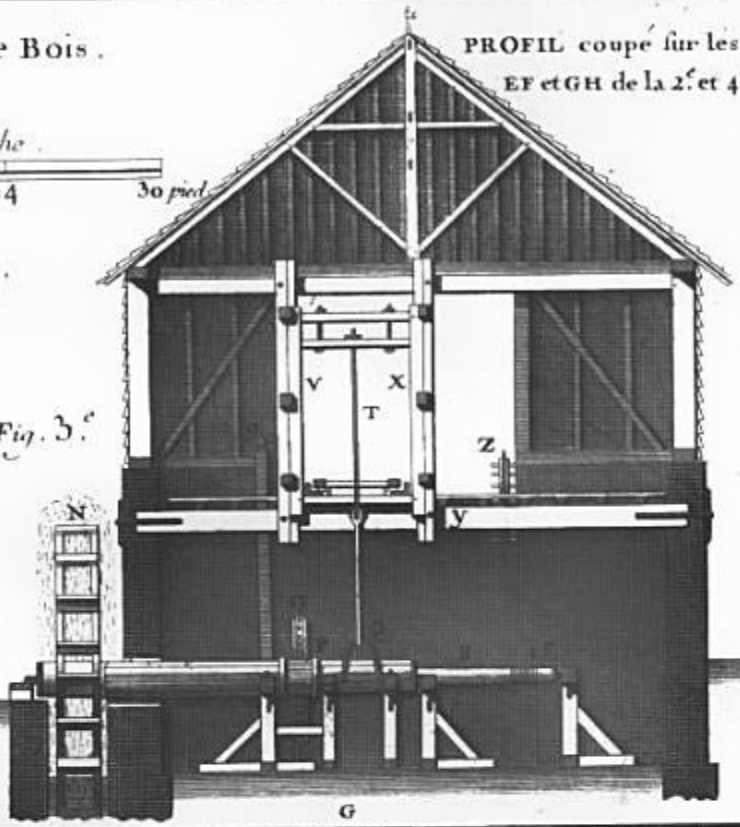
PROFIL coupé ſur les lignes EF et GH de la 2.e et 4.e ſig.

les Plans et profils de cette planche.

12 18 24 30 pied.

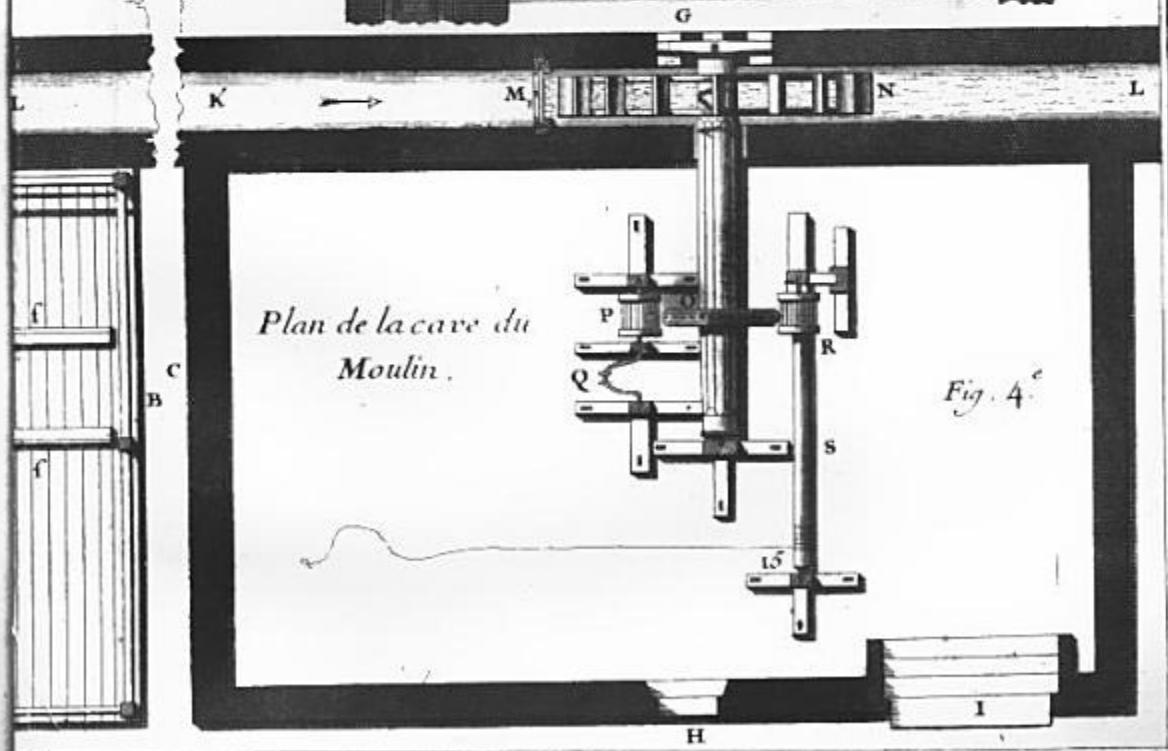
planche du Moulin.

Fig. 3.e



B

c, ou res
Ville.

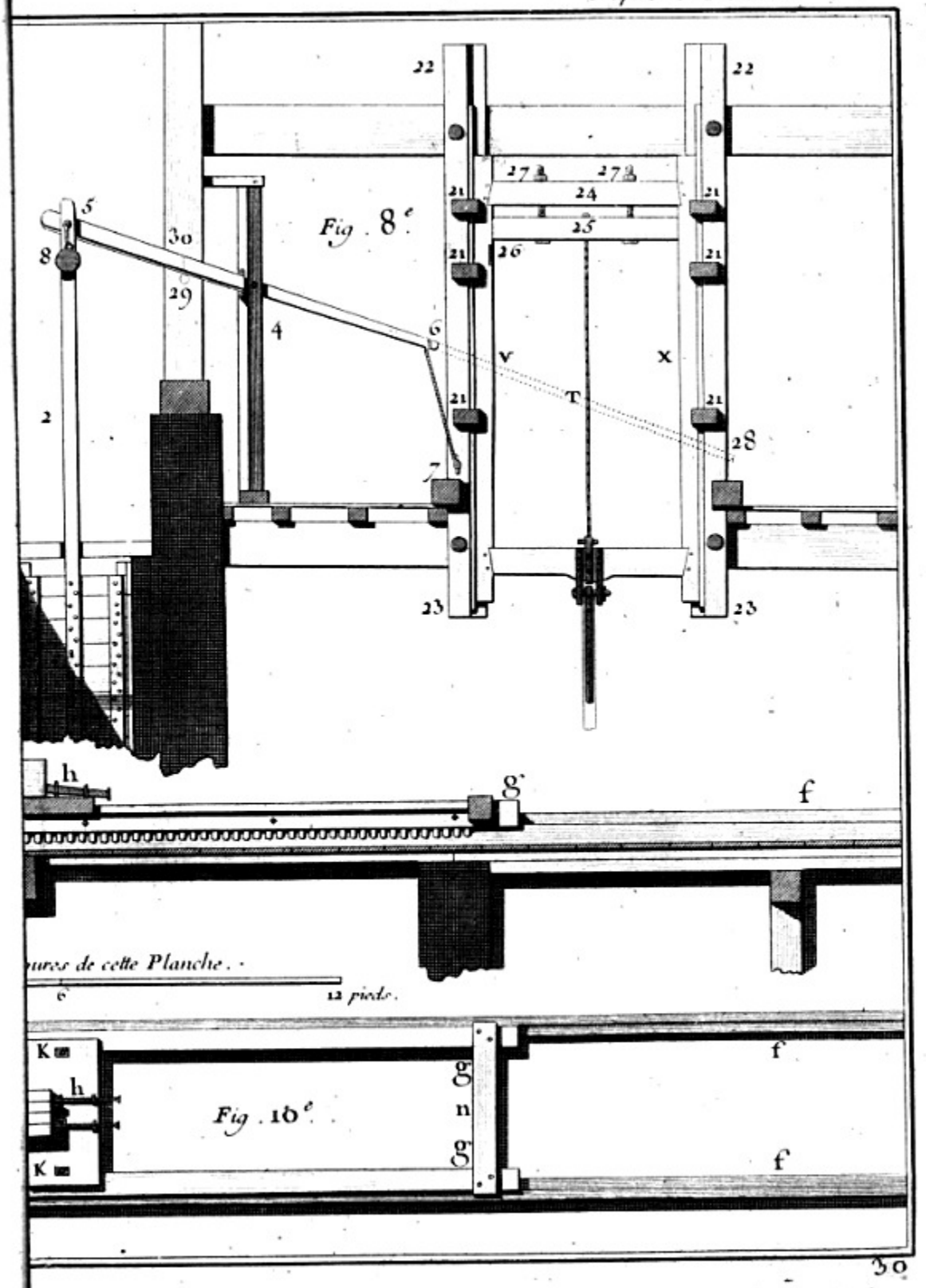


Plan de la cave du Moulin.

Fig. 4.e

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

OPEMENT des principales
d'une autre sorte de moulin
a scier

Fig. 3.e

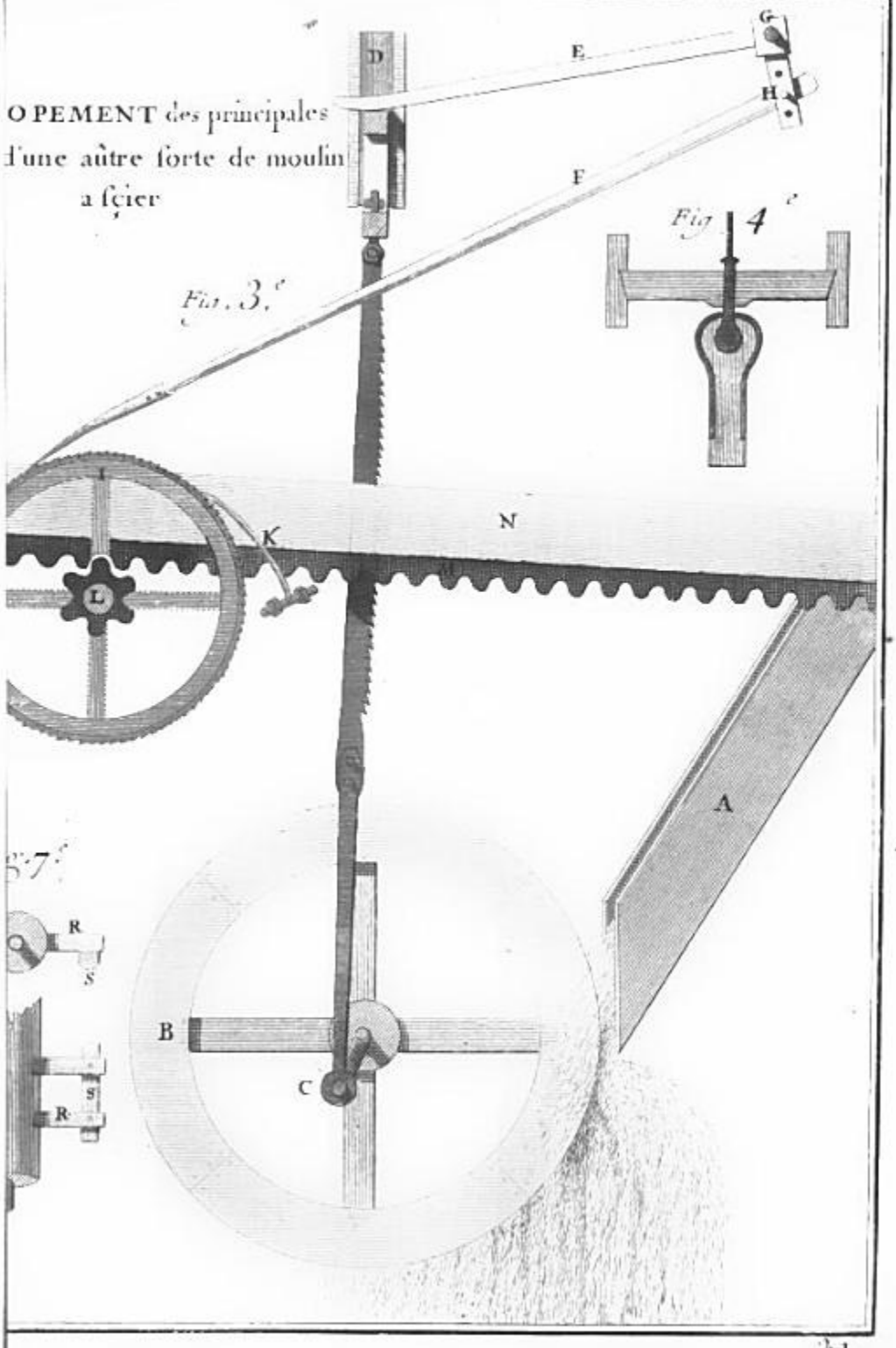


Fig 4.e

Fig 7.e

Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 3e.

MACHINE pour piler du Ciment

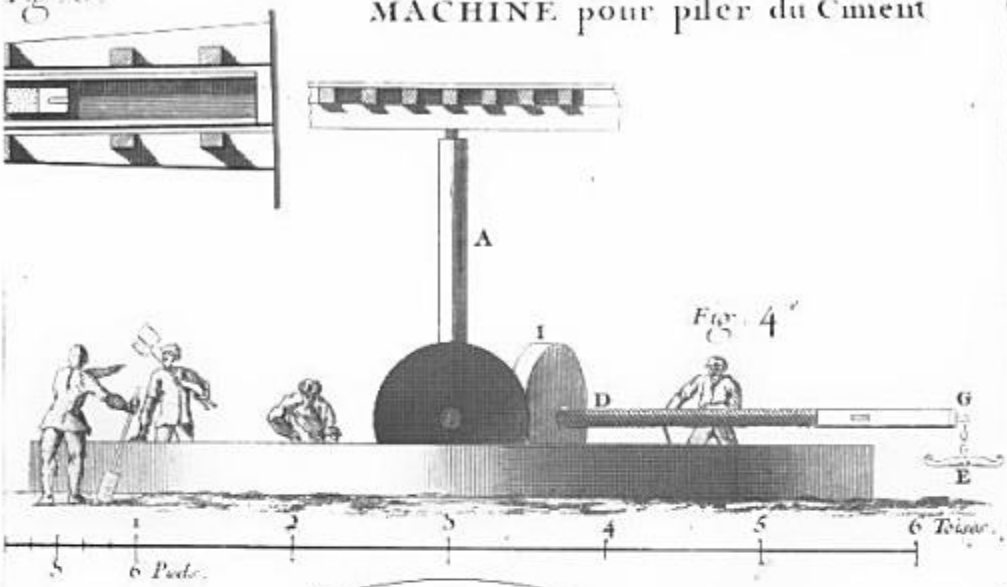


Fig. 4e.

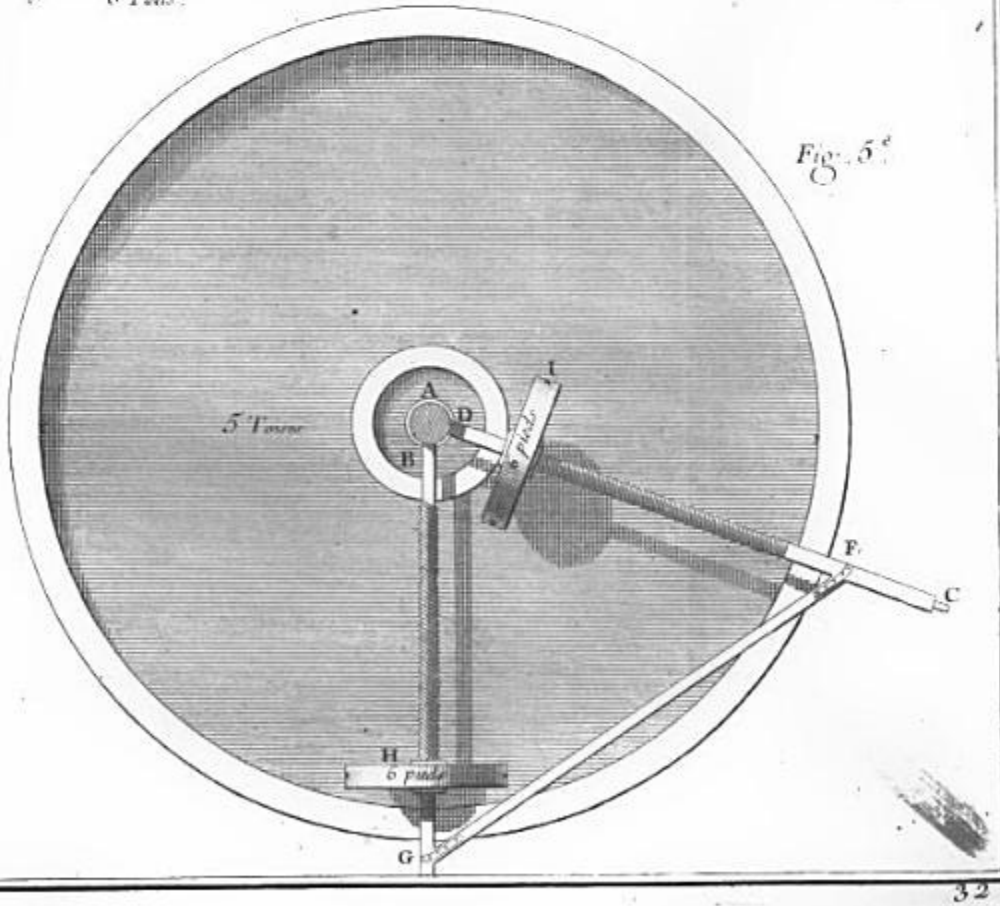
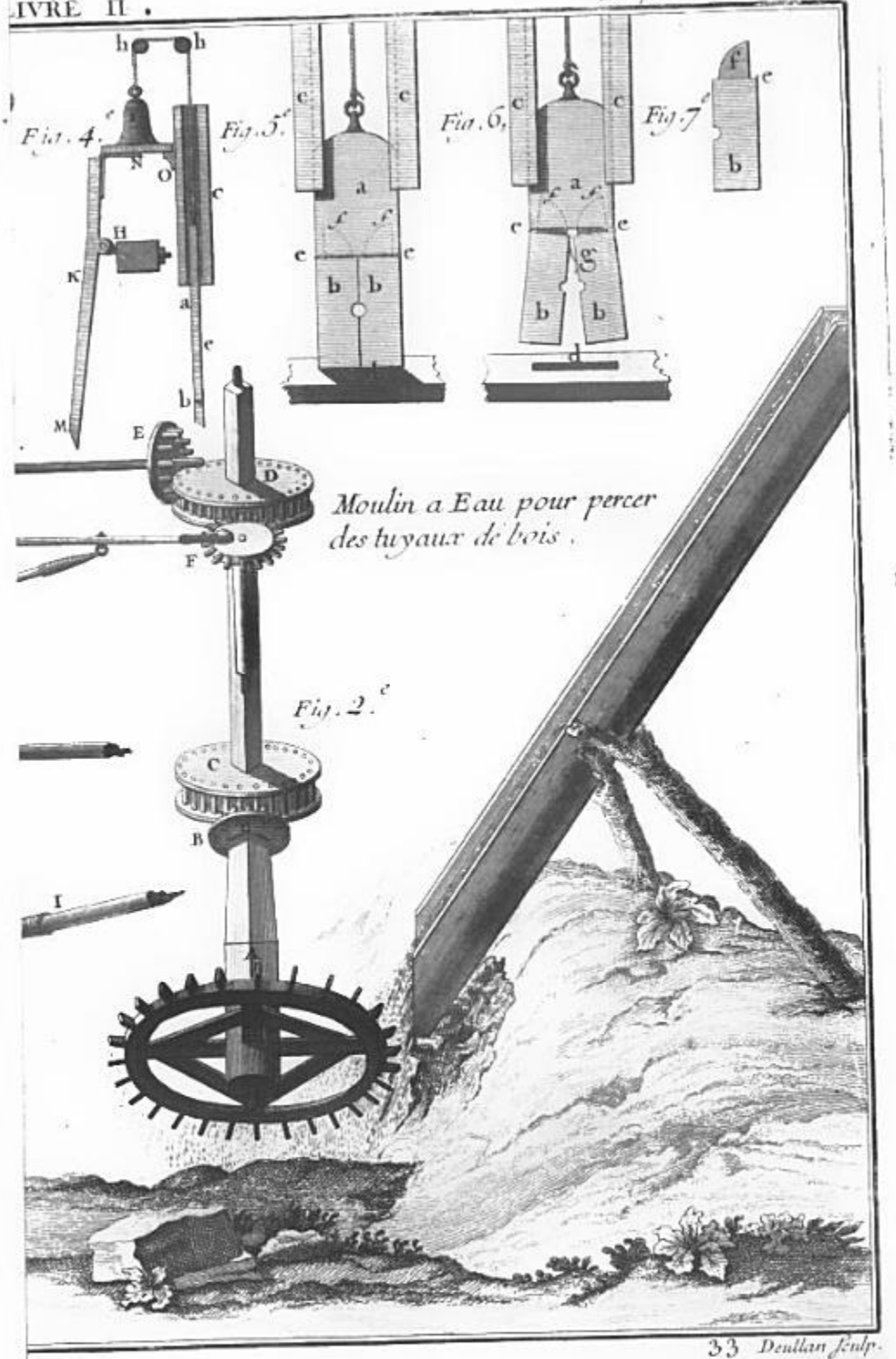


Fig. 5e.

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

Quand on voudra percer une piece, on ſoutiendra la tarriere en diſpoſant les lunettes de la façon que je viens de l'expoſer, & le chariot venant à rencontrer l'extrémité M du levier K fera tomber le poids; les lunettes s'ouvriront à l'inſtant, ſeront enlevées & dégageront le paſſage.

L'on voit ſur cette planche des tuyaux de différente eſpece, dont il ne convient point de parler préſentement; c'eſt pourquoi nous nous reſervons d'en faire mention, lorſqu'il s'agira de la conduite des Eaux, ne les ayant rapporté ici que pour profiter des endroits qui n'étoient point occupés.

Digitized by Google

CHAPITRE III.

Des Moulins pour fabriquer la Poudre à Canon, & d'une Machine pour pulveriſer le Ciment.

DEPUIS qu'on a abandonné les Machines dont les Anciens ſe ſervoient à la Guerre, pour ne faire uſage que des armes à feu, la conſommation de la poudre à Canon eſt devenue ſi grande, qu'il a fallu chercher un moyen de la fabriquer plus promptement qu'on ne faiſoit au commencement qu'elle fut découverte; on a imaginé des moulins pour pulveriſer les matieres dont elle eſt compoſée, que l'on met en mouvement par l'action de l'eau; c'eſt ces eſpeces de moulins que je me propoſe de décrire préſentement à cauſe du rapport qu'ils ont avec l'Artillerie, à la perfection de laquelle mon devoir m'engage de travailler, & par la reſſemblance qu'ils ont avec tous les autres moulins à Pilons, ce que je vais dire d'intéreſſant pouvant leur être appliqué.

Produit des Moulins à Poudre qui ſont en France.

713. Il y a en France 36 Moulins qui peuvent fournir environ 500 milliers de poudre par mois : ces Moulins ſont répandus en différentes Villes du Royaume, entr'autres à la Fere où il y en a un, qui eſt celui que je donne ici, exécuté à côté de l'écluſe dont j'ai fait mention dans l'article 690; les planches premiere & ſeconde en expriment ſi naturellement toutes les parties, qu'il ne faut qu'une médiocre attention pour en juger.

PLAN. 1. & 2.

L'arbre AE ſert d'eſſieu à un rouet FG qui s'engraine dans les deux lanternes H & I pour faire tourner deux arbres QR. nommés *hériſſons*, parce qu'ils ſont traverſés par des bouts de ſolives K, nommés *levées*, ſervant à lever les pilons qui battent les matieres qu'on met dans les mortiers P.

Ces hériſſons ſont portés par deux chevalets qui poſent ſur deux ſemelles ST d'une ſeule piece, qui n'excede que tant ſoit peu le rez-de-chauſſée du moulin : les bouts de ſolives qui traverſent diamétralement les hériſſons ont 40 pouces de longueur, & ſont au nombre de 12 à chaque *batterie*, ce qui fait 24 *levées* diſpoſées comme ſont les points angulaires d'un poligone régulier de 24 côtés; ainſi à chaque tour que font les lanternes H & I, il n'y a point de pilon qui ne ſoit enlevé deux fois.

Les *Mortiers* P qui ſont au nombre de 12 à chaque batterie, ſont pratiqués dans une piece de bois de 24 pouces d'épaiſſeur ſur

ſur 20 de largeur; ces mortiers ſont percés dans le fond d'un trou de 6 pouces de diamétre, en forme de cone tronqué renverſé, qu'on bouche enſuite par un tampon fait de bois de Pommier, pour recevoir l'effet des Pilons, & ménager la piece NO qui ſe fendroit ſans cette précaution, & ſi elle n'étoit embraſſée par des bandes de fer pour la fortifier. PLAN. 1. & 2. FIG. 3.

714. Les Pilons peſent environ 65 ℔, ils ont 10 pieds de hauteur ſur 3 pouces & $\frac{1}{2}$ de largeur & 3 d'épaiſſeur, armés par le bas d'une *boëte* de fonte; ils ſont entretenus perpendiculairement par deux priſons VX & YZ: l'une YZ eſt d'une ſeule piece, & l'autre VX eſt compoſée de deux *moiſes* accolées & entretenues par deux *clefs* de bois marquées 2 qui les traverſent, & que l'on retient avec des *clavettes*; ce que l'on fait exprès pour les ſéparer quand on veut retirer les pilons; alors la priſon qu'on détache ſe place ſur les ſupports 4. *Dimenſions & peſanteur des pilons.*

Les *Mentonets* M ont 13 pouces de longueur, traverſent chaque pilon, & ſont retenus du côté de la queuë par deux chevilles & une clef 5, faite en forme de coin pour les ſerrer.

Le rayon de la roue eſt de 8 pieds & $\frac{1}{2}$ depuis ſon centre juſqu'à celui d'impreſſion des aubes: le rayon du rouet eſt de 4 pieds, & ſa circonférence eſt accompagnée de 48 dents: le rayon de chaque lanterne eſt de 20 pouces, & ſa circonférence accompagnée de 20 fuſeaux; ainſi à chaque révolution de la roue, le rouet fait faire deux tours & $\frac{2}{7}$ de tours à chaque lanterne; par conſéquent, lorſque la roue aura fait 5 tours, les lanternes ou les hériſſons en auront fait 12, & chaque pilon aura donné 24 coups. *Dimenſions de la roue, du rouet & des lanternes.*

715. Il faut faire attention qu'il n'y a jamais à chaque hériſſon que quatre levées qui agiſſent à la fois ſur les pilons, c'eſt-à-dire qu'une lanterne commençant à tourner, la premiere levée ſouleve ſon pilon, peu après la ſeconde levée ſouleve le ſien, la troiſiéme & la quatriéme en font de même; alors l'hériſſon a fait la ſixiéme partie d'une révolution, parce que la premiere levée a décrit un arc de 60 degrés; la lanterne continuant à tourner, cette levée abandonne ſon pilon au moment que la cinquiéme accroche le ſien; enſuite le ſecond pilon tombe, de ſon côté la ſixiéme levée en accroche un, le troiſiéme & le quatriéme tombent auſſi, & ſucceſſivement la ſeptiéme & huitiéme levée accrochent le ſeptiéme & huitiéme pilon; ainſi ces levées ſoutiennent toujours quatre pilons à la fois, ou un poids de 260 ℔; d'où il ſuit qu'en faiſant abſtraction des frottemens, l'effet de la force motrice dans cette machine ſe réduit à élever un poids de 520 ℔. *Les pilons ſont enlevés alternativement.*

FIG. 5. Quand la levée *cd* vient rencontrer le mentonet *ab*, ils ſont appliqués horiſontalement l'un ſur l'autre, & au moment qu'ils ſont prêts à s'échapper, ils ſe trouvent dans la ſituation *fgh*; pour ſçavoir la valeur de la ligne *gb*, qui exprime l'élévation du pilon ou ſa chûte : conſiderez que l'on a le triangle rectangle *gie*, dont on connoît l'hypotenuſe *ge* de 20 pouces, & l'angle *gef* de 60 degrés, à l'aide deſquels on trouvera la perpendiculaire *gi* de 17 pouces 3 lignes, d'où retranchant 15 lignes pour la moitié de l'épaiſſeur de la levée, reſte 16 pouces pour la hauteur *gb*.

Maniere de connoître la hauteur où les pilons ſont élevés.

La puiſſance qui fait tourner chaque hériſſon, n'agit pas avec une force uniforme.

716. L'on remarquera que la puiſſance qui éleve chaque pilon, n'agit pas avec une force uniforme ; car ſuppoſons que la ligne *co* exprime le rayon de la lanterne, elle ſera le bras de levier de la puiſſance qui fait tourner l'hériſſon, & comme ce rayon eſt égal à la ligne *ce* ou *eg*, la compoſée des deux *co* ſera un levier dont le point d'appui ſera dans le milieu quand la levée *cd* ſera horiſontale : mais auſſi-tôt que le mentonet comencera à s'élever, le bras *ec* ſe raccourcira, & ne ſera plus exprimé que par la ligne *em* quand le point *c* ſera parvenu en *l*, & enſuite par la ligne *ei*, quand le même point *c* ſera parvenu en *g*; ainſi d'abord la puiſſance ſera égale au poids, & ira toujours en diminuant juſqu'au moment qu'elle échappera le pilon pour le laiſſer retomber, & ſa force dans ces deux extrémités ſera comme *ec* eſt à *ei*, ou comme 2 eſt à 1; car l'angle *gei* étant de 60 degrés, la ligne *ei* ſera moitié de *eg* ou de *ec* : il eſt vrai que quand la même puiſſance éleve pluſieurs pilons à la fois, il ſe fait une eſpece de compenſation de leur peſanteur, & la puiſſance approche d'autant plus d'être uniforme, qu'elle en éleve un plus grand nombre ; mais voici comme on pourra faire que la force qu'elle employe pour élever à chaque pilon ſoit toujours la même.

PLAN. 2. FIG. 4.

Chaque pilon peut être élevé avec une force toujours uniforme, en donnant aux levées une certaine courbure.

717. Suppoſant que dans la Figure quatriéme le cercle STY repréſente le profil de l'arbre de l'hériſſon, & que la ligne BA marque la diſtance d'un des mentonets PB au centre A, il faut décrire de ce centre & de l'intervalle AB une circonférence BVX, ſur laquelle on prendra les parties égales BC, CD, DE, EF, FG les plus petites que l'on pourra; tirer les rayons AC, AD, &c. ſur l'extrémité deſquelles on élevera les perpendiculaires CH, DI, EK, FL, GM, qu'on fera égales aux arcs correſpondans CB, DB, EB, FB, en ſorte que la derniere GM ſoit égale à la hauteur où l'on veut que le pilon ſoit élevé : cela poſé, ſi l'on fait paſſer une courbe par les points B, H, I, K, L, M, elle formera une développée du cercle, qui eſt la figure qu'il faut donner à la ſurface ſu-

Digitized by Google

perieure des levées pour qu'elles agiſſent toujours avec la même force ſur les pilons; car comme tous les rayons de cette courbe ſont tangentes à la circonférence du cercle générateur BVX, le mentonet ne touchera jamais la levée qu'en un ſeul point: quand ce ſera au point K, par exemple, le rayon AE qui répond à la tangente EK ſera horiſontal, par conſéquent EK ſera perpendiculaire à l'horiſon, & déterminera la hauteur dont le pilon ſera monté; comme il arrivera la même choſe à tous les points où le mentonet touchera la levée, le bras de levier qui répond au mentonet ſera toujours égal, étant exprimé par les rayons du cercle BVX, & le bras de levier de la puiſſance agiſſante qui répond à la lanterne demeurant auſſi le même, il ſuit que les pilons ſeront toujours levés avec une même force, & ſelon une direction perpendiculaire à l'horiſon, & que cette force ſera la moindre de toutes, puiſque le bras de levier qui répond au poids eſt le plus petit de tous ceux qui peuvent aboutir au mentonet; il eſt vrai que le frottement du pilon contre les priſons en deviendra un peu plus grand ſelon l'article 237; mais la force qu'il faudra de plus à la puiſſance pour le ſurmonter, ſera bien au-deſſous de celle que l'on gagnera.

Pour déterminer la poſition du point G, par conſéquent la grandeur de l'arc BG, il faut connoître le rayon AB qui eſt ici de 11 pouces, en chercher la circonférence qu'on trouvera d'environ 69, enſuite faire la ligne QZ égale à la hauteur dont le pilon doit être élevé, c'eſt-à-dire de 16 pouces; (715) & comme l'arc BG doit être égal à cette ligne, afin que la tangente GM réponde à l'élévation du pilon; il faut dire comme la circonférence VX de 69 pouces eſt à 360 degrés, ainſi l'arc BG de 16 pouces eſt à la meſure de l'angle BAG qu'on trouvera d'environ 79 degrés: préſentement il faut diviſer l'arc BG & la ligne QZ en un nombre de parties égales *pairement-paires* pour plus de facilité, faire les tangentes en progreſſion arithmétique, & égales aux parties de la ligne QZ, moyennant quoi on tracera la courbe avec beaucoup de facilité. PLAN. 2. FIG. 4.

Comme les levées n'auroient peut-être pas aſſez de force, ſi étant de bois on leur donnoit la figure MBON, je crois qu'il vaut mieux les faire, comme le marque le profil exprimé par la figure ſixiéme, j'entens que la ſurface ABC étant une développée du cercle, le deſſous des levées, au lieu d'être évuidé, fût en ligne droite comme CD.

718. La Poudre à Canon eſt compoſée de *Salpêtre*, de *Souffre* & de *Charbon*: le Salpêtre ne s'employe qu'après avoir été rafiné *Compoſition de la Poudre à Canon.*

par trois cuites, la meilleure maniere de faire le mélange de ces trois matieres eſt d'employer $\frac{4}{4}$ de Salpêtre avec $\frac{1}{8}$ de Soufre & $\frac{1}{8}$ de Charbon. Selon cette proportion, lorſque l'on fait de la poudre de *guerre*, l'on met dans chaque mortier 15 ℔ de Salpêtre, 2 ℔ $\frac{1}{2}$ de Soufre, & autant de Charbon, ce qui fait enſemble 20 ℔; ainſi les 24 mortiers de ce moulin fabriquent à la fois 480 livres de poudre.

En mettant la compoſition, on verſe dans chaque mortier 2 ℔ d'eau, ou la valeur d'une pinte de Paris; (341) ces matieres ſont battues trois heures de ſuite, après quoi on les change de mortier, ceſt-à-dire que l'on met dans le ſecond mortier d'une des batteries ce qui étoit dans le premier; dans le troiſiéme ce qui étoit dans le ſecond; ainſi de ſuite juſqu'au dernier mortier, dont la compoſition eſt rapportée dans le premier : cette manœuvre dure un quart-d'heure, enſuite les pilons agiſſent encore trois heures ſans interruption, après quoi on recommence tout de nouveau à remanier les matieres, & cela de trois heures en trois heures; ce qui donne environ 22 heures : enſuite les matieres ſont portées au *grenoir*, où on les fait paſſer par un *crible*, & celle qui reſte pour n'avoir pû être grenée, eſt rapportée au moulin pour être battue encore pendant deux heures; ainſi on employe 24 heures pour fabriquer entierement 480 ℔ de compoſition, ſur leſquelles il peut y avoir environ une livre & demie ou deux livres de déchet avant que la poudre ſoit miſe en baril.

Maniere de liſſer la Poudre à Giboïer. PLAN. 1.

719. La poudre à *Giboyer* ſe fait de la même compoſition que la poudre de guerre, mais on n'en met que 16 ℔ dans chaque mortier, afin que les matieres ſoient mieux incorporées, & après l'avoir grainée, on la met dans les tonneaux 10 & 12 que l'on voit marqués ſur la premiere figure pour la *liſſer*: ces tonneaux ſont traverſés d'un eſſieu, dont l'un des bouts s'ajuſte avec un des tourillons des hériſſons, & l'autre eſt portée par un chevalet. A chacun de ces tonneaux il y a quatre barres de bois qui traverſent d'un fond à l'autre : la poudre qu'on y met tournant avec les tonneaux, frotte contre leur ſurface intérieure & contre les barres, les grains s'affermiſſent & deviennent liſſés, comme ils paroiſſent ordinairement; c'eſt pourquoi ces tonneaux ſont nommés *liſſoirs*, ils ont chacun quatre bondes pour en faire ſortir plus commodément la poudre.

La viteſſe de la roue d'un moulin à poudre doit être

720. Quoique ce ſoit une commodité de ſe ſervir du mouvement des hériſſons pour liſſer la poudre, on aime mieux faire cette manœuvre ailleurs que dans les moulins, à cauſe des accidens

qui en peuvent réſulter ; car quelque précaution que l'on prenne, ces moulins ſautent de tems en tems par des cauſes qu'il n'eſt preſque pas poſſible de prévoir, & c'eſt ce qui eſt arrivé à celui-ci en 1734. Dans le tems que les Poudriers étoient occupés à remanier la compoſition, un d'eux eut l'imprudence de vouloir enfoncer un clou qui devoit retenir une planche qui s'étoit détachée d'une des batteries, le poulverin qui ſe trouva dans le trou prit feu, & à l'inſtant le moulin ſauta, & tous ceux qui étoient dedans, ſans qu'il en ſoit échappé un ſeul. J'ai rapporté ce trait pour faire voir la conſéquence de n'employer dans ces ſortes de moulins que le moins de ferrure qu'il eſt poſſible, & de ne jamais ſe prévaloir de la force du courant pour donner à la roue une trop grande viteſſe qui occaſionneroit des frottemens précipités qui peuvent avoir de fâcheuſes ſuites, il faut que la roue ne faſſe jamais plus de 10 à 11 tours par minute.

moderée & ne faire qu'environ 10 à 11 tours par minute.

Il nous reſte à examiner quel eſt l'effet de cette machine dans ſon état actuel, afin de voir ſi elle remplit ce qu'on eſt en droit d'en exiger.

721. La hauteur moyenne de l'eau qui ſort par le pertuis eſt de 6 pieds 8 pouces 9 lignes, qui répond dans la Table premiere à une viteſſe de 20 pieds un pouce une ligne par ſeconde, ou de 1205 pieds par minute.

Examen de l'effet de ce moulin dans ſon état actuel,

La roue a 17 pieds de diamétre, & fait 10 tours $\frac{1}{2}$ par minute ; ainſi ſa viteſſe dans le même tems ſera de 561 pieds ; le rapport de la viteſſe du courant à la viteſſe de la roue, eſt donc comme 1205 eſt à 561, ou à peu près comme 15 eſt à 7 ; ainſi nous pouvons prendre 15 pour la viteſſe du courant, & 7 pour la viteſſe de la roue ; alors la différence de ces deux nombres qui eſt 8, exprimera la viteſſe reſpective du courant qui frappe les aubes dans l'état actuel de la machine, (585) au lieu que pour le plus grand effet, cette viteſſe devroit être exprimée par 10, & celle de la roue par 5.

D'où il ſuit que la force de l'eau dans ces deux cas, ſera comme 64 eſt à 100, ou à peu près comme 2 eſt à 3 ; (568) les bras de levier reſtans les mêmes dans ces deux cas, & la réſiſtance cauſée par les frottemens ſuivant à peu près la proportion des poids que la machine aura à enlever ; l'on voit que ſi dans le premier cas le poids eſt exprimé par 2, il le ſera par 3 dans le ſecond, c'eſt-à-dire que chaque hériſſon, au lieu de n'élever que 4 pilons à la fois, pourroit en élever 6 ; c'eſt ce que nous allons démontrer en faiſant l'analyſe de tout ce qui mérite d'être conſideré dans le jeu de cette machine.

Maniere de conſiderer la réſiſtance des pilons.

PLAN. 1. FIG. 7.

722. J'ai dit, article 715, qu'à chaque batterie il y avoit toujours 4 pilons en l'air, & qu'au moment que le quatriéme étoit prêt à retomber, la levée qui le ſoutenoit faiſoit avec l'horiſon un angle AFE de 60 degrés : j'ajouterai que ſi les lignes NA, GH, IK, LM repréſentent les mentonets de ces pilons, les levées FD, FC, FB, FA qui leur répondent, formeront avec la ligne horiſontale EF quatre angles qui ſe ſurpaſſeront en progreſſion arithmétique; car le premier ED ſera de 15 degrés, le ſecond EC de 30, le troiſiéme EB de 45, & le quatriéme EA de 60 : ſi l'on abbaiſſe ſur EF les perpendiculaires DO, CP, BQ, AR, elles ſeront les ſinus des angles précedens, & par conſéquent les lignes FO, FP, FQ, FR les ſinus de leurs complemens, & en même tems les bras de levier qui répondent aux 4 mentonets ſelon l'article 716; d'autre part la ligne FX égale à FA exprimera le ſinus total, & le bras de levier de la puiſſance qui agit à l'extrémité X ſur un des fuſeaux de la lanterne.

Il faut pour calculer la réſiſtance des pilons, chercher un bras de levier moyen.

FIG. 8.

723. Si l'on conçoit les 4 pilons réunis à un ſeul, il faudra que les 4 bras de levier qui leur répondent n'en faſſent qu'un, pour cela il n'y a qu'à prendre dans la Table les ſinus des angles de 75, 60, 45, 30 degrés, les ajouter enſemble pour avoir 303904 dont il faudra prendre le quart qui eſt 75976 pour le bras de levier moyen, dont on aura la valeur en diſant, comme le ſinus total eſt au nombre précedent; ainſi 20 pouces, valeur du rayon FX, eſt au bras de levier moyen, qu'on trouvera d'environ 15 pouces, que nous ſuppoſerons appartenir à un ſeul pilon NO.

Maniere de calculer la peſanteur qu'il faut donner aux pilons dans le cas du plus grand effet.

FIG. 8.

724. Il s'agit de découvrir quelle peſanteur il faudroit donner à ce pilon dans le cas du plus grand effet, eu égard à la force du moteur & à tous les frottemens qui ſe rencontrent dans le jeu de ce moulin; pour cela il faut être prévenu que l'intervalle DF de la verticale NO qui paſſe par le milieu du pilon à l'axe de l'hériſſon doit être de 24 pouces, d'où retranchant 15 pouces pour le bras de levier moyen FG, il en reſte 9 pour la valeur de la ligne DG ou BC, c'eſt-à-dire pour la partie du mentonet qui marque la diſtance de l'axe du pilon, au point où l'on ſuppoſe conſtamment appliquée la puiſſance qui doit élever le pilon; nous ſuppoſerons auſſi pour rendre le calcul moins compoſé, que lorſque le mentonet eſt élevé à la moitié de la hauteur où doit monter le pilon, il ſe rencontre au milieu de l'intervalle des priſons R & S, parce qu'alors le frottement qui ſe fera en ces deux endroits ſera le même. (236)

Nommant l'intervale de B en R, ou de B en S, *f*; la longueur

Digitized by Google

BC du mentonet g; & x la peſanteur du pilon réunie dans le poids L, l'on aura $\frac{2fx}{3f}$ ſelon l'article 238 pour le frottemeut du pilon contre les priſons R & S, à quoi ajoutant le poids x, il vient $x+\frac{2fx}{3f}$ pour la perpendiculaire CI, qui exprime le poids que la puiſſance aura à ſurmonter : or comme cette puiſſance ſera appliquée à l'extrémité X du levier coudé CFX, tandis que l'autre extrémité C gliſſera de B en A ſous le mentonet pour l'élever; il faut, afin d'avoir égard au frottement qui en réſultera, faire le rectangle IH, en ſorte que le côté IL ſoit le tiers de IC; alors la diagonale CL exprimant enſemble le poids & le frottement, l'on aura $CL=x+\frac{2fx}{3f}\times\frac{19}{18}$; (280, 281) mais comme CL agit obliquement ſur le bras de levier FC, il faut élever la perpendiculaire CM, & former le rectangle QM; alors la force CL ſera diviſée en deux autres MC & LM, dont il n'y aura que la premiere qui répondra à l'action de la puiſſance X, puiſque la ſeconde LM ou QC ſe trouvera directement oppoſée au point d'appui F.

Pour avoir l'expreſſion de la ligne CM; conſiderez que ſi l'on prolonge LC, on aura les angles égaux MLC & FCE à cauſe des paralleles ML & CF, & que l'angle ICL étant égal à ECG, ce dernier ſera de 18 degrés 26 minutes : (269) remarquez auſſi que la ligne FG eſt le ſinus de l'angle GCF que nous avons trouvé (723) de 75976, qui répond dans la Table à 49 degrés 22 minutes qui étant ajoutés avec 18 degrés 26 minutes, donne 67 degrés 48 minutes pour la valeur des angles ECF & CLM; l'on aura donc CL eſt à CM, comme 100000 eſt à 92587, ou à peu près comme 14 eſt à 13, d'où l'on tire $CM=x+\frac{2fx}{3f}\times\frac{19}{18}\times\frac{13}{14}$ ou $CM=x+\frac{5}{7}\times\frac{gx}{f}\times\frac{252}{247}$. FIG. 8.

Comme l'intervale RS des deux priſons eſt de 6 pieds, RB, ou BS ſera de 36 pouces; & ayant dit (728) que BC étoit de 9, on aura $\frac{9}{36}$ ou $\frac{1}{4}=\frac{g}{f}$: ſubſtituant donc cette valeur dans l'équation précedente, l'on aura $x+\frac{x}{6}\times\frac{252}{247}$ ou $\frac{7}{6}x\times\frac{252}{247}=CM$; & nommant y la réſiſtance CM, l'on aura $x\times\frac{1764}{1482}=y$. FIG. 8.

725. Il nous reſte à former une équation qui facilite la connoiſſance du poids x, en y faiſant entrer les frottemens; il faut ſe rap-

Digitized by Google

peller que la hauteur moyenne de l'eau eſt de 6 pieds 8 pouces 9 lignes, (721) laquelle répond dans la Table troiſiéme à un choc de 471 ℔ par pied quarré; & comme les aubes en ont 2 & $\frac{1}{4}$ de ſuperficie, la force abſolue du courant ſera de 1177 ℔ $\frac{1}{2}$, dont prenant les $\frac{4}{9}$, (589) il vient 523 ℔ $\frac{1}{3}$ pour la force reſpective du courant contre les aubes, dans le cas du plus grand effet; cela poſé, voici les noms & la valeur des grandeurs qui doivent entrer dans le calcul.

a = 8 pieds $\frac{1}{4}$, rayon de la roue.
b = 4 pieds, rayon du rouet.
c = 20 pouces, rayon de la lanterne.
d = 9 lignes, rayon des tourillons.
p = 523 ℔ $\frac{1}{3}$, force de la puiſſance motrice.
q = 3000 ℔, peſanteur d'un des hériſſons.
t = 3600 ℔, peſanteur de la roue, du rouet & de l'arbre pris enſemble.

$\frac{m}{n} = \frac{10}{16}$, expreſſion du frottement du rouet & de la lanterne. (290)

Comme la ligne FC qui marque la longueur des levées priſes depuis l'axe de l'hériſſon, eſt égale au rayon FX de la lanterne, (716) il ſuit que la puiſſance appliquée en X, c'eſt-à-dire aux fuſeaux de la lanterne, ſera égale au poids exprimé par y. Pour avoir égard au frottement des tourillons qui ſont à l'extrémité d'un des hériſſons, il faut ſelon l'article 251 prendre la moitié de la ſomme des poids ou puiſſances qui agiſſent aux extrémités C & X, c'eſt-à-dire la moitié de $2y$ (295) & l'ajouter à la moitié du poids de l'hériſſon; multiplier ces deux termes par le rayon des tourillons, diviſer le produit par le rayon dela lanterne, ajouter le quotient à y, & multiplier le tout par $\frac{m}{n}$, l'on aura $y + \frac{dy}{c} + \frac{dq}{2c} \times \frac{m}{n}$ pour l'expreſſion de la réſiſtance que les dents du rouet rencontreront à faire tourner une des lanternes, qu'il faudra doubler à cauſe que l'on a deux batteries, & multiplier le produit par le rayon du rouet, on aura $\frac{2bm}{n} \times y + \frac{dy}{c} + \frac{dq}{2c}$.

FIG. 8.

Pour tenir compte auſſi du frottement des tourillons de la roue, il faut prendre la moitié de la ſomme de la preſſion que cauſe la réſiſtance que les deux lanternes oppoſent au mouvement du rouet, y ajouter le tiers du poids de la roue, (650) multiplier le tout par le rayon des tourillons; il vient $\frac{m}{n} \times dy + \frac{ddy}{c} + \frac{ddq}{2c} + \frac{dt}{3}$, qui étant

étant ajouté à la grandeur précédente, on aura une quantité égale au produit de la puiſſance motrice par le rayon de la roue, c'eſt-à-dire $\frac{m}{n} \times 2by + \frac{2bdy}{c} + dy + \frac{ddy}{c} + \frac{ddq}{2c} + \frac{2bdq}{3c} + \frac{dt}{3} = ap$, d'où dégageant l'inconnue, il vient $y = \frac{\frac{m}{n} \times ap - \frac{dt}{3} - \frac{2bdq}{3c} - \frac{ddq}{2c}}{2b + \frac{2bd}{c} + d + \frac{dd}{c}} = 3840 = 8\frac{1}{3}$; diviſant 3840 par $8\frac{1}{3}$, l'on aura 461 ℔ pour la valeur de y, qui étant ſubſtitué dans l'équation $x \times \frac{17:9}{1512} = y$, il viendra après avoir dégagé l'autre inconnue, $x = \frac{697032}{1729} = 403\frac{1}{7}$; or, ſi l'on diviſe $403\frac{1}{7}$ par 4, l'on trouvera que chacun des 4 pilons que l'hériſſon éleve en même tems pourroit peſer environ 101 ℔, au lieu de 65; (714) cependant comme il ſuffit qu'ils ſoient du poids de 65 ℔ pour pulveriſer les matieres, il vaut mieux augmenter le nombre de pilons que leur peſanteur; c'eſt pourquoi diviſant 403 par 65, l'on trouvera que chaque hériſſon peut élever en même tems 6 pilons, & plus encore un poids de 13 ℔, ce qui ſe rencontre aſſez-bien, avec ce que nous avons inſinué dans l'article 721.

726. Comme les 6 levées occuperont encore la ſixiéme partie de la circonférence d'un cercle, & qu'elles formeront des angles avec l'horiſon qui ſe ſurpaſſeront de 10 degrés. Si l'on ajoute enſemble les ſinus de leurs complemens, & qu'on prenne la ſixiéme partie de la ſomme, il viendra 78322 pour le bras de levier moïen qui eſt un nombre plus grand que 75976 que nous avons trouvé dans l'article 725, d'où il ſuit que lorſqu'il y aura 6 pilons, les points G & C ſeront plus près de l'axe du pilon NO que lorſqu'il n'y en aura que 4; alors la longueur BC du mentonet étant moindre que dans l'état actuel de la Machine, les frottemens des pilons contre les priſons ſeront un peu moindre; (237) ainſi tout bien conſideré, la force motrice ne fera pas plus d'effort pour élever 6 pilons, chacun du poids de 65 ℔ que ſi elle n'en élevoit que 4, dont chacun peſeroit 101 ℔; l'on obſervera ſeulement que comme il faudra augmenter la longueur de l'hériſſon de la moitié de celle qu'il a, il en réſultera une plus grande preſſion, par conſéquent un peu plus de frottement de la part des tourillons; mais c'eſt un trop petit objet pour s'y arrêter, puiſqu'il reſte à la puiſſance qui ſeroit appliquée à chaque lanterne 13 ℔ de force de plus qu'il ne lui en faudroit pour élever 6 pilons à la fois.

Le réſultat des calculs précédens, eſt qu'un moulin peut avoir 36 mortiers au lieu de 24.

727. Chaque batterie pourra donc être compoſée de 18 mortiers, au lieu de 12 dans le cas du plus grand effet; il eſt vrai que la roue allant moins vîte que dans l'état actuel du moulin, les pilons ne ſeront élevés que cinq fois au lieu de 7 dans un certain tems; d'où il paroît d'abord que leur effet dans ces deux cas doit être dans la raiſon compoſée de leur nombre & de la quantité de coups qu'ils donneront dans le même tems; c'eſt-à-dire, comme le produit de 6 par 5 eſt celui de 4 par 7, ou comme 15 eſt à 14; mais il eſt bon que l'on ſçache que ce n'eſt pas tout-à fait le plus grand nombre de coups de pilons qui contribue ſeul à pulveriſer les matieres, que cela dépend auſſi du nombre de fois dont elles ſont remaniées dans un certain tems comme l'expérience le prouve; car ſi on vouloit n'employer que 16 heures pour battre les matieres, au lieu de 24, il ſuffiroit de les changer de mortier de deux heures en deux heures; elles ſeront auſſi-bien pulveriſées, & même mieux que ſi l'on avoit ſuivi la méthode ordinaire décrite dans l'article 718; car la compoſition qui ſe trouve au fond des mortiers formant au bout de quelque tems une croute, il n'y a que celle qui eſt au-deſſus qui reçoit totalement l'impreſſion du pilon : je conclus donc que quoique la viteſſe de la roue ne ſoit exprimée que par le nombre 5, dans le cas du plus grand effet, lorſqu'elle l'eſt par le nombre 7 dans l'état actuel, on ne laiſſera pas que de faire en 24 heures 720 ℔ de poudre, au lieu de 480, pourvû qu'on remanie les matieres toutes les deux heures.

Je ſuis entré exprès dans ce petit détail, pour montrer que l'effet d'une Machine ne dépend pas toujours de la plus ou moins grande quantité de mouvement du moteur; cette regle n'a lieu ſans exception que toutes les fois qu'il s'agit d'élever de l'eau, parce que ſi la Machine eſt miſe en mouvement par un courant, l'on ne doit pas ſuppoſer de cauſe étrangere qui en augmente l'effet.

On trouvera peut-être que je m'arrête trop long-tems ſur un même ſujet; mais comment le traiter exactement ſans l'examiner dans toutes ſes circonſtances? C'eſt ſans doute pour n'en avoir pas uſé de la ſorte qu'on découvre tant d'imperfection dans les Machines. Comme je n'écris que pour les rectifier, on ne peut me ſçavoir mauvais gré de m'étendre autant que je le crois néceſſaire: au reſte, voilà ce que je m'étois propoſé de dire ſur les Moulins, & je m'en tiens aux trois Chapitres précédens : un plus grand nombre d'exemples de l'application des Principes de la Mécanique à d'autres Moulins à Eau ne feroit qu'enfler cet Ouvrage aſſez mal-

Digitized by Google

Pont

our la fabrique de la poudre
nière.

Fig. 7.

Porte
du
moulin.

& celuy de la machine.

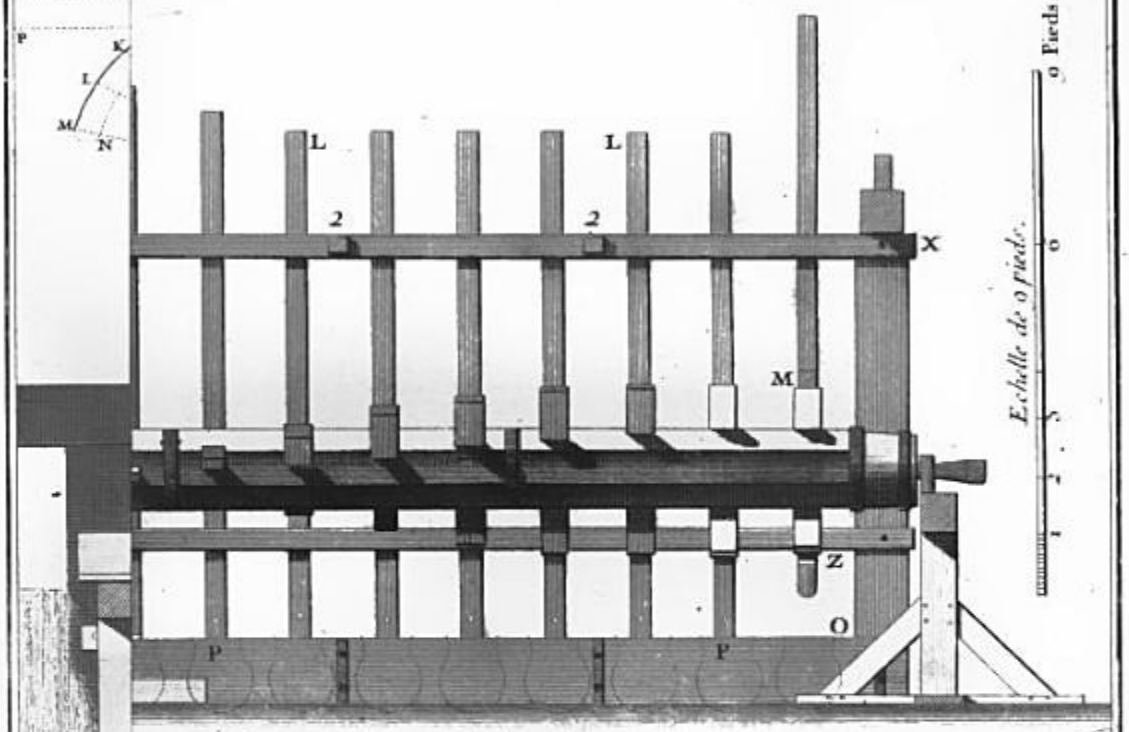
Fig. 8.

9 pieds

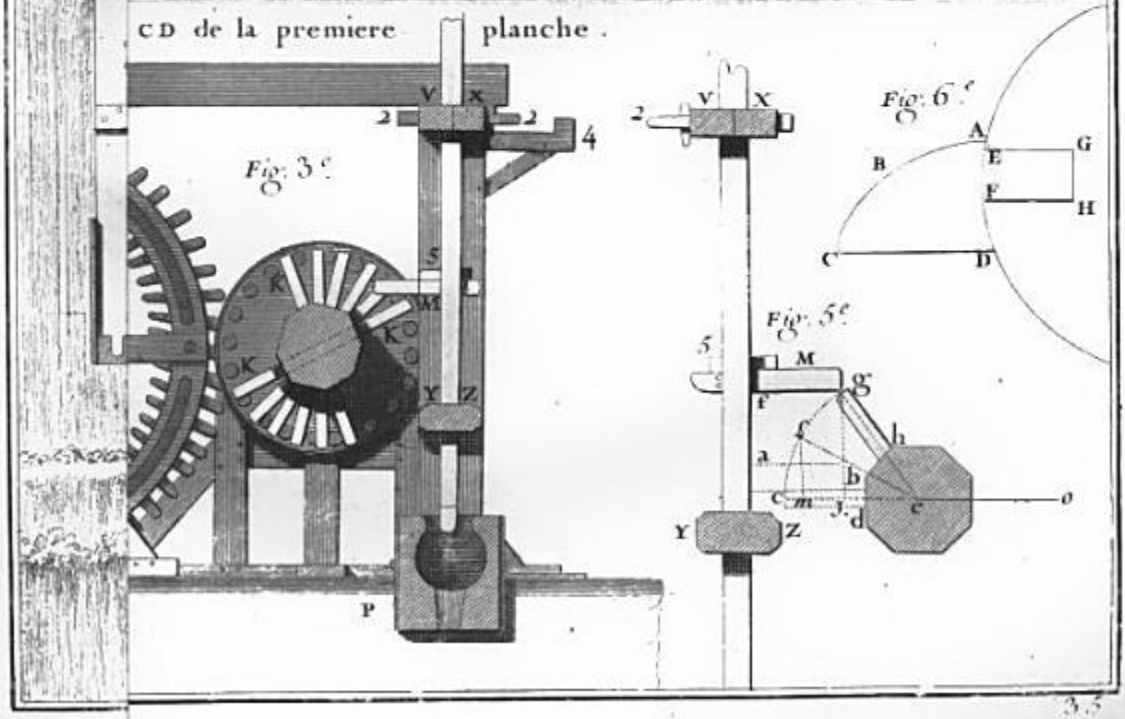
Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 4 longeur AB du plan de la planche precedente.



CD de la premiere planche.



Digitized by Google

Digitized by Google

à-propos : mais avant de finir ce Chapitre, il me reſte à décrire en peu de mots une Machine pour pulveriſer le Ciment ; cette matiere eſt d'un trop grand uſage dans l'Architecture Hydraulique, pour ne point faciliter les moyens de la préparer.

728. La quatriéme & cinquiéme Figure de la Planche quatriéme du Chapitre ſecond, expriment l'élevation & le plan de cette Machine : on y voit un baſſin de 5 toiſes de diamétre, au centre eſt un arbre A, auquel ſont attachés deux eſſieux BG & DC, entretenus enſemble par un lien GF ; une partie de chacun de ces eſſieux eſt taillée en vis, mais les pas de l'un le ſont dans un ſens oppoſé à ceux de l'autre : l'écroue de ces vis paſſe au milieu des meules H & I où il eſt bien arrêté. Si l'on ſuppoſe un Cheval attelé au palon E, & qu'on le faſſe tourner autour du baſſin, la meule H s'approchera du centre, tandis que l'autre I s'en éloignera ; après que le Cheval aura fait un certain nombre de tours, le faiſant agir d'un ſens oppoſé, la meule qui étoit près du centre s'approchera de la circonférence, l'autre s'en éloignera, & elles auront toujours un mouvement contraire ; le Ciment, ou tout autre matiere s'écraſera ſur toute l'étendue du baſſin ſans avoir les ſujettions ordinaires : il paroîtra cependant que c'en eſt une grande que d'être obligé de détourner le Cheval toutes les fois que les deux meules auront parcouru la longueur de la vis ; mais l'on peut habituer un Cheval à faire cela de lui-même, dès qu'il entendra le ſon d'une ſonnette attachée à l'arbre A, & qu'on ajuſtera de façon qu'elle ſonne toutes les fois qu'une des meules s'approchera du centre du baſſin. J'ai vû des chevaux attelés à une Machine ſervant à tirer du Charbon de terre d'un puits fort profond, qui étoient dreſſés de la ſorte.

Deſcription d'une Machine pour le Ciment.

PLAN. 4. du Chapitre ſecond. FIG. 4. & 5.

CHAPITRE IV.

Des Moulins à Chapelet, Roues à eau, & autres Machines pour les Epuiſemens.

PARMI le grand nombre de Machines qu'on a imaginé pour épuiſer les eaux d'un terrein aquatique, afin de faciliter l'exécution de quelques travaux : il n'en eſt point de meilleur uſage que les *Moulins à Chapelet* ; on en diſtingue de deux ſortes. La premiere, ſont ceux que l'on nomme Chapelets *inclinés*, qui font monter l'eau le long d'un plan incliné : la ſeconde, ſont les Chapelets *verticaux*, parce que l'eau monte verticalement.

Pour commencer par la deſcription des premiers, on ſçaura qu'il y en a de grands & de petits ; l'un & l'autre aſſez ſemblables dans leurs conſtructions ; toute la différence, c'eſt que les grands ſont mûs par des chevaux, & les petits à force de bras. Ce que nous dirons des uns pouvant s'appliquer aux autres, on jugera du premier coup d'œil de la manœuvre de ces ſortes de Chapelets, en conſiderant le plan & le profil de celui qui eſt repréſenté ſur la planche premiere, dont voici la deſcription.

Deſcription d'un Chapelet incliné mû par un Cheval.

729. Le plan incliné AB ſert de fond à une Buſe dont une des extrémités A trempe dans l'eau qu'on veut épuiſer, & l'autre B répond à une auge BC, placée au ſommet du batardeau, au-deſſus duquel les eaux ſont élevées. Cette Buſe eſt couverte par un autre plan DE, accompagné de deux rebords formant une eſpece de couliſſe.

PLAN. I.

Le chapelet eſt compoſé d'un nombre de petites planches que l'on nomme *Palettes*, unies par des chaînons, faiſant enſemble une chaîne ſans fin, ou ſi l'on veut un chapelet dont les palettes tiennent lieu de grains.

Ce Chapelet paſſe ſur les lanternes F, G ; une partie eſt enfermée dans la buſe, & fait monter l'eau lorſque les lanternes ſont mues du ſens convenable ; & l'autre qui eſt à découvert deſcend le long de la couliſſe pour aller puiſer l'eau à ſon tour.

Quand cette Machine eſt mue par des chevaux, on employe un arbre IK, ſervant d'eſſieu à deux lanternes ; la premiere G, ſur laquelle paſſe le chapelet, répond à l'auge qui reçoit les eaux ; & l'autre H qu'on ne peut voir dans l'élévation, parce qu'elle eſt cachée par la précédente, s'engraine avec un rouet LM que des

Digitized by Google

chevaux attelés au palonier N font tourner; au lieu que quand on fait agir les chapelets à force de bras, on ſe ſert ſeulement de la premiere lanterne G que l'on accompagne de manivelles.

Je n'entre point dans le détail des parties de ce chapelet, parce que je vais en expliquer deux autres à bras, exécutés à *Strasbourg*, & développés ſur la ſeconde planche; le premier repréſenté par la premiere & ſeconde Figure, eſt employé de la part du Magiſtrat pour les Ouvrages de la Ville, & l'autre exprimé par la troiſiéme & quatriéme, ſert pour les travaux des fortifications. PLAN. 2.

Deſcription d'un Chapelet incliné, mû à force de bras, exécuté à Strasbourg pour les ouvrages de la Ville.

730. Le premier de ces Moulins eſt à peu près conſtruit comme le précedent, avec cette différence que la buſe eſt découverte, parce que la couliſſe qui eſt au-deſſus eſt élevée à une certaine hauteur pour donner plus de facilité au chapelet de ſe plier ſur les lanternes, & afin de remédier aux chaînons qui ſe caſſent; ces chaînons ſont de bois & d'un fort bon uſage, beaucoup plus commodes que s'ils étoient de fer; quand ils viennent à manquer, en ayant de tout prêts, un homme aſſemble les deux bouts ſéparés & un autre y met un grain par le moyen d'une petite cheville de fer qu'il arrête avec un nœud de ficelle, au lieu de clavette, la chaîne étant de bois, par conſéquent beaucoup plus legere que ſi elle étoit de fer, le jeu en eſt bien plus doux. La lanterne A qui trempe dans l'eau a 16 pouces de diamétre & 8 rayons. L'autre B qui répond au ſommet du batardeau a 20 pouces de diamétre, & 10 rayons; de ſorte que les diamétres de ces lanternes ſont dans la raiſon du nombre de leurs rayons, afin que les palettes ſe rencontrent toujours en haut & en bas entre deux rayons, quoique la petite lanterne aille plus vîte que la grande. Il y a apparence que ſi l'on a fait une des lanternes plus petite que l'autre, c'eſt afin que le chapelet en deſcendant trouve plus d'aiſance à s'ajuſter avec les rayons. PLAN. 2. FIG. 1. & 2.

731. Les palettes ont un pouce d'épaiſſeur, 9 & demi de largeur ſur 6 de hauteur, & 3 lignes de jeu de chaque côté; leur diſtance de l'une à l'autre eſt de 6 pouces, par conſéquent égale à leur hauteur. Quant aux chaînons ils ont deux pouces d'épaiſſeur ſur autant de largeur; je ne parle point des dimenſions de autres parties, parce qu'on pourra en juger par les nombres qui les accompagnent.

732. Ce chapelet étant mis en mouvement à force de bras, les manivelles ſont accompagnées de croſſetes pour rendre la manœuvre plus facile; un homme eſt appliqué à l'endroit C, tire & pouſſe par un mouvement horiſontal, & un autre qui lui eſt op-

posé en D agit de même; il suffit qu'ils fassent chacun un chemin de 18 pouces en arriere, & autant en avant, qui est la grandeur du coude de la manivelle pour agir avec aisance; au lieu que s'ils étoient appliqués immédiatement aux poignées, la grandeur du bras de levier ne feroit que leur causer plus de fatigue, puisqu'ils seroient assujettis à décrire un cercle de plus de 9 pieds de circonférence à chaque révolution.

Autre Chapelet dans le goût du précédent, exécuté aussi à Strasbourg pour les ouvrages de la Fortification.

PLAN. 2. FIG. 3. & 4.

733. Le second chapelet, quoique semblable en apparence au précédent, en est fort différent dans la composition & dans l'effet. Les palettes ont 11 pouces de largeur sur 4 de hauteur, placées à 8 pouces de distance l'une de l'autre, ayant 6 lignes de jeu de chaque côté; ainsi la buse & la couliſſe ont par conséquent 12 pouces de largeur intérieurement; les palettes sont entretenues ensemble par deux chaînes de fer, assemblées de maniere à pouvoir se plier aisément sur les lanternes. Ces lanternes sont exagonales; celle d'en haut est accompagnée de manivelles, auſquelles quatre hommes sont appliqués. La partie supérieure G du chapelet répond au batardeau, comme on en peut juger par le bout de buse FH, qui aboutit à l'auge qui reçoit les eaux. J'ajouterai que le corps du chapelet, aussi-bien que celui des précédens, est porté par des chevalets EF, posés de distance en distance, & que dans l'usage ordinaire, on observe que la pente du chapelet suive la diagonale d'un quarré, ou que l'angle formé par l'horiſon & le plan incliné soit de 45 degrés, parce qu'on ignoroit celui qui convenoit au plus grand effet.

Des deux Chapelets précédens le premier épuise le double du second.

734. Des ingénieurs qui ont vû manœuvrer ces deux chapelets, m'ont assuré que celui qui est employé aux ouvrages de la Ville, épuiſoit dans le même tems plus du double de l'eau que ne faiſoit celui dont ils se servoient pour les Fortifications, quoique mûs avec la même force, & posés sous un même angle d'inclinaiſon.

Il ne paroît pas qu'on ait suivi jusqu'ici aucune regle exacte pour la construction des Moulins à chapelets; si on en juge par la varieté des proportions qu'on a donné à leurs parties, ne s'étant peut-être jamais rencontrées deux Machines de cette espece parfaitement semblables : on ne peut pourtant douter qu'il n'y ait une construction la plus parfaite; l'exemple des deux chapelets dont je viens de parler en est une preuve bien convaincante, puiſque celui qui épuiſe le double de l'autre dans le même tems, & qui tient peut-être cet avantage du hazard plutôt que du raiſonnement, doit plus approcher de cette perfection. Cherchons donc à découvrir d'où cela vient, afin d'en tirer une regle générale qui ne laiſſe rien à désirer sur ce sujet.

Digitized by Google

735. Pour cela je conſidere qu'il faut ſçavoir à quelle diſtance les *palettes* doivent être les unes des autres, eu égard à leur hauteur, & quel eſt l'angle que doit former le plan incliné avec l'horiſon, afin que la puiſſance qui met le Chapelet en mouvement épuiſe le plus d'eau qu'il eſt poſſible dans un certain tems, n'y ayant point de Machine qui ne ſoit ſuſceptible d'un plus grand effet, comme on a dû en juger par les exemples précedens.

La perfection des chapelets inclinés ſe réduit à placer les palettes à une diſtance égale à leur hauteur, & à incliner le plan ſous un angle de 24 degrés, 21 minutes.

PLAN. 2. FIG. 1.

Pour ſçavoir l'intervalle qui doit être entre deux palettes, nous ſuppoſerons que ſur le plan incliné AC, il y a un bout de chapelet tiré de bas en haut par la puiſſance P, agiſſant ſelon une direction SP, parallele au plan. S'il n'y avoit que la ſeule palette ED pour ſoutenir l'eau qu'on veut attirer, on en auroit alors une quantité exprimée par un priſme qui auroit pour baſe le triangle DEF, & pour hauteur la longueur de la palette; & comme cette derniere dimenſion demeure conſtante, qu'il y ait une ou pluſieurs palettes, nous n'aurons égard qu'à la ſuperficie du triangle DEF, dont le côté EF, parallele à l'horiſon, marque le niveau de l'eau: ſi l'intervale des deux palettes immédiatement de ſuite comme ED & OQ étoit exprimé par la ligne DQ, on auroit un eſpace vuide FQ, qui ſe trouvant répété dans chaque cellule DEOQ, ne feroit qu'en diminuer le nombre fort mal-à-propos; ainſi prenant la palette NF à la place de OQ, la cellule DENF ſera préferable à la précedente, parce qu'on pourra en avoir un plus grand nombre dans la longueur du plan AC, qui feront monter une plus grande quantité d'eau à la fois.

Si l'on diviſe la baſe DF en pluſieurs parties égales, comme en trois, pour avoir autant de cellules DL, GM, HN, il eſt conſtant qu'elles contiendront plus d'eau toutes enſemble que la ſeule DENF; car ſi l'on prend la ſuperficie du Trapeze DEIG pour exprimer la quantité qui ſera dans chacune, l'on pourra dire que l'eau que contiendra la cellule DN ſera à celle que contiendront les trois autres priſes enſemble, comme le quarré du côté DF, eſt au triple de la différence du même quarré au quarré GE, le trapeze DEIG étant la différence des triangles ſemblables DEF & GLF: or le côté DF étant de trois parties, & GF de deux, leurs quarrés ſeront 9 & 4, dont la différence eſt 5; par conſéquent le contenu de la cellule DENF ſera à celui des trois autres DL, GM, HN, comme 9 eſt à 15; d'où il ſuit que plus les palettes ſeront près les unes des autres, & plus le chapelet épuiſera d'eau dans le même tems; cependant comme elles doivent être à une diſtance convenable, pour que la chaîne qui les lie enſemble,

Digitized by Google

puiſſe aiſément ſe plier ſur les lanternes, je ne crois pas qu'on puiſſe mieux en regler l'intervalle, qu'en le faiſant égal à la hauteur des palettes même.

C'eſt ainſi qu'on a conſtruit le chapelet dont j'ai dit qu'on ſe ſervoit à Strasbourg pour les Ouvrages de la Ville : il n'eſt donc pas étonnant qu'il éleve ſous un même angle d'inclinaiſon plus du double de l'eau que celui qui eſt en uſage pour les Fortifications, les palettes de ce dernier étant éloignées d'une diſtance double de leur hauteur, ce qui fait voir qu'avant d'en venir à l'exécution, on ne ſçauroit examiner de trop près les parties qui doivent compoſer une Machine, afin de leur donner les proportions les plus parfaites qu'il eſt poſſible.

Maniere de calculer la réſiſtance, qu'oppoſe l'eau qu'un chapelet incliné éleve.

736. Pour faire le calcul de cette Machine, nous ſuppoſerons que le vaiſſeau AF repréſente une cellule avec autant d'eau qu'elle peut en contenir, lorſque le plan incliné fait avec l'horiſon un angle de 24 degrés 21 minutes, ou que la hauteur de ce plan eſt les $\frac{2}{5}$ de ſa longueur : (391, 392, 393) cela poſé, ſi l'on prolonge AD de la longueur AT, égale à la perpendiculaire AM, que l'on tire BT que l'on prenne BV égal à ND, menant VS parallele à AT, l'on verra en ſe rappellant ce qui a été enſeigné dans l'article 390. que la puiſſance P, ſera en équilibre avec la pouſſée de l'eau contenue dans le vaiſſeau, ſi cette puiſſance eſt exprimée par le poids d'un priſme d'eau, qui auroit pour baſe le trapeze AVST, & pour hauteur la ligne BE ou AH.

PLAN. 1. FIG. 2.

Nommant XY, a; XZ, b; YZ, c; AB ou BC, d; & BE ou CF, f; l'on aura à cauſe des triangles ſemblables XYZ, ABM, BCN : XZ (b), ZY (c) :: BC (d), CN $= \frac{cd}{b}$, par conſéquent CD — CN = ND $(\frac{bd-cd}{b})$ = BV, ainſi VA ſera $\frac{cd}{b}$; d'autre part XY (a), XZ (b) :: AB (d) AM, ou AT $= \frac{bd}{a}$, mais les triangles SBV & TBA donnent encore BA (d), AT $(\frac{bd}{a})$ :: BV, $(\frac{bd-cd}{b})$ VS $= \frac{bd-cd}{a}$.

Préſentement pour avoir la ſuperficie du trapeze, il faut ajouter enſemble les valeurs de SV & de TV qui donnent $\frac{2bd-cd}{a}$, qu'il faut multiplier par la moitié de AV, c'eſt-à-dire par $\frac{cd}{2b}$, l'on aura

aura $\frac{2bcdd-ccdd}{2ab}$ qu'il faut encore multiplier par $f=$BE, il viendra $\frac{2bcddf-ccddf}{2ab}$ pour l'expreſſion du ſolide d'eau équivalent à la puiſſance P, qu'on peut réduire en ſuppoſant $2b-c=n$, il vient $\frac{ncddf}{2ab}$ dont on aura le poids, en diſant comme 1728 pouces cubes eſt à 70 ℔; ainſi $\frac{ncddf}{2ab}$ eſt à $\frac{35ncddf}{1728ab}$ dont il ſera aiſé d'avoir la valeur, comme on le va voir.

737. Si l'hypotenuſe du triangle XYZ eſt diviſé en 10 parties égales, l'on aura XY (a) $=5$, YZ (c) $=2$ (393) XZ (b) $=\frac{21}{5}$; & ſi pour nous conformer aux dimenſions du premier chapelet, (730) on ſuppoſe BA, ou BC (d) $=6$ pouces, & BE (f) $=9$ pouces $\frac{1}{2}$, on trouvera que $\frac{35neddf}{1728ab}$ donne à peu près 4 ℔ $\frac{1}{3}$ pour la force que doit avoir la puiſſance pour être en équilibre avec la pouſſée de l'eau d'une cellule; ainſi il ne reſte plus que de ſçavoir la quantité de cellules qui agiront ſur le plan incliné, pour juger de combien cette puiſſance doit être augmentée.

Eſtimation de la puiſſance qui fait agir le chapelet du Magiſtrat de Strasbourg.

PLAN. I. FIG. 2.

Suppoſant le plan incliné de 8 pieds de hauteur, ſa longueur ſera de 20 pieds ou de 240 pouces, qui étant diviſé par 7 pouces, intervalle d'une palette à l'autre, y compris l'épaiſſeur d'une des mêmes palettes, on aura 34 cellules qui opoſeront enſemble une réſiſtance de 147 ℔ qui agira aux extrémités des rayons de la lanterne ſuperieure qui ont chacun 10 pouces; ainſi multipliant le nombre précédent 10, & diviſant le produit par le coude de la manivelle de 18 pouces, il viendra environ 82 ℔ pour la puiſſance appliquée à la manivelle, en faiſant abſtraction du frottement qui ſera peu de choſe; car le chapelet étant de bois, ſa peſanteur ſpécifique ſera à peu près égale à celle de l'eau qu'il contient. Le frottement n'aura gueres lieu non plus ſur la partie ſuperieure, parce que gliſſant ſur un plan incliné, elle eſt naturellement emportée en bas, ainſi l'on voit que quatre hommes pourront aiſément faire manœuvrer ce chapelet avec une viteſſe plus grande que celle de 1000 toiſes par heure. Examinons préſentement la quantité d'eau qu'ils pourront épuiſer dans le même tems.

738. Chaque cellule, ſelon les dimenſions que nous leur avons donné, doit contenir une quantité d'eau ABEHOGDN de 329 pouces cubes, d'où retranchant 24 pouces pour la place occupée

Calcul de la quantité d'eau que le même cha-

pelet peut épuiſer par heure.

par la chaîne, reſte 305 pouces. Comme il y a 10 rayons à la lanterne, ils attireront 10 cellules à chaque tour de manivelle; par conſéquent 3050 pouces cubes d'eau; & comme les manœuvres peuvent lui faire faire au moins 1500 tours par heure, parce qu'étant appliqués aux croſſetes, ils n'auront gueres que 4 pieds de viteſſe par chaque tour; ce chapelet épuiſera donc 2647 pieds cubes dans le même tems à une hauteur de 8 pieds.

739. Je ſuis perſuadé que l'eſtimation que nous venons de faire du produit de cette Machine eſt beaucoup au-deſſous de ce qu'elle peut produire en effet; car nous avons ſuppoſé que la manivelle ne feroit que 1500 tours par heure, au lieu que ſi on en juge par l'expérience, elle en peut faire beaucoup plus, ayant remarqué dans les épuiſemens que l'on a fait pour la conſtruction de quelques écluſes du Canal de Picardie; que les manivelles des chapelets verticaux qu'on y a employé, faiſoient juſqu'à 3000 tours dans le même tems. Il eſt vrai que ceux qui les faiſoient agir étoient relevés d'heure en heure, & que les manivelles n'avoient que 15 pouces.

Ayant calculé auſſi la quantité d'eau que pouvoit fournir l'autre chapelet, dont j'ai dit que les Ingenieurs ſe ſervoient à Strasbourg, j'ai trouvé qu'en faiſant abſtraction, comme au précedent, de ce qu'il s'en pouvoit perdre, il n'en pouvoit épuiſer qu'environ 1238 pieds, toutes choſes d'ailleurs égales, qui eſt au deſſous de la moitié de 2647 que nous venons de voir que devoit donner le précédent, ce qui s'accorde avec l'expérience qui en a été faite. (734)

Deſcription d'un chapelet vertical pour les épuiſemens.

740. Il me reſte à parler des chapelets *verticaux*, ſur leſquels il y a peu de choſe d'intéreſſant à dire, leur *maximum* ſe réduiſant à celui de la quantité de mouvement des hommes qui le font agir. Celui que j'ai développé ſur la planche troiſiéme eſt pareil à ceux qui ont été employés au Canal de Picardie, en ayant moi-même pris les dimenſions. Comme la manœuvre en eſt fort aiſée, & toutes les parties bien proportionnées, il m'a paru après l'avoir examiné ſérieuſement, que je ne devois point héſiter de le donner pour modele; en voici le détail.

Le tuyau montant ABCD a extérieurement 13 pouces en quarré ſur 9 pieds 6 pouces de hauteur de C en E, mais qu'on peut faire plus grande, ſi la néceſſité y oblige; ce tuyau a intérieurement 5 pouces de diamétre, & doit être percé bien droit; la face de derriere eſt plus haute que les autres de la partie DE de 16 pouces, afin de pouvoir y attacher le ſabot AFGE, qui n'eſt autre choſe

PLAN. 3. FIG. 4. & 5.

Digitized by Google

qu'une eſpece de caiſſe percée de trous, placée dans l'eau qu'on veut élever ; à travers cette caiſſe paſſe un boulon ſur lequel tourne un rouleau P pour faciliter l'entrée des grains Q dans le tuyau.

Contre les faces extérieures du tuyau ſont attachés à droite & à gauche les ſupports HK de l'eſſieu KS de l'*hériſſon* TV, accompagnés d'ais pour former le canal BKLM, qui conduit l'eau de l'autre côté du batardeau.

L'*hériſſon* eſt compoſé d'un moyeu de 16 pouces de diamétre dans le milieu, réduit à 15 par ſes extrémités, fortifié de deux frettes de 12 lignes de largeur ſur 5 d'épaiſſeur : ce moyeu eſt hériſſé de ſix *griffes* de fer, ayant ſept pouces de largeur par le haut, réduites à 3 pouces 4 lignes à la racine, & 7 lignes d'épaiſſeur, échancré dans le milieu ſur la hauteur de 5 pouces pour faciliter le jeu de la chaîne ; l'eſſieu a 18 lignes en quarré, arrondi aux ſorties du moyeu ; les manivelles ont 15 pouces de coude, & les poignées 40 pouces, pour que deux hommes puiſſent y être appliqués de front.

Les grains ont 5 pouces de hauteur y compris la *tige* & la *queue*, leur diamétre eſt de 4 pouces 10 lignes ; ſur leur plan on poſe une ou deux rondelles de cuir, dont le diamétre eſt de 5 pouces, c'eſt-à-dire égal à celui du tuyau montant ; ſur ces rondelles eſt poſée une plaque de fer ſervant à ſerrer les cuirs par le moyen d'une *clavette* qui traverſe la tige. PLAN. 3. FIG. 4. & 5.

741. L'intervalle XY qui ſe trouve entre l'extrémité de la queue des deux grains eſt de 30 pouces ; cette partie peſe 10 ℔, l'ayant auſſi peſé dans l'eau, j'ai trouvé que ſon poids étoit diminué d'une livre quatre onces, (624) qui eſt celui du volume d'eau dont elle occupe la place.

742. Pour calculer le produit de ce chapelet, l'on ſçaura que quatre hommes agiſſans ſans interruption pendant une heure, après laquelle ils étoient relevés par quatre autres, faiſoient faire au moins 55 révolutions aux manivelles dans une minute : (739) or comme l'intervalle d'une griffe à l'autre pris à l'endroit où poſe la chaîne eſt de 13 pouces, à chaque tour de l'hériſſon, le chapelet fera un chemin de 6 pieds & demi, ce qui répond à une viteſſe de 357 pieds $\frac{1}{2}$ par minute, cette viteſſe étant la même que celle de l'eau qui monte dans le tuyau ; il ſuit que le chapelet en épuiſeroit par minute une colomne de 5 pouces de diamétre ſur 357 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur, qui peſe 3422 ℔ s'il n'occupoit pas une partie de cette colonne. *Calcul de la quantité d'eau qu'un chapelet vertical peut épuiſer par heure.*

Prévenu que 2 pieds $\frac{1}{2}$ du chapelet occupent la place d'une livre & 4 onces d'eau, (741) diviſant 357 pieds $\frac{1}{2}$ par 2 pieds & $\frac{1}{2}$, on aura 143 pieds, qui étant multipliés par une ℔ 4 onces, donne environ 179 ℔ pour le poids de l'eau occupée par le chapelet, pendant une minute, qui étant ſouſtraits de 3422, reſte 3243 ℔ d'eau qu'il épuiſera dans le même tems, ce qui revient à peu près à 2780 pieds cubes par heure, élevée à 8 pieds.

A quoi ſe réduit la puiſſance qui fait agir le chapelet précedent.

743. Quant à la puiſſance qui doit faire jouer ce chapelet, on voit qu'elle dépend de la hauteur du tuyau montant, c'eſt-à-dire de la hauteur où on élevera l'eau, puiſque ſans avoir égard au frottement, elle ſera égale au poids de la colonne compriſe dans le tuyau, qui eſt ici d'environ 72 ℔, déduction faite du volume qu'occupe le chapelet.

744. L'intervalle du centre de l'eſſieu à la ligne de direction que parcourt la chaîne étant de 10 pouces, & la manivelle en ayant 15 de coude, le poids ſera à la puiſſance dans le rapport de 3 à 2; ce qui montre que les quatre hommes ne ſoutenoient qu'environ 48 ℔ d'eau, au lieu que ſelon la regle ordinaire, ils auroient pû aiſément en ſoutenir cent; mais en récompenſe ils avoient une viteſſe bien plus grande que celle de 1000 toiſes par heure, ou de 100 pieds par minute; car la manivelle ayant 15 pouces de coude, ils décrivoient à chaque tour une circonférence de 7 $\frac{4}{7}$ pieds, ce qui répond à une viteſſe de 432 pieds par minute.

745. Si l'on veut que ce chapelet épuiſe l'eau à une hauteur au-deſſus de 8 pieds, & conſerver la même quantité de mouvement à la puiſſance, il faut diminuer la ſuperficie du cercle du tuyau, à proportion qu'on augmentera ſa hauteur. Par exemple, pour élever l'eau à 24 pieds, il faut multiplier le quarré du diamétre qui eſt 25 par 8 pieds, diviſer le produit par 24, on trouvera 8 pouces $\frac{1}{3}$ pour le quarré du diamétre réduit; & comme la quantité d'eau que les quatre manœuvres épuiſeront par heure ſera auſſi réduite dans la même proportion, l'on voit qu'ils n'en éleront plus que 926. Ce n'eſt pas qu'à la rigueur les mêmes ne puiſſent en élever 2780 à cette hauteur: ayant fait mention, article 680 d'un autre chapelet, où chaque manœuvre employoit une force de 34 ℔, quoiqu'ils euſſent la même viteſſe des précédens; mais comme le travail en étoit forcé, il ne conviendroit pas de ſe regler là-deſſus.

Quant au frottement qui peut ſe rencontrer dans cette Machine, il n'y en a d'autre que celui de ſon eſſieu qui ſera peu de choſe à cauſe de la grande différence des bras de leviers; (250) car je

Digitized by Google

compte pour rien celui que peut cauſer contre l'intérieur du tuyau le renflement des cuirs qui accompagnent les grains, parce qu'agiſſant ſur une ſurface verticale, il ne mérite pas qu'on en tienne compte. (227)

J'ai oui dire aux Entrepreneurs du Canal de Picardie qu'un chapelet tout équipé, tel que le précedent, leur coûtoit 150 ℔.

Deſcription d'un autre chapelet vertical, exécuté à Marſeille

746. Pour faciliter la manœuvre des chapelets *verticaux*, on les appuye contre un échafaut, ſur lequel ſont placés ceux qui les font agir, comme on en peut juger par la cinquiéme figure de la planche quatriéme, qui exprime l'élévation d'un moulin à chapelet, dont on ſe ſert à Marſeille pour épuiſer les eaux de la forme; deux Forçats le font aller pendant une heure, après quoi ils ſont relevés par deux autres. PLAN. 4. FIG. 3. & 5.

La troiſiéme figure repréſente le profil du même chapelet, qui differe un peu du précedent, en ce que les grains qu'on voit ſitués differemment aux endroits C, D, E, ſont faits en forme de Godets garnis de cuirs pour empêcher que l'eau ne tombe à meſure qu'on l'éleve; cette Machine ne comprenant rien dont on ne puiſſe juger du premier coup d'œil, je ne m'y arrêterai pas davantage.

Comme on a été plus attentif à mettre dans un certain arrangement les figures relatives à ce Chapitre, afin d'occuper la capacité de chaque planche, qu'à réunir celles qui appartenoient à un même ſujet, il eſt arrivé que différentes ſortes de chapelets ſe trouvent accompagnés d'autres Machines propres aux Epuiſemens; mais pour ne point interrompre l'ordre naturel, je continuerai ce qui me reſte à dire ſur les chapelets, aprés quoi je reprendrai ce que j'aurai laiſſé en arriere.

Autre chapelets mis en mouvement par un courant.

747. Les moulins à chapelets ne ſont pas ſeulement d'uſage pour épuiſer les eaux d'un terrein ſur lequel on veut bâtir, on peut auſſi s'en ſervir pour élever l'eau d'une ſource dans un réſervoir ſupérieur à un Jardin, afin d'y faire naître des eaux jailliſſantes, ou la tirer du fond d'un puits pour l'arroſement; alors ils different des précedens en ce que, au lieu de grains, on ſe ſert de pots de grès ou de petits barillets, qui agiſſent librement ſans être enfermés dans un tuyau: en voici un exemple, exprimé par la figure prémiere de la planche quatriéme.

On ſuppoſe que l'eau d'une ſource ou d'un ruiſſeau vient choquer une roue à cuillere BD, qui tourne horiſontalement, & qui peut avoir 6 pieds de diamétre; que cette roue a pour eſſieu un arbre vertical AB, tournant dans une crapaudine C, ayant au PLAN. 4. FIG. 1.

ſommet une lanterne G de 18 pouces de diamétre, accompagnée de 12 fuſeaux; que cette lanterne s'engraîne avec 36 dents d'un rouet H de 4 pieds $\frac{1}{2}$ de diamétre; ainſi il faudra que la roue
PLAN. 4. faſſe trois tours pour en faire faire un au rouet; l'eſſieu horiſontal
FIG. 1. EF eſt commun à une roue I de même diamétre, accompagnée de chevilles K, tant ſoit peu inclinées, pour que le chapelet M ne s'écarte pas du chemin qu'il doit ſuivre; ce chapelet eſt compoſé de deux cordes, auſquelles ſont attachés des pots de terre, ou ſi l'on veut des petits barillets qui verſent l'eau dans une auge L, qui de-là va ſe rendre au réſervoir.

Je ne parle point de la charpente qu'il faudra conſtruire pour ſoutenir cette Machine, laiſſant au gré de ceux qui voudront l'éxécuter de diſpoſer les pieces ſuivant le lieu où elles devront être placées : j'en uſerai de même pour les autres Machines dont je ne donnerai pas des développemens particuliers pour mieux appercevoir leur compoſition. Je ne ferai pas non plus mention préſentement des calculs pour eſtimer la force qui doit mettre en mouvement ces ſortes de chapelets, rélativement à la grandeur des barillets, & à leur nombre qui dépend de la hauteur où on veut élever l'eau, parce que j'ai traité tout ce qu'on peut dire de théorie ſur ce ſujet au commencement du ſecond Volume, à l'occaſion des Machines mûes par le vent; ainſi pour éviter les répetitions, je m'en tiendrai à cette ſimple deſcription.

Deſcription de la Machine à chapelet, exécutée à Rochefort pour épuiſer les eaux de la forme.

748. L'on a conſtruit à Rochefort en 1722 une Machine pour épuiſer les eaux des nouvelles formes, compoſée de trois chapelets dans le goût du précedent, mûs par des chevaux à l'aide de pluſieurs roues & lanternes. Le deſſein en ayant été remis au Bureau des Fortifications, M. Marchand qui en eſt le premier Commis, me l'a communiqué ſans autre explication que celle qu'on pouvoit tirer d'une légende relative aux plans & profils que l'on trouve exprimés ſur la planche cinquiéme, qui comprend ſeulement les parties eſſentielles de la Machine, ayant ſupprimé toutes celles du bâtiment qui n'avoient rien d'intéreſſant, afin de pouvoir réunir ſur une ſeule planche tout ce qui devoit être apperçu d'un même coup d'œil.

La premiere figure repréſente un profil de la Machine, coupé ſur la longueur AB du plan exprimé par la ſeconde; la troiſiéme eſt un ſecond profil ſur l'alignement CD, & la quatriéme un troiſiéme ſur l'alignement EF. Comme les lettres ſemblables accompagnent les mêmes parties de la Machine repréſentée dans des ſens différens, en voici l'explication.

PLAN. 5. FIG. 1. 2. 3. & 4.

Digitized by Google

G. Grand arbre vertical.

H. Barres de 15 pieds de long.

I. Hériſſons de 3 pieds de rayon, contenant 48 dents.

K. Lanternes de 15 pouces de rayon, contenant chacune 16 fuſeaux.

L. Rouet de 2 pieds $\frac{1}{2}$ de rayon, contenant 32 dents.

M. Arbres horiſontaux, communs aux rouets L & aux roues N.

N. Roues octogones de 2 pieds $\frac{1}{2}$ de rayon pour porter les chapelets.

O. Sceaux contenans chacun un demi pied cube d'eau.

P. Baſſin qui reçoit l'eau des chapelets.

Q. Aqueduc pour conduire l'eau à la riviere.

R. Autre Aqueduc qui conduit l'eau des formes aux Puiſards.

S. Puiſards.

T. Niches & galeries autour du Puiſard.

V. Couettes pour porter les arbres des roues & lanternes.

X. Rez-de-chauſſée du Bâtiment.

Y. Profil d'une Arcade ſervant de Pont aux chevaux qui font agir la Machine.

Z. Eſcalier pour deſcendre dans le Puiſard.

749. Après cette légende étoit écrit ce qui ſuit; cette Machine eſt compoſée de quatre arbres, trois rouets, un hériſſon, trois lanternes, trois roues octogones, *& de trois chapelets garnis chacun de 30 Sceaux, formant une chaîne de 10 toiſes, tournée par quatre chevaux, qui élevent en une heure à 24 pieds de hauteur dans le baſſin P 1296 pieds cubes d'eau.*

Quant au jeu de la Machine, il eſt aiſé de voir que l'hériſſon I étant mis en mouvement, fait tourner les trois lanternes K auec leſquelles il s'engraine, & que ces lanternes donnent le mouvement au rouet L, par conſéquent aux roues N qui font monter l'eau.

750. N'ayant point trouvé de développement particulier des ſceaux dans le deſſein qu'on m'a donné, j'ai été en peine de ſçavoir de quelle maniere, après s'être remplis, ils ſe vuidoient dans le baſſin P; mais y ayant un peu penſé, la premiere & la quatriéme Figure m'ont fourni des idées pour tracer la cinquiéme.

Chaque ſceau eſt une eſpece de tambout fait de planches, compoſé de deux fonds oppoſés, comme ABCDEF, unis enſemble par 6 faces, liées par des équerres de fer, le tout formant un priſme, dont l'épaiſſeur va en retréciſſant depuis l'arrête GA juſqu'à l'autre oppoſée HD. PLAN. 5. FIG. 5.

Digitized by Google

Contre les deux fonds ſont attachées des bandes de fer IN, LO chacune de deux pieds de longueur, percées à leurs extrémités pour recevoir des boulons KL, leſquelles traverſant auſſi les bandes qui répondent aux ſceaux adjacens, forment les nœuds de la chaîne du chapelet.

Un des fonds de chaque ſceau, du côté qui répond au baſſin, eſt percé d'un trou, qui ſera ſi l'on veut de la grandeur du triangle CDE, pour que les ſceaux puiſſent ſe remplir & ſe vuider plus promptement; quand ils deſcendent leur ouverture eſt en bas, & après qu'ils ſe ſont remplis, elle ſe trouve en haut; alors étant parvenus au ſommet des roues qui les portent, l'eau jaillit de côté, & va tomber dans le baſſin.

751. Si l'on conſidere cette Machine avec un peu d'attention, on ſera ſans doute ſurpris de voir que mûe par 4 chevaux, ſon effet ſe réduiſe à n'élever que 1296 pieds cubes d'eau par heure à une hauteur de 24 pieds, tandis que dans l'article 745, nous avons déduit d'une expérience dont j'ai été témoin, que quatre hommes pouvoient en élever 926 dans le même tems, & à la même hauteur: or ſi l'on cherche le rapport de ces deux nombres, on le trouvera celui de 7 à 5, qui montre que quatre chevaux n'épuiſent ici que deux cinquiémes en ſus, de ce que peuvent épuiſer quatre hommes.

Pour juger de l'effet de cette Machine par une regle générale, nous commencerons par chercher la quantité de mouvement du poids qu'elle éleve, afin de la comparer à la quantité de mouvement que doivent avoir naturellement les quatre chevaux qui la font agir.

752. Chacun des chapelets, n'ayan jamais en montant que 12 ou 13 ſceaux remplis d'eau, les trois enſemble n'en ſoutiendront qu'environ 19 pieds cubes dont le poids eſt 1330 lb.

Puiſque les trois chapelets élevent 1296 pieds cubes d'eau en une heure, chacun n'en fera monter que 432 dans le même tems; & un ſceau ne contenant qu'un demi pied cube, il faudra pour
PLAN. 5. cela qu'il en monte 864: or comme 3 ſceaux occupent une toiſe de longueur, puiſqu'il en faut 30 pour une chaîne de 10 toiſes; (749) diviſant 864 par 3, l'on aura 288 toiſes pour la viteſſe du poids de l'eau, dont la quantité de mouvement ſera exprimée par 383040.

La quantité de mouvement d'un cheval ordinaire étant exprimée par 306000, (124) celle de 4 chevaux le ſera par 1224000, qui étant comparé à 383040, l'on trouvera, en faiſant abſtraction des

des frottemens, que l'effet de cette Machine n'eſt pas ſeulement les trois dixiémes de l'effet naturel de la puiſſance qui la meut.

La Machine étant fort compoſée, on ſeroit porté à croire qu'une auſſi grande différence vient de ce que la plus grande partie de la force motrice eſt employée à ſurmonter les frottemens, ſi on ne ſentoit en même tems qu'il n'eſt pas poſſible que la réſiſtance qui peut venir de cette part, aille jamais juſques-là. Il y a bien plus d'apparence que faute d'avoir fait un calcul exact de cette Machine pour connoître la puiſſance qui devroit la mettre en mouvement, on employe, ſans le ſçavoir, plus de chevaux qu'il n'en faut; auſſi vais-je prouver que deux ſuffiroient au lieu de quatre.

Calcul de la même machine.

753. Le rayon des roues qui portent le chapelet étant égal à celui des rouets, (748) la réſiſtance que les fuſeaux des lanternes K trouveront à faire tourner les roues L, ſera égale au poids qu'il faut multiplier par $\frac{19}{18}$ à cauſe qu'il y a un engrainement; (290) l'on aura $1330 \times \frac{19}{18}$ pour cette réſiſtance, qui ſera égale à celle que les dents de l'hériſſon I éprouveront à faire tourner les mêmes lanternes, parce que leur diamétre ſe réduit à un levier, dont le point d'appui eſt au milieu; & comme ce ſecond engrainement occaſionne un ſecond frottement, il faut encore multiplier le produit précedent par $\frac{19}{18}$ pour avoir $1330 \times \frac{19}{18}{}^2$ (292, 293) ou 1428 ℔ pour le poids réduit à l'extrémité du rayon de l'hériſſon, qui étant de 3 pieds, & le bras de levier de la puiſſance de 15, cette puiſſance ne ſera que la cinquiéme partie du poids, c'eſt-à-dire de 296 ℔. PLAN. 5.

Deux chevaux au lieu de 4 devroient ſuffire pour faire aller cette Machine.

754. Comme j'ignore la charge que ſoutient la crapaudine, & les couſſinets des tourillons, je n'en ai point calculé le frottement, dont la réſiſtance réduite à l'extrémité d'un bras de levier de 15 pieds ne peut être qu'un fort petit objet, eu égard à celui que cauſent les engrainemens; mais je ſuis bien aſſuré que la puiſſance n'employera jamais 24 ℔ de force pour le ſurmonter; cependant nous ne laiſſerons pas que de compter ſur cette eſtimation, qui étant ajoutée à 296 ℔, donne 320 ℔ pour la force de la puiſſance; & comme deux chevaux en ont enſemble une de 340 ℔, l'on voit qu'elle excede de 20 ℔ celle qu'il faut pour mouvoir la machine. J'ajouterai même qu'ils pourront donner plus de 1330 pieds cubes d'eau en une heure, ſi on les entretient dans la viteſſe qu'ils doivent avoir, qui eſt une ſujettion à laquelle il paroît qu'on n'a pas eu égard, comme on en va juger.

Digitized by Google

755. Les roues des chapelets étant octogones, chacune fera monter 8 ſceaux ou 4 pieds cubes d'eau dans une révolution; & comme nous avons vû qu'elle en élevoit 432 en une heure, il faut donc qu'elle faſſe 108 tours dans le même tems; d'autre part chaque rouet ayant 32 dents, & l'hériſſon 48, l'un & l'autre agiſſant ſur les fuſeaux d'une même lanterne, la viteſſe du rouet ſera à celle de l'hériſſon dans la raiſon réciproque de 48 à 32, ou de 3 à 2; d'où il ſuit que le rouet faiſant 108 tours en une heure, l'hériſſon, par conſéquent les chevaux n'en feront que 72 dans le même tems; & comme dans chacun de ces tours ils décriront une circonférence de 15 $\frac{1}{7}$ toiſes, ils n'auront donc par heure qu'une viteſſe de 1131 toiſes, au lieu qu'elle devroit aller au moins à 1800.

La viteſſe des chevaux qui font aller cette Machine, eſt inferieure à leur viteſſe naturelle.

J'ai crû devoir entrer dans le détail qu'on vient de voir, pour montrer de quelle maniere il faut s'y prendre, lorſqu'on veut examiner ſi une machine mûe par des chevaux fait tout l'effet qu'on en doit attendre; je pourrois auſſi montrer que deux chevaux appliqués à une Machine beaucoup plus ſimple, épuiſeroient une bien plus grande quantité d'eau; mais je laiſſe cette recherche aux Lecteurs éclairés, qui ne manqueront pas d'en découvrir le moyen, ſur-tout quand ils auront vû le ſecond Volume.

Au reſte, je ſoumets tout ce que je viens de dire à la cenſure des perſonnes intelligentes qui ſont à portée d'examiner cette machine ſur les lieux, n'en ayant pû juger que ſur les trois articles de la légende, qui ſont 1°. *Que chaque ſceau contient un demi pied cube d'eau.* 2°. *Que la Machine éleve par heure 1296 pieds cubes à 24 pieds de hauteur.* 3°. *Qu'elle eſt miſe en mouvement par 4 chevaux.*

Après avoir expliqué les différentes ſortes de chapelets dont on peut faire uſage, il me reſte à décrire les autres Machines répandues ſur les planches qui accompagnent ce chapitre, que j'ai moins rapporté comme des modeles à ſuivre, que pour y joindre des réflexions utiles ſur leurs avantages & leurs défauts.

Deſcription d'une pompe pour les épuiſemens.

PLAN. 3. FIG. 6. & 7.

756. La ſixiéme Figure de la Planche troiſiéme eſt une eſpece de pompe pour élever l'eau par aſpiration, dont j'ai vû faire l'eſſai à la conſtruction d'une écluſe. Quatre planches bien jointes, calfatées & liées avec des équerres de fer, formant une buſe qui a intérieurement 9 pouces en quarré, compoſent le corps de cette pompe; au fond eſt une petite planche C, garnie de cuir tout au tour, ſervant de ſoupape, qui repoſe ſur un chaſſis fixe auquel elle eſt attachée avec deux pentures. L'effet de cette ſoupape dépend

Digitized by Google

d'un *puiſard* ou *piſton* B qui n'eſt autre choſe qu'un petit coffre ſans fond auſſi garni de cuir : ayant un couvercle E qui tient lieu d'une ſeconde ſoupape. Ce coffre eſt attaché à deux bandes de fer, à travers leſquelles paſſe une barre de bois D, qui facilite aux manœuvres le moyen de lever & de baiſſer le piſton dont le jeu eſt de 16 pouces.

Cette pompe étant placée à un endroit où l'on veut faire un épuiſement, de maniere que la ſoupape C ſoit ſubmergée, on remplit d'eau tout le corps de la buſe afin de chaſſer l'air ; après quoi le piſton étant mis en mouvement, l'eau de la ſource monte, & ſort par le canal de décharge F, ce qui arrive par le jeu alternatif des deux ſoupapes, comme on le va voir.

Lorſqu'on baiſſe le piſton, la ſoupape C ſe ferme, & l'autre E s'ouvre ; l'eau de la buſe paſſe au-deſſus du piſton, lequel étant levé, ſa ſoupape ſe referme, & celle d'en bas s'ouvre par l'action du poids de l'air qui contraint l'eau de la ſource de monter dans la buſe, peu après lorſque le piſton vient à deſcendre, la ſoupape d'en bas ſe referme, celle d'en haut s'ouvre, & il arrive la même manœuvre que ci-devant.

757. Celui qui a imaginé cette machine qu'il croyoit bien préférable à un chapelet vertical, ayant donné au piſton 9 pouces en quarré & 16 pouces de jeu, afin qu'à chaque relevée il épuiſât les trois quarts d'un pied cube d'eau, dont la peſanteur eſt à peu près de 52 ℔, s'étoit imaginé que deux hommes le feroient aiſément mouvoir, n'ayant chacun à ſoutenir qu'environ 26 ℔ d'eau ; mais lorſqu'on en vînt à l'exécution pour élever l'eau à 8 pieds, ſon étonnement fut extrême de voir que bien loin que deux manœuvres fiſſent jouer le piſton avec aiſance, comme il s'y étoit attendu, huit hommes ne le pouvoient mouvoir qu'avec beaucoup de peine, le nombre des relevées n'allant tout au plus qu'à 20 par minute ; ce qui répond à un épuiſement de 15 pieds cubes dans le même tems, & qui auroit été de 900 par heure, ſi les manœuvres avoient pû pouſſer le travail juſques-là ſans perdre haleine ; mais il fallut abandonner la machine & multiplier les chapelets, pour ne point ſe laiſſer gagner par l'abondance des eaux d'un grand nombre de ſources qui rendoient l'exécution du travail extrémement penible.

Effet ſurprenant de cette Pompe.

PLAN. 3. FIG. 6.

Cet effet paroîtra ſans doute bien ſingulier à ceux qui ignorent la théorie des pompes ; car il eſt peu de Machines plus ſimples que celle-cy, la puiſſance étant immédiatement attachée au poids, & qui ſoit en apparence moins ſuſceptible des recherches abſtrai-

tes que paroît offrir dans les autres les engrainemens & les différens bras de levier.

758. La grande réſiſtance qu'oppoſoit le piſton de cette pompe venoit de ce que les manœuvres, au lieu de n'avoir à ſoutenir que les trois quarts d'un pied cube d'eau ſoutenoient un poids équivalent à celui de toute la colomne que contenoit la buſe, dont la peſanteur étoit de 315 ℔, ſans appercevoir de quelle part ce poids pouvoit provenir; auſſi n'étoit-il pas ſenſible aux yeux; quoiqu'ils en ſentiſſent bien la réalité. On en trouvera la cauſe clairement expliquée dans le premier Livre du ſecond Volume, que je n'aurois pû rapporter ici ſans une trop longue digreſſion, parce que pour l'entendre, il faut être prévenu de pluſieurs connoiſſances, dont je n'ai pas encore fait mention.

J'ai crû devoir parler de la pompe précedente, pour donner un exemple de l'illuſion de la plûpart de ceux, qui ſans avoir aucun principe des choſes, s'imaginent qu'il leur eſt reſervé d'operer des merveilles: cependant, comme ce n'eſt que par la comparaiſon des effets de deux machines qui ont une même fin, qu'on peut ſe déterminer en faveur de celle qui mérite la préference, je vais faire une parallele de la pompe dont nous parlons avec le chapelet qui eſt à côté.

Parallele de l'effet de la même pompe à celui d'un chapelet vertical.

759. L'on a vû dans les articles 742, 743, que ce chapelet mû par quatre hommes, épuiſoit à une hauteur de 8 pieds 2780 pieds cubes d'eau en une heure, & qu'ils ſoutenoient enſemble une colonne d'eau réduite à 48 ℔, au lieu qu'ici 8 manœuvres n'ont pû avec un travail forcé, parvenir à épuiſer 900 pieds dans le même tems, & à la même hauteur; cela vient,

PLAN. 3. FIG. 4. 5. & 6.

1°. De ce que les 4 manœuvres appliqués aux manivelles ne ſoutenoient que le poids de 12 ℔, ſans être chargés de celui de la chaîne du chapelet qui ſe trouve en équilibre avec elle même ſur l'hériſſon dedans & dehors la buſe, au lieu qu'à la pompe chaque manœuvre ſoutenoit environ 46 ℔, parce qu'indépendamment de la charge de 39 ℔ d'eau, il portoit auſſi ſa part du poids du piſton, qui peſoit à peu près 50 ℔, & n'étoit ſoulagé par aucun bras de levier.

2°. Les quatre manœuvres du chapelet faiſoient faire 55 révolutions à la manivelle dans une minute, & l'eau ne diſcontinuoit pas de monter, au lieu que les huit manœuvres de la pompe avoient bien de la peine à faire monter & deſcendre le piſton vingt fois dans le même tems, dont près de la moitié employée pour ſa deſcente étoit en pure perte.

Digitized by Google

C'eſt la combinaiſon des déſavantages que nous venons de remarquer dans cette pompe, qui eſt cauſe que 8 hommes n'ont pû faire le tiers de l'effet de quatre, au lieu que les mêmes bras appliqués à deux chapelets euſſent épuiſé par heure, & avec un travail moderé 5560 pieds cubes.

Reflexion ſur les machines propres aux Epuiſemens.

760. Je laiſſe à penſer à ceux qui ont la conduite des grands travaux, combien il eſt dangereux de ſe laiſſer éblouir par les avantages qu'on voudroit attribuer à des nouvelles machines, à l'excluſion des anciennes, puiſque ſi on les adopte ſans une parfaite connoiſſance de la force qu'il faudra pour les mouvoir & du plus grand effet dont elles peuvent être capables; l'on riſque de faire un mauvais emploi du tems qui eſt toujours précieux en pareil cas, & de multiplier la dépenſe fort mal-à-propos. C'eſt auſſi dans le deſſein d'inſinuer cet eſprit d'exactitude qui fait juger des choſes, telles qu'elles ſont en elles-mêmes, pour les apprécier à leur juſte valeur, qu'il m'arrive quelquefois de m'étendre ſur des ſujets qui paroiſſent ne rien avoir de recommandable, mais qui ſont propres à faire naître des réflexions judicieuſes.

Je crois qu'il n'eſt pas beſoin d'entrer dans un plus long détail, pour faire ſentir combien le chapelet eſt préferable à la pompe qu'on vient de voir; cependant, comme on peut la rendre utile moyennant quelque correction, & la faire exécuter à peu de frais; voici une autre maniere d'en mouvoir le piſton.

Autre pompe à l'imitation de la précedente, mais moins imparfaite.

761. La manivelle A répond à l'eſſieu d'un pignon C qui s'engraine avec une roue dentée D, dont l'eſſieu eſt commun à deux autres roues E & F, n'ayant des dents qu'au tour de la moitié de leur circonférence, & cela dans un ſens oppoſé, afin que dans le tems que l'une commence à s'engrainer avec les *coches* d'une des regles H, l'autre s'échappe & tombe; ce que la premiere fera de même à ſon tour.

PLAN. 3. FIG. 1.

A ces regles ſont attachés des puiſards I, qui agiſſent chacun dans une buſe ſéparée, repréſentée par la ſeconde figure, & dont l'intérieur eſt developpé par la troiſiéme, où l'on voit les ſoupapes L & K, dont l'effet eſt le même que celui que nous avons expliqué dans la pompe précedente, quoique placées différemment.

Comme ces puiſards agiront alternativement, on voit que l'eau montera ſans interruption, & qu'il n'y aura point de tems perdu. Pour que l'un puiſſe deſcendre avec au moins autant de viteſſe que l'autre montera, on chargera s'il eſt néceſſaire chaque regle d'un poids G, & l'on ne ſera pas mal d'accompagner la manivelle

Digitized by Google

d'une volée B, pour en rendre le mouvement plus uniforme.

Cette Machine me paroiſſant un peu trop compoſée, je voudrois ſupprimer le pignon C & la roue D, afin de n'avoir qu'un eſſieu; alors donnant 15 pouces de coude à la manivelle, & 3 au rayon des roues E & F, la puiſſance ſera la cinquiéme partie du poids, & la levée des puiſards de 9 pouces.

Maniere de déterminer les dimenſions de la pompe précedente, eu égard à la puiſſance qui la meut.

762. Se ſervant de deux manivelles, on pourra employer quatre hommes pour faire agir cette machine, dont la force moyenne étant de 100 ℔, pourront élever un poids de 500, qui eſt la plus grande réſiſtance que chaque puiſard doit oppoſer; d'où il ſuit que pour bien regler le mouvement de la machine, il faut que le poids de la colomne d'eau qui aura pour baſe celui d'un des puiſards, & pour hauteur l'élévation de l'eau jointe à la peſanteur propre du puiſard & de ſon équipage, n'excede pas 500 ℔; car ici, comme dans la pompe précedente, la puiſſance aura encore à ſurmonter l'action d'un poids égal à celui de la colomne dont je viens de faire mention, (758) quoiqu'elle ne ſoutienne réellement que l'eau qu'élevera chaque puiſard; ce qui vient encore de la même cauſe dont j'ai renvoyé l'explication au ſecond Volume.

763. Pour déterminer la baſe du puiſard, eu égard aux conſidérations précedentes, nous ſuppoſerons que l'épuiſement doit ſe faire encore à 8 pieds de hauteur, & que chaque puiſard peſe 45 ℔; ainſi il reſtera 455 ℔ pour le poids de la colomne d'eau, qui ſera de 11232 pouces cubes, qui étant diviſé par 96 pouces, hauteur de la colomne d'eau, donne 117 pouces quarrés pour la ſuperficie de la baſe du puiſard qu'on pourra faire de 10 pouces 9 lignes en quarré.

Maxime générale, qu'on doit ſuivre pour la conſtruction des machines.

764. Il ſuit de tout ce que je viens d'inſinuer, que lorſqu'on veut faire le projet d'une machine, il faut 1°. Connoître la force du moteur. 2°. Diſpoſer les parties de la machine, de maniere que l'action du moteur ſoit uniforme & la viteſſe bien ménagée. 3°. Qu'il n'y ait point d'interruption dans l'effet que la machine doit produire, afin de bien employer le tems.

Lorſque ces trois conditions ſeront exactement remplies, peu importe que la machine ſoit ancienne ou nouvelle, qu'elle paroiſſe ingénieuſe ou commune, la plus ſimple ſera toujours la plus eſtimable, parce qu'elle répondra toujours au plus grand effet. (298)

Pluſieurs machines différentes deſtinées à élever l'eau

765. Il eſt fort inutile de ſe tourmenter à chercher les moyens d'élever une grande quantité d'eau avec une force médiocre; je le répete encore, les loix de la Mécanique n'étant autres que celles de la nature, ont des bornes qu'on ne peut paſſer; (122, 124)

Digitized by Google

quand une force eſt limitée, ainſi que ſa viteſſe, on ne doit pas eſperer qu'appliquée à une machine plutôt qu'à une autre, elle ſoit capable d'un plus grand effet; ſi ces deux machines ont le même objet, & qu'elles ſoient également parfaites, la différence qui ſe rencontrera dans leur compoſition n'en mettra aucune dans leurs effets, & c'eſt une erreur de penſer le contraire; car enfin d'où pourroit venir la différence, ſi la force & le tems ſont également employés à élever l'eau à une même hauteur, & pourquoi l'une feroit-elle plus d'effet que l'autre.

à une même hauteur doivent en donner une même quantité ſi elles ſont également parfaites, & mues avec la même puiſſance.

766. Quoique ce principe ſoit bien naturel, il n'eſt pas aiſé d'en convaincre le plus grand nombre des Machiniſtes, parce qu'ils ne font pas réflexion que l'effet d'une machine, ou la quantité de mouvement du poids qu'elle éleve, que ce poids ſoit un corps ſolide ou liquide, eſt toujours égal à l'effet ou à la quantité de mouvement de la puiſſance motrice; & qu'appliquant cette puiſſance à différentes machines, leurs effets ſeront les mêmes, puiſque chacun en particulier ſera égal à celui de la puiſſance.

767. Par exemple, ſi la ſuperficie du cercle du tuyau du chapelet étoit proportionnée au poids de la colomne d'eau que peuvent élever quatre hommes, & que dans la machine précedente on fit enſorte que la puiſſance ne fut point chargée de la peſanteur propre des puiſards, ce qui n'eſt pas difficile à exécuter; cette machine éleveroit dans le même tems préciſément la même quantité d'eau qu'élevera le chapelet: que ſi de ces deux machines il y en a une qui mérite la préference, elle doit être néceſſairement pour le chapelet. 1°. A cauſe de ſa ſimplicité. 2°. Parce que la puiſſance n'eſt chargée uniquement que du poids de l'eau, la chaîne étant portée ſur l'hériſſon.

768. Il ne reſte donc à l'induſtrie de celui qui veut faire le projet d'une machine, que l'heureux choix de la maniere de communiquer le mouvement au poids que l'on veut élever, enſorte que les pieces qu'il faudra employer pour cela n'ayent que le moins de frottement qu'il eſt poſſible, & qu'elles compoſent un tout qui puiſſe être placé commodément dans l'endroit où la machine doit jouer, en n'occupant que la place qu'il lui faut indiſpenſablement.

Deſcription d'une nouvelle pompe pour les épuiſemens.

769. Tandis que je me trouve engagé dans des remarques critiques ſur les machines propres aux épuiſemens, je ſaiſis l'occaſion de parler d'une pompe de nouvelle invention, développée ſur la planche ſixiéme. La premiere Figure en repréſente l'élevation vûe par le derriere, lorſqu'elle eſt toute montée, & la troiſiéme le profil vû de côté. C, eſt une caiſſe percée en différens endroits dans

PLAN. 6. & 3.

Digitized by Google

le fond, & par derriere pour l'entrée de l'eau, afin que les ordures qui s'y trouveroient mêlées ne la ſuivent pas; le devant de cette caiſſe eſt fait en portion de cercle, ayant pour centre celui des tourillons d'un clapet E diſtinctement repréſenté par la ſeconde Figure; ce clapet dans le milieu duquel eſt une ſoupape, eſt mis en mouvement par le moyen des leviers F, F.

Sur la caiſſe eſt attaché un tuyau A ou B, ayant au fond une ſoupape G, qui s'ouvre & ſe ferme alternativement avec celle du clapet. Quand ce clapet baiſſe, ſa ſoupape s'ouvre, & l'eau paſſe à travers; quand il hauſſe, cette ſoupape ſe referme, & l'eau qui eſt au-deſſus ne peut plus ſortir de la partie de la caiſſe où elle eſt renfermée, que l'on remplit entierement par une ſemblable manœuvre. Alors continuant à faire jouer le clapet, l'eau qui ſe trouve foulée contre la ſurface ſuperieure de la caiſſe ouvre la ſoupape G, paſſe dans le tuyau où elle monte inſenſiblement juſqu'à la décharge; car étant une fois entrée dans ce tuyau, elle n'en peut plus ſortir, la ſoupape G ſe refermant toutes les fois que le clapet baiſſe. Je paſſe ſous ſilence les pieces qui peuvent rendre cette pompe ſolide & commode, les Figures en diſant aſſez pour ne pas m'y arrêter.

L'effet de la pompe précedente eſt moindre que celui de la puiſſance qui la meut.

770. L'Auteur de cette pompe, croyant avoir fait une découverte bien importante, la fit jouer avec beaucoup de myſtere devant pluſieurs perſonnes de marque qui paroiſſoient s'y intéreſſer, la jugeant fort utile pour les Ouvrages de la fortification de la Place où on en fit l'eſſai. J'ignore qu'elle en a été la ſuite, mais je ferai obſerver qu'elle a deux défauts eſſentiels. Le premier, que l'eau ne monte que par intervalle quand le clapet ſe leve, le tems qu'il met à deſcendre étant en pure perte; le ſecond auquel on n'a peut-être point fait attention, que la puiſſance ne peut jamais produire un effet proportionné à la force qu'elle employe pour faire jouer le clapet, parce qu'elle a à ſurmonter le poids de la colonne d'eau qui auroit pour baſe la ſuperficie du clapet, & pour hauteur celle du tuyau, comme on en ſera convaincu, en ſe rappellant ce qui a été dit dans les articles 349, 352, au lieu que ſelon l'expoſé de l'Auteur elle ne devoit ſoutenir ſeulement que le poids de celle que comprend le tuyau, ce qui eſt bien différent.

Pour peu que l'on faſſe réflexion à ces deux inconvéniens, l'on conviendra que la même puiſſance appliquée à un chapelet vertical, ſera capable d'un bien plus grand effet, parce que la réſiſtance qu'elle aura à ſurmonter ſera proportionnée à la baſe & à la

la hauteur d'une colomne d'eau qui montera ſans interruption.

Examen des machines appellées Hollandoiſes ou Epuiſe-Volantes.

771. Quand les Epuiſemens ne doivent ſe faire qu'à une hauteur médiocre, on a recours à des Machines beaucoup plus ſimples que les précedentes: le fréquent uſage que l'on fait en pareil cas de celle que l'on nomme *Hollandoiſe*, m'engage d'en parler, quoique fort connue.

PLAN. 6.

Elle eſt compoſée de cinq morceaux de planches, formant enſemble une eſpece de *Cuillere* enmânchée d'une gaule ſuſpendue à 3 perches, liées enſemble de la maniere qu'on le voit exprimé dans le deſſein.

FIG. 5.

Comme la manœuvre de cette Machine ſe réduit à la balancer & à la diriger de façon qu'après avoir puiſé l'eau, elle la jette de l'autre côté du batardeau, je ne m'y arrêterai pas; j'ajouterai ſeulement qu'un manœuvre ne peut épuiſer en deux *vibrations* qu'un demi pied cube d'eau pendant le tems de 4 ſecondes; ce qui revient à 450 pieds par heure.

772. L'on voit que cette Machine, dont beaucoup de gens font cas, ne répond pas au grand avantage qu'on croit en tirer, en ayant pluſieurs fois calculé l'effet; il m'a paru qu'il ne pouvoit gueres aller plus loin que celui que nous venons d'eſtimer, & même le plus ſouvent y employe-t'on deux hommes.

Si l'on ſe rappelle encore (742) que quatre Manœuvres appliqués à un chapelet peuvent épuiſer par heure 2780 pieds cubes à 8 pieds de hauteur, ce qui revient à 695 pour l'effet de chacun; l'on conviendra qu'il s'en faut beaucoup que celui qui fait agir l'Hollandoiſe puiſſe aller juſques-là, quoiqu'il n'éleve l'eau qu'à quatre pieds : cela vient de ce que l'on perd ici près des trois quarts du tems, parce que la puiſſance ramene l'Hollandoiſe vuide, laquelle fait encore enſuite ſans agir une demie vibration pour aller puiſer l'eau, qui ne peut d'ailleurs monter que par une ligne courbe, c'eſt-à-dire par le chemin le plus long; cependant l'on a coutume de juger de l'effet de cette Machine par la célérité de ſon mouvement, ſans faire attention que la plus grande partie n'y contribue qu'indirectement.

Uſage des auges à ſoupape pour les Epuiſemens.

773. Il y a encore une autre maniere d'élever l'eau à 3 ou 4 pieds de hauteur, par le moyen d'une eſpece d'auge dont le plan & l'élévation ſont repréſentés par les Figures ſixiéme & ſeptiéme: au fond eſt une ſoupape ou petite trape A, qui s'ouvre quand on plonge dans l'eau la partie de l'auge à laquelle elle répond, & qui ſe referme quand on releve l'auge pour faire couler de l'autre côté du batardeau l'eau qu'on a puiſé.

PLAN. 6. FIG. 6. & 7.

Pour ne point perdre le tems que l'auge employe à deſcendre; on peut la faire double, comme elle eſt repréſentée dans la quatriéme Figure, où l'on voit qu'elle doit balancer ſur un eſſieu par le moyen de deux hommes appliqués à chaque bout; comme l'eau doit ſe vuider par un trou qui répond à cet eſſieu, il en coulera ſans ceſſe, parce que tandis qu'un côté en fournira, l'autre en puiſera de nouvelle.

FIG. 4.

La maniere la plus prompte de faire les épuiſemens eſt à force de bras, ſans le ſecours d'aucune Machine, lorſqu'il ne faut élever l'eau qu'à une hauteur médiocre.

774. Quand on eſt obligé de faire des épuiſemens dans un terrein où les ſources ſont abondantes, & où l'eau peut être élevée à 3 ou 4 pieds, comme dans les deux exemples précedens, il n'y a point de voie plus expéditive que de faire travailler avec beaucoup de vigueur un grand nombre de manœuvres, à qui l'on met en main des *baquets*, *ſceaux*, *vans*, & autres inſtrumens propres à puiſer l'eau, ſur-tout quand on veut travailler dans la mer, où il faut agir avec toute la diligence poſſible pour profiter de quelque heure que l'on peut ſeulement gagner par jour, & où les machines ne peuvent gueres être d'uſage par la difficulté de les ſoutenir contre l'impétuoſité des flots qui pourroient tout-à-coup les emporter & les mettre en pieces; comme cette manœuvre eſt des plus ſimples, & qu'elle ſe trouve ſenſiblement exprimée ſur la planche ſeptiéme, ce ſeroit m'arrêter à la minutie que d'en parler davantage.

PLAN. 7.

Deſcription d'une nouvelle Machine pour élever l'eau.

775. Il y a peu de Machines parmi celles que l'on propoſe tous les jours comme nouvelles, qui le ſoient effectivement; ce n'eſt ſouvent qu'un arrangement de pluſieurs pieces en uſage depuis long-tems, que l'on employe même ſans chercher à les rendre plus parfaites, comme nous le ferons voir dans le ſecond Volume en parlant des Pompes. Ce n'eſt pas que la matiere ſoit épuiſée, ceux qui ont du talent pour ces ſortes de recherches ne manqueront pas de ſujets pour exercer leur ſagacité, nous en voyons un exemple fameux dans la Machine qu'on a inventé depuis peu en Angleterre pour élever l'eau par le moyen du feu : en voici une ſur la planche huitiéme que je n'ai pas deſſein de mettre en parallele avec la précedente, étant fort éloignée d'en avoir le mérite; mais on ne peut lui diſputer celui de ne rien tenir de toutes celles que nous connoiſſons; elle a été imaginée par M. Morel, pour ſervir à épuiſer les eaux juſqu'à une hauteur de 12 à 15 pieds; voici l'explication qu'il en donne.

Elle eſt formée de goutieres en double zigzag, arrêtée aux pieces de bois, A, B, C; chaque goutiere eſt compoſée de trois planches, & aux angles que forment les retours ſont des clapets

PLAN. 8.

Digitized by Google

D, E, F, G, repréſentés au premier zigzag que l'on voit en profil; ces clapets s'ouvrent pour laiſſer entrer l'eau, & enſuite ſe referment afin d'empêcher qu'elle ne deſcende.

Toute la Machine eſt ſuſpendue par des tourillons marqués au point H qui en eſt le centre de mouvement pour la faire agir; deux hommes la tirent alternativement en lui faiſant décrire des vibrations aſſez fortes pour que chaque goutiere s'incline dans un ſens oppoſé à celui où elle ſe trouve quand elle eſt en repos; alors les extrémités I & L paſſent dans l'eau K, la puiſent, & dans le balancement de la Machine, la partie M ſe trouvant plus haute que D, l'eau qui aura été puiſée y coulera, ouvrira le clapet, & dans un mouvement contraire où D ſe trouvera plus elevé que E, le poids de l'eau refermera le premier clapet, & ira couler vers le ſecond E, qu'elle ouvrira pour faire la même choſe qu'auparavant; ainſi elle montera de goutiere en goutiere juſqu'à la ſortie N. Comme la même choſe arrivera au zigzag adoſſé au précedent, dont les retours ſont diſpoſés dans un ſens contraire, il n'y aura point de tems perdu; car tandis qu'un de ces zigzags verſera l'eau dans le Bac O, l'autre en épuiſera de nouvelle.

776. L'avantage que je trouve à cette Machine (continue Mr Morel) c'eſt d'être ſimple, & d'avoir toutes ſes parties en vûe, par conſéquent faciles à réparer. Il faut recouvrir le bout des goutieres vers les clapets, parce que l'eau y coulant avec violence ſuivant la force du balancement, elle ne manqueroit pas de rejaillir & de ſe perdre ſans cette précaution.

On peut mouvoir cette Machine de trois façons, ſoit par le moyen de deux hommes que l'on voit appliqués aux cordes qui tiennent à l'anneau P, du profil vû de côté, ſoit par les cordes pendues au bras Q, ou en pouſſant le bras R; que ſi un bras ne ſuffiſoit pas pour cette derniere maniere, on pourroit en mettre deux ou trois pour faire agir autant d'hommes.

S, eſt l'eſſieu de la Machine qui porte les tourillons.

T, eſt une jonction de deux goutieres vûes en perſpective.

V, eſt un morceau de goutiere, avec l'ouverture pour le paſſage de l'eau.

X, le même morceau garni de ſon clapet.

Y, le profil des gouttieres qui ont 8 pouces de largeur ſur 9 de hauteur, & qu'on peut faire plus grandes ou plus petites ſuivant le beſoin.

Si l'on vouloit faire une analyſe exacte de cette Machine, on pourroit y appliquer une théorie aſſez fine, & qui auroit beaucoup

de rapport à celle qui appartient à la vis d'Archimede; maiss comme elle dépend d'un calcul algébrique fort composé, dont le résultat seroit plus curieux qu'utile, je n'ai pas cru devoir le rapporter ici, vû le peu de fruit qu'on en auroit tiré, puisque tout bien consideré, je donnerois encore la préference au chapelet vertical, parce qu'occupant bien moins de place, il peut être posé indifféremment dans toutes sortes d'endroits, au lieu qu'ici il faut que le puisard ait beaucoup d'étendue & faire un appareil de charpente pour suspendre la machine, dont je n'aurois peut-être pas fait mention, si je n'avois voulu donner des exemples des différentes manieres dont l'eau peut être élevée, pour faire naître de nouvelles idées à ceux qui travaillent sur ce sujet.

Description du tympan dont les anciens se servoient pour les épuisemens.

777. Entre toutes les Machines qui ont été inventées par les anciens pour épuiser l'eau, il paroît que le tympan dont parle Vitruve est celle qui en éleve une plus grande partie à la fois; en voici la description, que je rapporte pour faciliter l'intelligence d'une autre Machine faite à son imitation, mais plus ingénieuse & plus parfaite.

PLAN. 9. FIG. 5.

Le tympan est une grande roue G creuse, formant une espece de tambour, composé de plusieurs ais joints ensemble, bien calfatés & gaudronnés, traversés par un essieu B; l'intérieur de ce tambour est divisé en 8 espaces égaux, par autant de cloisons placées sur la direction des rayons; chaque espace ou cellule a une ouverture A d'un demi pied de superficie, pratiquée dans la circonférence du tambour pour faciliter l'entrée de l'eau; de plus, l'on creuse le long de l'essieu 8 canaux, dont chacun doit répondre à une cellule, afin que l'eau qu'elle contient puisse couler à l'extrémité D, pour se décharger dans le bac E, d'où elle est conduite par l'auge F à l'endroit où l'on veut qu'elle se rende.

Lorsqu'on se sert du tympan pour élever une eau dormante, on l'accompagne d'une autre roue C, dans laquelle des hommes marchent comme dans celle d'une grue; que si l'on a un courant, & qu'on veuille arroser un jardin ou un terrein aride, l'on peut en attachant des aubes sur la circonférence du tympan, le faire tourner en se servant de la force du courant même.

Le tympan est une machine des plus défectueuses.

778. Le principal défaut de cette Machine est d'élever l'eau dans la situation la plus désavantageuse qu'il soit possible; car le poids se trouvant toujours vers l'extrémité du rayon, le bras de levier qui lui répond va en croissant dans le quart de circonference qu'il décrit, pour passer du bas de la roue à la hauteur du centre; ce qui fait que la puissance se trouve dans la mê-

Digitized by Google

me cas que ſi elle étoit appliquée à une manivelle, (108, 107) ainſi elle n'agit point uniformément.

M. de la Faye de l'Academie Royale des Sciences pour corriger ce défaut, a imaginé la Machine que j'ai annoncé, & qui s'eſt préſentée à ſon eſprit après avoir fait ce raiſonnement.

Nouvelle Machine à l'imitation du tympan, mais incomparablement plus parfaite.

779. Quand on développe la circonference d'un cercle, l'on décrit une courbe dont tous les rayons ſont autant de tangentes au cercle, & autant de perpendiculaires à la courbe décrite, (717) qui a pour plus grand rayon une ligne égale à la développée.

Cela poſé, ayant un treuil AB, dont la circonférence ſoit un peu plus grande que la hauteur où on veut élever l'eau, développant cette circonférence, faiſant un canal courbe, dont la courbure ſuive exactement le chemin CDEFG, tracé par la développée : ſi l'une des extrémités de ce canal trempe dans l'eau qu'on veut élever, & que l'autre aboutiſſe au treuil lorſqu'il viendra à tourner, l'eau montera ſelon une direction verticale, tangente au treuil & perpendiculaire au canal en quelqu'endroit qu'elle puiſſe être ; ainſi l'action de ſon poids répondant toujours à l'extrémité d'un rayon horiſontal, qui en ſera le bras de levier conſtant, la puiſſance qui élevera ce poids à l'aide d'une roue ſera toujours la même ; & ſi le rayon de cette roue eſt égal à la hauteur où on veut élever l'eau, par conſéquent égal à la circonférence du treuil, la puiſſance ſera au poids réciproquement comme le rayon du treuil eſt à ſa circonférence, c'eſt-à-dire à peu près comme 1 eſt à 6. PLAN. 9.

780. Selon les vûes de M. de la Faye, la machine doit être compoſée de 4 canaux, comme LKIHC, comme on peut juger par la figure, qui montre que ſi la Machine eſt mûe par un courant dont la direction ſuive celle de la fléche, venant frapper les aubes A de la roue ſur laquelle doivent être appliqués les canaux, l'eau entrera par leur ouverture C, montera de C en E, & puis de E en F ; ainſi de ſuite pour s'aller décharger dans les goutieres. PLAN. 9. FIG. 4.

781. Par cette conſtruction, comme l'obſerve M. de la Faye, le fardeau à élever fait toujours uniformément le même effet qui eſt le moindre qu'il ſoit poſſible ; pendant que la puiſſance eſt appliquée le plus avantageuſement qu'il ſe peut ; & ces deux conditions remplies, font la plus grande perfection qu'on puiſſe deſirer dans une machine. Celle-ci élevant l'eau par le chemin le plus court, lui paroît préferable à la vis d'Archimede qui eſt inclinée, & qui ne ſe vuide que d'une très petite partie de ſon eau,

& demeure chargée du ſurplus qui eſt très-conſiderable, ſur-tout quand elle eſt d'un grand volume, comme il faut qu'elle le ſoit pour en tirer de l'utilité, au lieu que celle-ci ſe décharge de toute ſon eau à chaque tour de roue; & comme elle en peut aiſément fournir un aſſez grand volume, ces avantages la rendent recommandable dans une infinité de cas.

La proprieté de cette Machine montre bien que les ſpéculations des Géometres ne ſont point infructueuſes, comme ſe l'imaginent la plûpart de ceux qui n'ont que de la pratique.

Deſcription d'une roue à godets.

PLAN. 4. FIG. 2. & 4.

782. La roue précedente ſeroit la plus parfaite de toutes celles qu'on peut employer pour épuiſer l'eau, ſi elle n'avoit pas un déſavantage commun avec le tympan, qui eſt de ne la pouvoir élever qu'à la hauteur de ſon demi diamétre. Comme dans bien des occaſions cette roue ne pourroit point ſervir, en voici une autre qui éleve l'eau plus haut que ſon centre, dont l'uſage eſt très-fréquent en Eſpagne.

Sur un côté des Jantes ſont attachés des godets A en forme de boëtes, & de l'autre ſont les aubes I qui reçoivent l'impreſſion du courant EGH, dans lequel trempent les godets qui ſe rempliſſent par un trou qu'ils ont dans l'angle d'une de leur face, & lorſqu'ils ſont parvenus au ſommet de la roue, comme on les voit en B, ils ſe vuident dans un bac CD, d'où l'eau eſt conduite où on la juge néceſſaire.

Toutes les roues à godets qui ſont en uſage ont le défaut de perdre une partie de l'eau qu'elles élevent, parce que les godets s'inclinant à meſure qu'ils montent, la répandent quand ils ont paſſé au-deſſus du centre, & n'en verſent dans le bac qu'environ les deux tiers de celle qu'ils avoient puiſé.

Deſcription d'une autre roue beaucoup plus parfaite que la précedente.

PLAN. 9. FIG. 1. 2. & 3.

783. Pour remédier à cet inconvénient, voici une autre roue accompagnée de ſceaux B ſuſpendus librement à des boulons de fer, traverſant un double rang de jantes, à l'un deſquels ſont attachés les aubes F qui reçoivent le choc du courant GH: comme les ſceaux après s'être remplis s'entretiendront dans leur ſituation naturelle en parcourant la demie circonférence de la roue, il arrivera qu'étant parvenu au ſommet où une barre D les contraint de s'incliner, ils verſeront dans le bac C toute l'eau qu'ils ont épuiſé; & cette opération ne durant qu'un inſtant, l'on voit qu'on peut laiſſer prendre à la roue toute la viteſſe qu'elle peut recevoir du courant, au lieu que celle de la précedente doit être proportionnée au tems qu'il faut aux godets pour ſe vuider.

784. Pour mettre dans un juſte rapport la puiſſance & le poids,

Digitized by Google

afin que cette roue ſoit capable du plus grand effet, il faut après avoir déterminé ſon diamétre rélativement à la hauteur où on veut élever l'eau, déterminer auſſi en nombre pair la quantité de ſceaux qu'on pourra employer, eu égard à la grandeur de la circonférence; & après qu'on aura marqué la poſition de leur centre de mouvement, de maniere qu'ils ſe répondent ſemblablement dans chaque quart de cercle, comme on le voit dans la figure troiſiéme, on tirera les rayons KI, & les perpendiculaires IL, IM, IN, &c. pour avoir les lignes KL, KM, KN, &c. qui ſont les bras de levier des ſceaux, dont la direction répond à leur extrémité, & en même tems les ſinus du complement des angles que les rayons AI forment avec la ligne horiſontale; ainſi l'on pourra ſuppoſer qu'à chaque point L, M, N, &c. on a ſuſpendu des poids dont chacun eſt égal à la peſanteur de l'eau que peuvent contenir deux ſceaux.

Maniere de calculer tout ce qu'il peut y avoir d'intéreſſant dans une roue à eau.

Pour connoître la quantité d'eau que chaque ſceau pourra contenir, il faut prendre les $\frac{4}{9}$ de la force abſolue du courant, c'eſt-à-dire les $\frac{4}{9}$ de la peſanteur du priſme d'eau, qui auroit pour baſe la ſuperficie d'une des aubes, & pour hauteur celle de la chûte, capable d'une viteſſe égale à celle du courant; alors on aura la puiſſance qui doit être en équilibre avec la peſanteur de l'eau des ſceaux d'une demie circonférence. (589, 595)

Cela poſé, on dira, comme la ſomme des ſinus qui ſervent de bras de levier aux ſceaux, eſt au ſinus total, bras de levier de la puiſſance; ainſi cette puiſſance eſt à un quatriéme terme (59) dont il faudra prendre la moitié pour la peſanteur de l'eau que chaque ſceau pourra contenir.

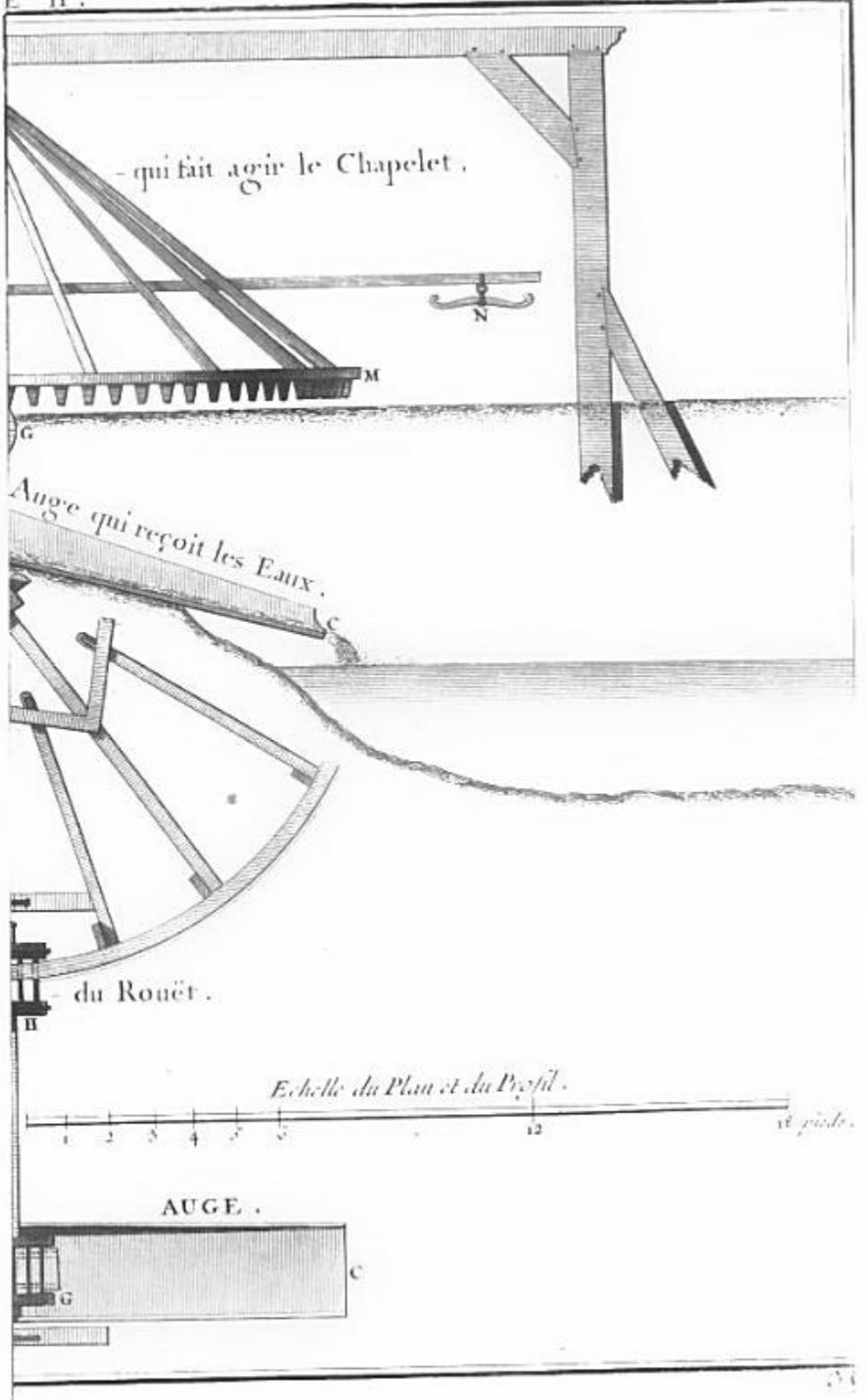
Comme la viteſſe de la roue ſera le tiers de celle du courant, (595) on ſçaura la quantité de tours qu'elle ſera dans un tems déterminé; par conſéquent la quantité d'eau qu'elle élevera dans le même tems, puiſqu'on connoît la capacité des ſceaux & le nombre qui s'en vuidera dans chaque révolution.

L'on trouvera dans le ſecond Volume une autre eſpece de Roue à Eau fort ingénieuſe, exécutée à Liancourt.

785. Il ſemble que ce ſeroit ici le lieu de parler de la *Vis d'Archimede*, qu'on peut regarder comme la Machine la plus ingénieuſe de toutes celles qui nous ſont reſtées des anciens; mais les développemens que j'en ai fait ſe trouvans ſur des Planches, dont les principales Figures appartiennent au Traité des Ecluſes, je me trouve contraint malgré moi de ne pouvoir en donner la deſcription & l'analyſe que dans la ſeconde partie; autrement il auroit

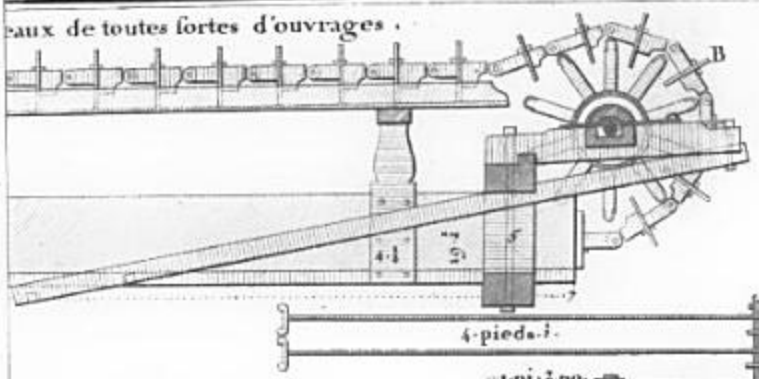
Diſcours préliminaire ſur la Vis d'Archimede.

Digitized by Google

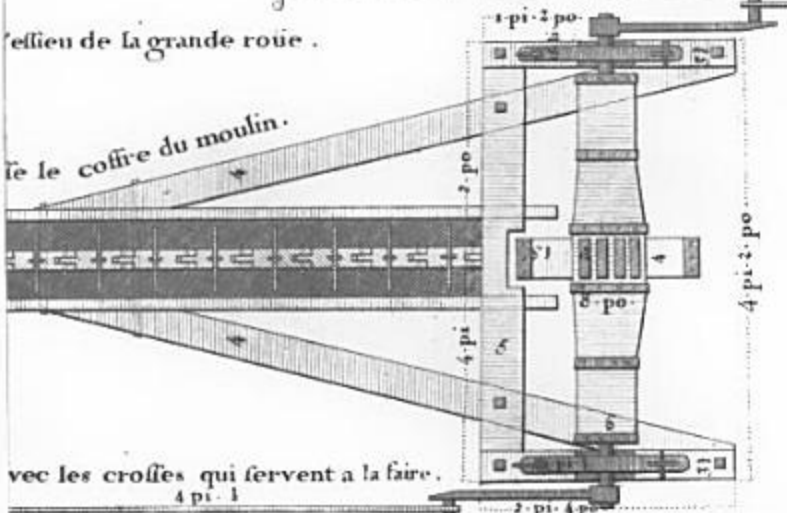

qui fait agir le Chapelet.
N
M
G
Auge qui reçoit les Eaux.
C
du Rouët.
H
Echelle du Plan et du Profil.
1 2 3 4 5 6 12 pieds.
AUGE.
C
G

Digitized by Google

eaux de toutes sortes d'ouvrages.

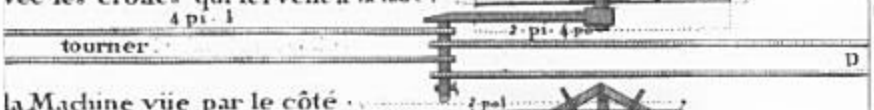


'essieu de la grande roue.



le le coffre du moulin.

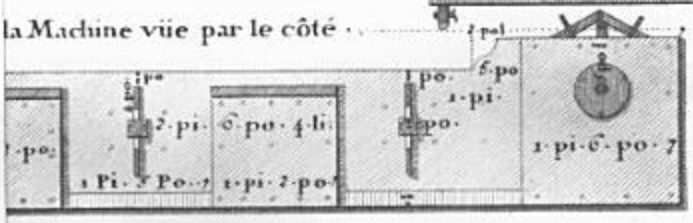
vec les crosses qui servent a la faire.



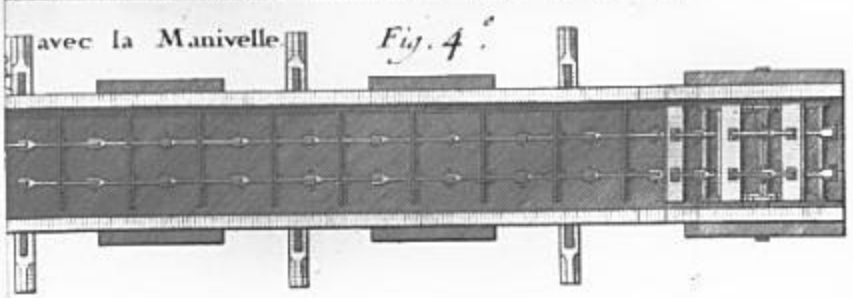
tourner.

D

la Machine vüe par le côté.

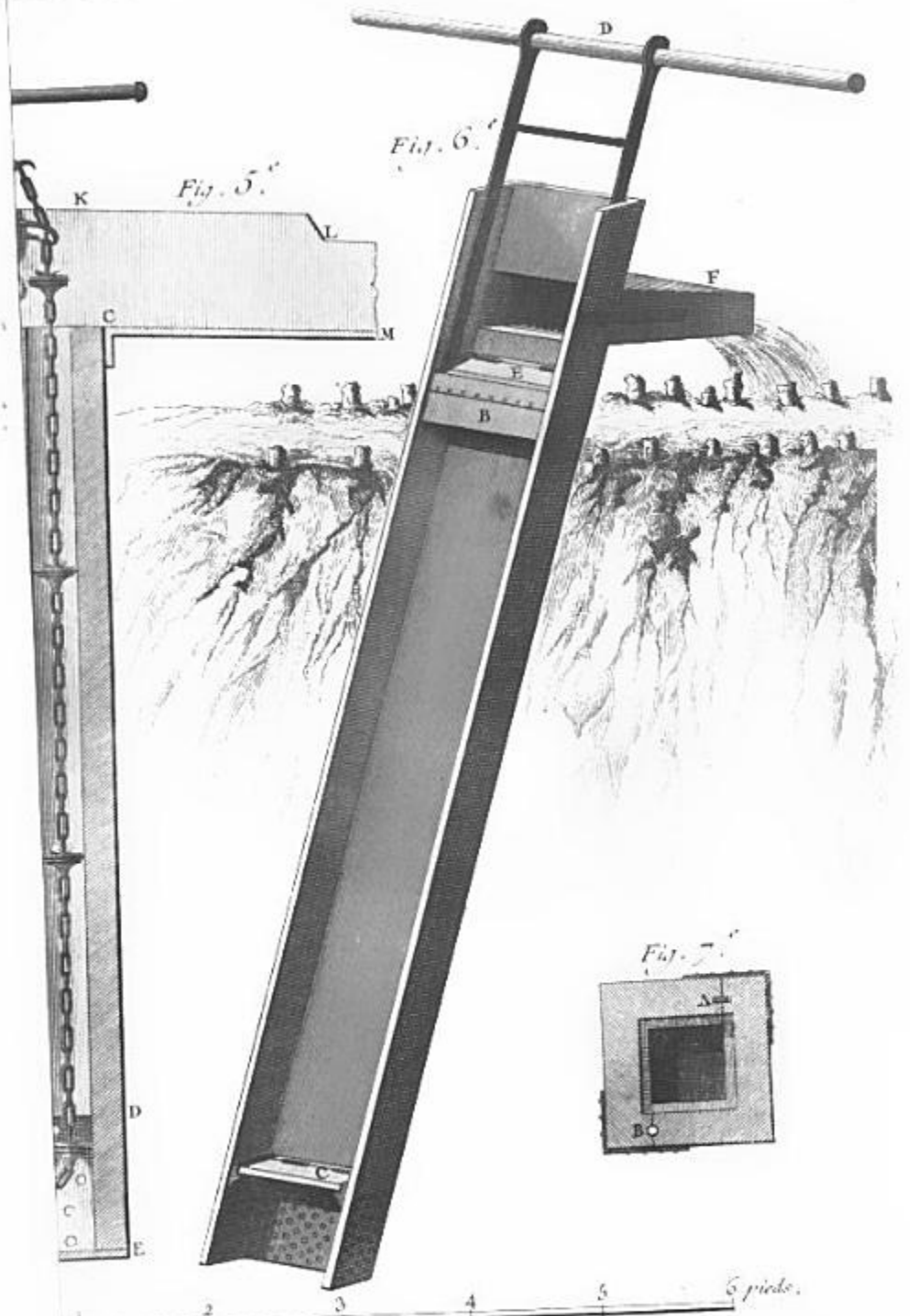


avec la Manivelle *Fig. 4.*



Digitized by Google

Digitized by Google

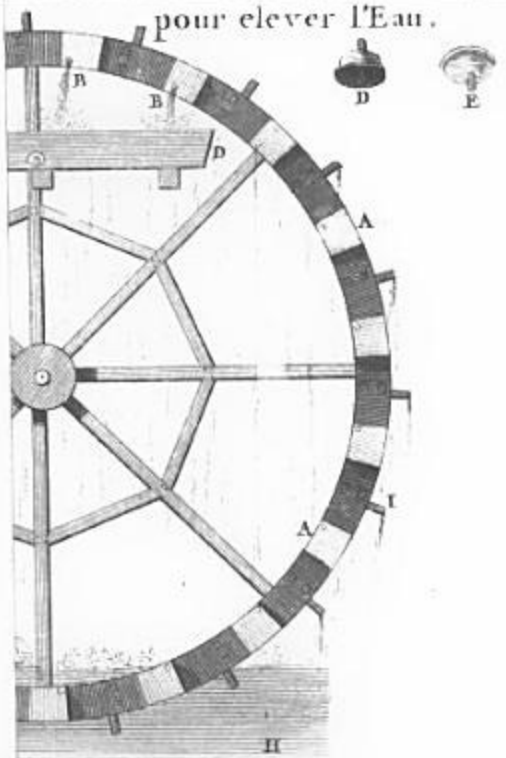


lle des figures 1, 2, 3, 5, 7.

Digitized by Google

Digitized by Google

pour elever l'Eau.



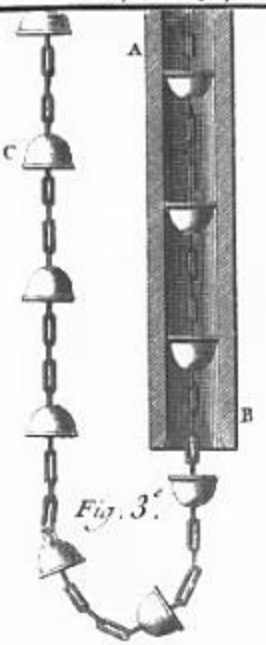


Fig. 3.e

Fig. 5.e

Chapelet emploïé a Marseille pour epuiser les Eaux de la Forme.

Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 4.

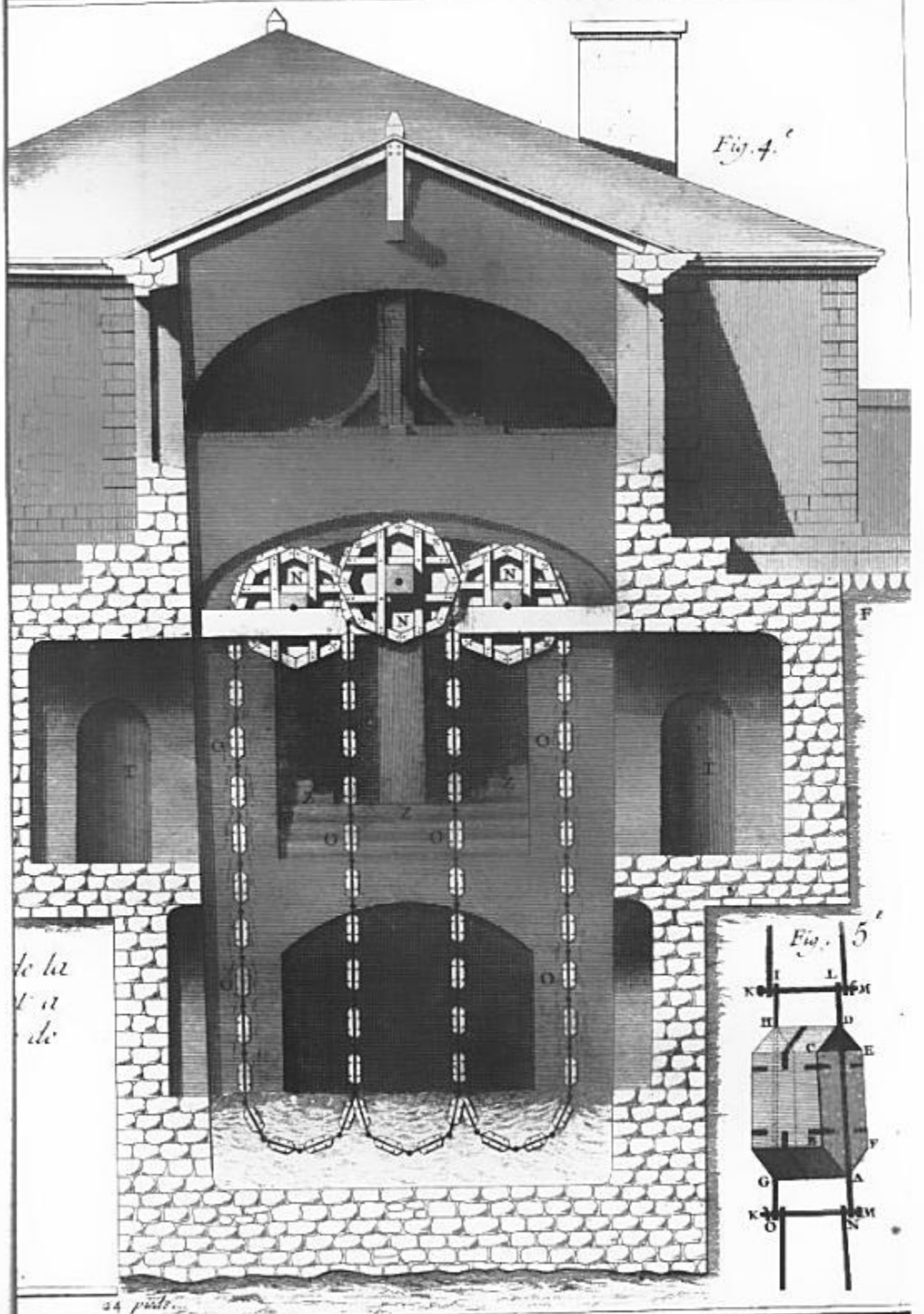


Fig. 5.

de la
d' a
de

24 pieds

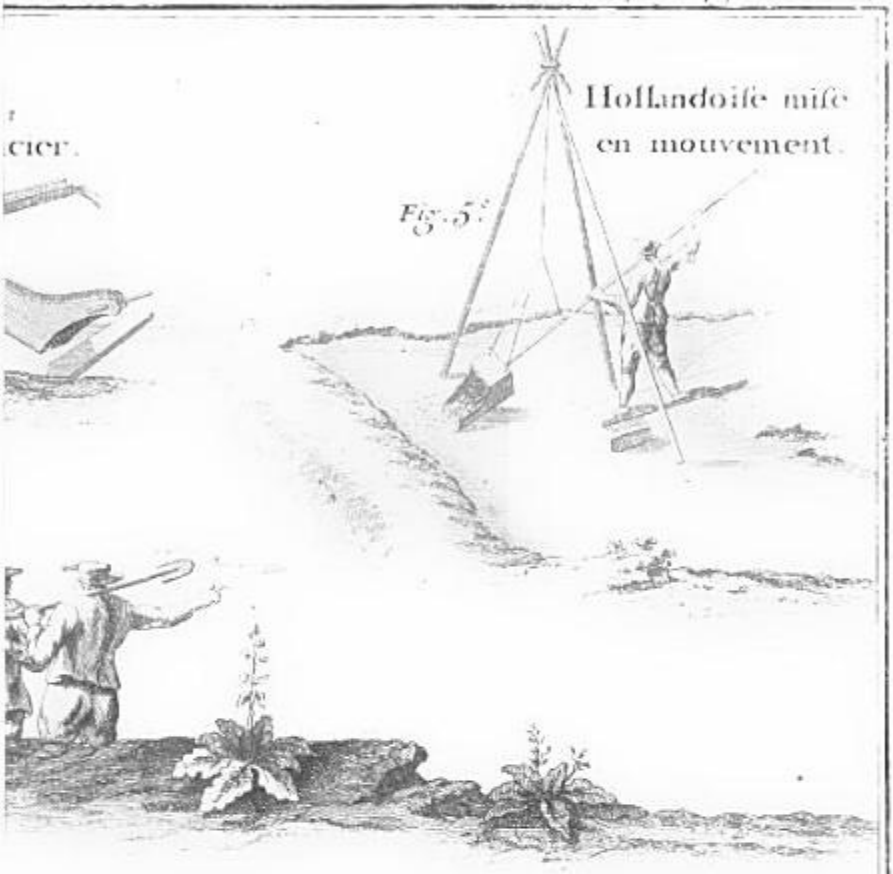
Digitized by Google

Digitized by Google

cier.

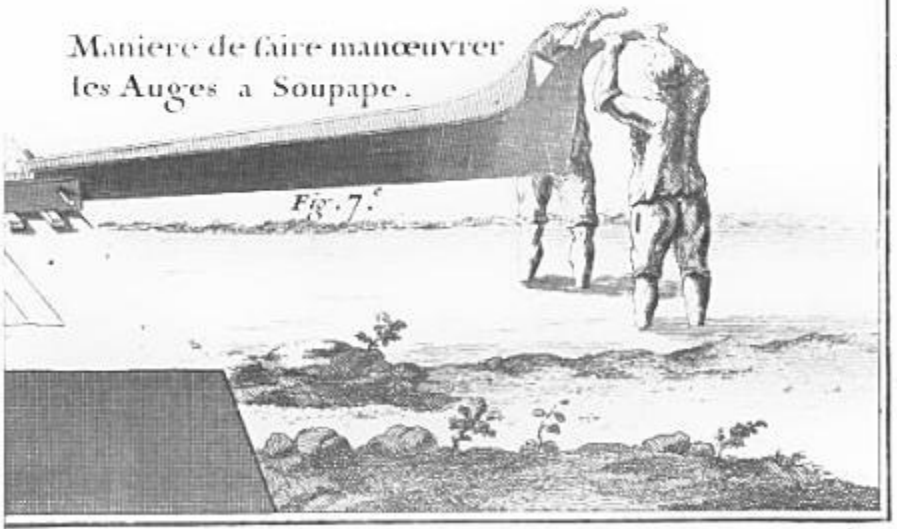
Hollandoise mise en mouvement.

Fig. 5.



Maniere de faire manœuvrer les Auges a Soupape.

Fig. 7.



Digitized by Google

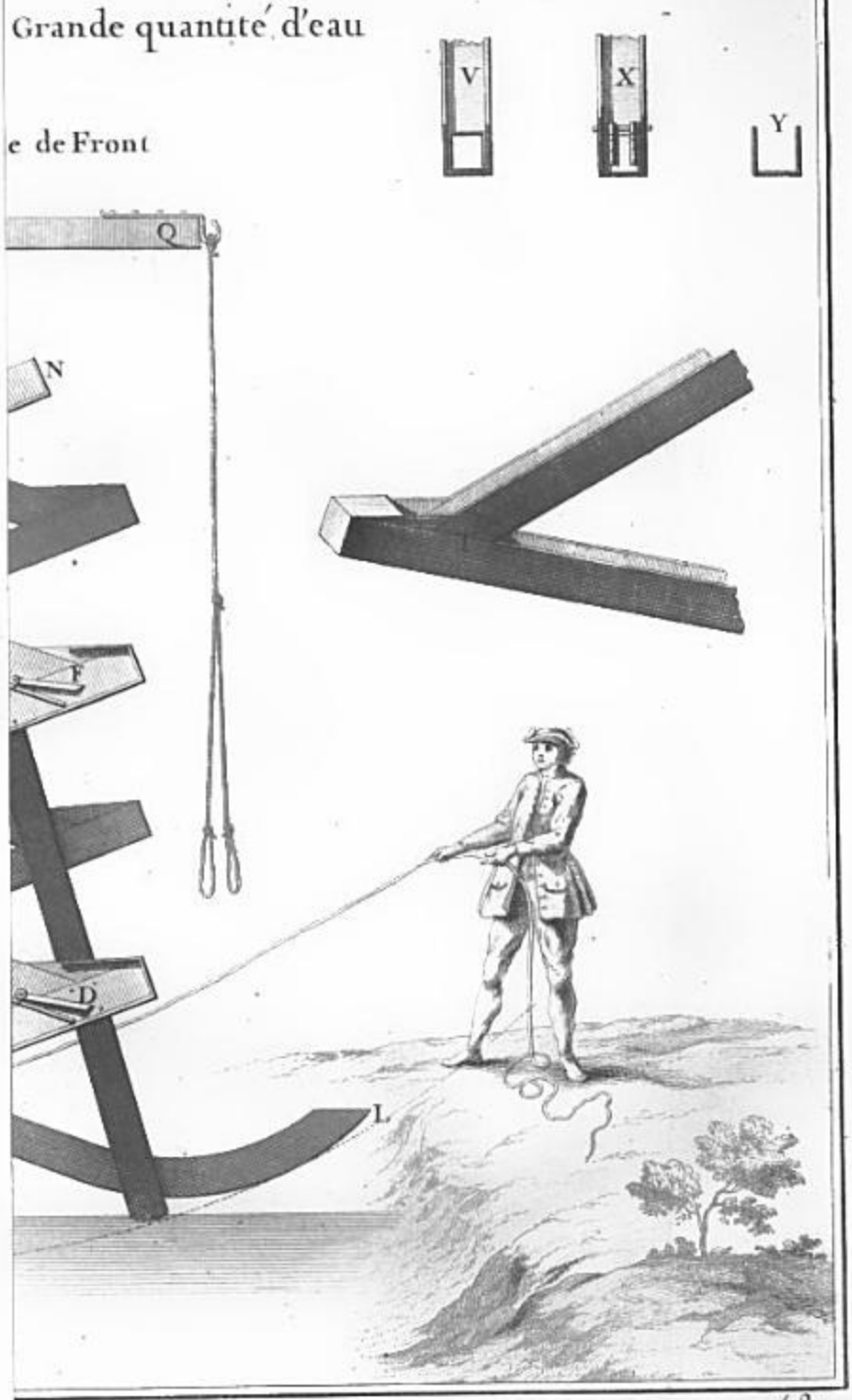
Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Grande quantité d'eau

e de Front



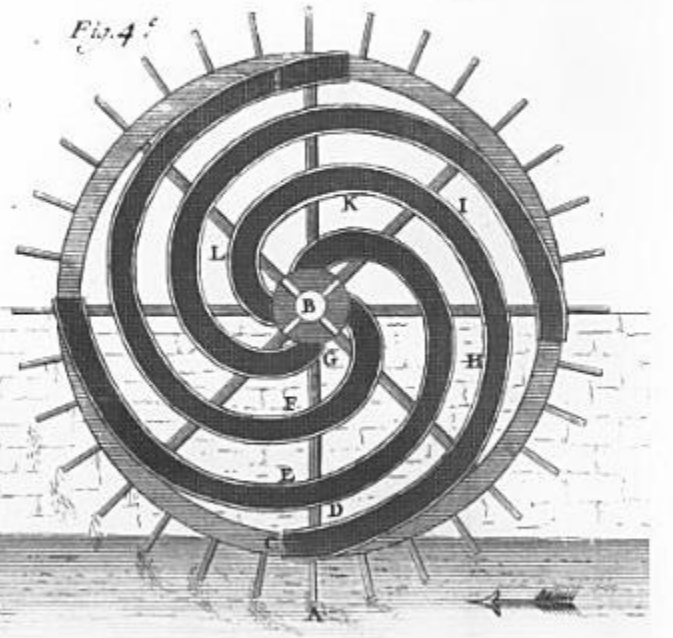
43.

Digitized by Google

Digitized by Google

ver l'Eau.

Fig. 4e



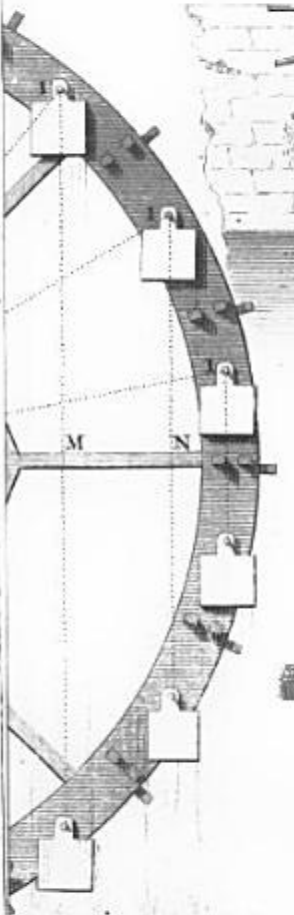
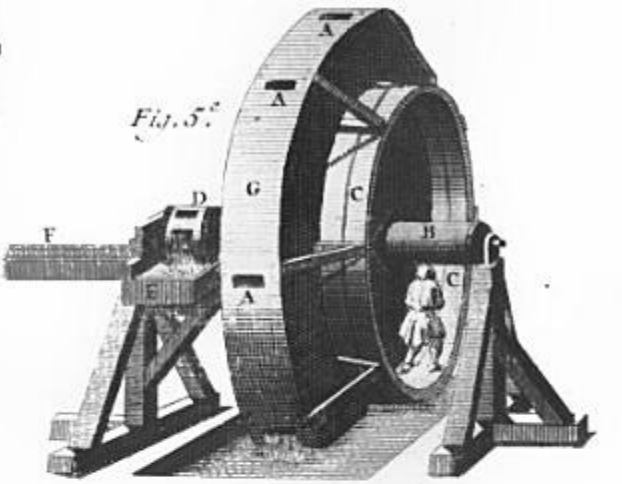


Fig. 5e



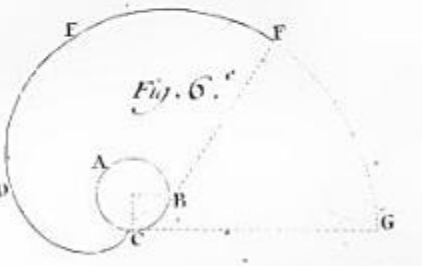


Fig. 6e

12 pieds.

Digitized by Google

TABLE DU PREMIER VOLUME.

LIVRE PREMIER, SERVANT D'INTRODUCTION.

CHAPITRE PREMIER,

Contenant les Principes de la Mécanique.

DEFINITIONS, Axiomes, & Remarques Préliminaires, Pag. 1 2 & 3

Proprieté du Parallelogramme des Forces, *Page* 4.

La force exprimée par la diagonale d'un Parallelogramme, eſt égale à deux autres forces, leſquelles agiſſant enſemble, ſeroient exprimées par les côtés du même Parallelogramme, Pag. 5

La force exprimée par la diagonale d'un Parallelogramme, ſoutient en équilibre l'action de deux puiſſances oppoſées qui ſeroient exprimées par les deux autres côtés, Idem.

Selon quelles directions doivent agir trois puiſſances pour être en équilibre, 6

Trouver deux forces, leſquelles agiſſant enſemble ſelon des directions données, faſſent le même effet qu'une ſeule force donnée, Idem.

Deux forces étant données, trouver leurs directions, pour qu'agiſſant enſemble on puiſſe les ſubſtituer à la place d'une troiſiéme force donnée, Idem.

Pourquoi deux forces qui ſont priſes enſemble plus grandes qu'une troiſiéme, peuvent être en équilibre avec cette troiſiéme, 7

Quand une force agit ſelon une direction oblique à une ſurface, elle ne pouſſe, tire, ou choque cette ſurface qu'avec une force relative. exprimée par le ſinus de l'angle d'incidence, Idem.

Principe général de la Mécanique, *Page* 8.

L'on peut faire abſtraction de l'étendue d'un corps, & ſuppoſer ſa peſanteur réunie à ſon centre, pour conſiderer ce corps comme un point peſant, 9

Quand un nombre de puiſſances ſont en équilibre autour d'un même point, on peut réduire toutes ces puiſſances à trois ſeulement.

Définitions de trois eſpeces de leviers qui ſe rencontrent dans les Machines, Idem.

Proprieté du levier. Idem.

Deux puiſſances appliquées aux extrémités d'un levier du premier genre, ſeront en équilibre, lorſqu'elles ſeront entr'elles dans la raiſon réciproque des bras du même levier, 11

On peut à la place des puiſſances ſuppoſer des poids appliqués aux extrémités des bras d'un levier, 12

Digitized by Google

De quelque figure que ſoit un levier du premier genre, il peut toujours ſe réduire à un levier droit, Idem.
Une puiſſance & un poids appliqué à un levier, ſeront en équilibre, lorſque la puiſſance & le poids ſeront dans la raiſon réciproque des bras du même levier, Idem.
Un levier coudé ou recourbé, c'eſt-à-dire qui fait un angle au point d'appui, a les mêmes propriétés qu'un levier droit, Idem.
Une puiſſance médiocre peut ſoutenir en équilibre, à l'aide d'un levier, un poids d'une peſanteur immenſe. 13
La puiſſance, le poids & leur bras de levier, compoſant quatre termes proportionnels, on en pourra toujours avoir un moyennant la connoiſſance des trois autres, Idem.
Trouver le point d'appui ou le centre de gravité commun de pluſieurs poids ſuſpendus à un levier, 14
Prenant le diamétre du cercle pour un levier dont le point d'appui ſeroit au centre, trouver le rapport de la puiſſance au poids exprimé par un quart de la circonférence, 16
Propriété du levier du ſecond genre, Idem.
Un poids étant ſuſpendu à un levier, on pourra le réduire pour être placé à telle diſtance que l'on voudra du point d'appui, 17
Propriété du levier du troiſiéme genre, Idem.
Un levier poſé ſur deux appuis, preſſe ces mêmes appuis par tout le poids dont ils ſont chargés, Idem.
Tout levier compoſé peut ſe réduire à un levier ſimple, ainſi l'analogie de l'un & de l'autre eſt la même, 18
Les appuis qui ſoutiennent les tourillons d'un arbre ou eſſieu, partagent entre-eux la preſſion que peuvent cauſer les poids ſuſpendus à l'eſſieu, 19
Examen de la preſſion cauſée par un levier ſitué verticalement, 20
Maniere de conſiderer les leviers compoſés pour les rapporter au calcul des Machines, 21
Remarque ſur la ſituation la plus avantageuſe des lanternes dont l'axe eſt vertical, 22
A quoi ſe réduit la preſſion cauſée par deux puiſſances qui n'agiſſent pas dans le même plan vertical, Idem.
Des leviers contigus qui agiſſent les uns ſur les autres, 23
Regle générale pour connoître le rapport de la puiſſance au poids dans les Machines compoſées, Idem.
Analogies des Roues dentées, 24
Examen de deux leviers compoſés qui agiſſent ſur l'autre, & qui forment enſemble le Mecaniſme des Moulins ordinaires, ſervant a moudre le bled, Idem.

Propriétés de la Roue, des Poulies, du Plan incliné, du Coin & de la Vis, *Page* 25.

Analogie de la roue & de ſon eſſieu, Idem.
Une poulie fixe ne ſoulage point une puiſſance qui éleve un poids par ſon moyen, Idem.
Quand une Poulie eſt attachée au poids qu'on veut élever, la puiſſance ne ſoutient que la moitié de ce poids, Idem.

Digitized by Google

Examen de la ſituation des corps par rapport à leurs lignes de directions, pag. 26.
Analogie des plans inclinés, Idem.
Analogie du Coin, 27

Principe de Deſcartes pour la Mécanique, *Idem.*

En quoi conſiſte la force des corps, & comment on peut l'eſtimer, Idem.
Maniere de démontrer l'équilibre indépendamment du Parallelogramme des forces, 28
Application du Principe général à l'analogie de la Roue, Idem.
Application du même Principe aux Poulies fixes, 29
Application du même Principe aux poulies mobiles, Idem.
Analogie des Poulies mouflées, Idem.
Application du Principe précedent aux plans inclinés, Idem.
Examen des Manivelles appliquées à un Treuil, 30
Il n'y a aucun avantage de courber le coude des Manivelles, Idem.
La réſiſtance d'un corps au mouvement eſt proportionnée à la viteſſe dont on veut le mouvoir, 31

Maniere de trouver le centre de gravité d'un Triangle & d'un demi cercle, *Page* 32.

Maniere de trouver le centre de gravité d'un Triangle Idem.
Sentiment que l'on doit avoir du centre de gravité d'une demie circonférence de cercle, Idem.
Analogie pour trouver le centre de gravité d'une demie circonférence, 33
Pratique abregée pour trouver le centre de gravité d'une demie circonference, 33
Analogie pour trouver le centre de gravité de la ſuperficie d'un demi cercle, 35
Trouver le centre de gravité d'un arc de cercle, Idem.

Examen des Manivelles ſimples & compoſées, *Idem.*

Maniere de trouver la viteſſe moyenne d'une Manivelle ſimple, 37
Trouver l'action moyenne d'un courant contre les aubes d'une roue, dont la viteſſe n'eſt pas uniforme, 37
Suite de l'article des Manivelles, Idem.
Examen de la Manivelle double, 38
Examen de la Manivelle triple, Idem.
Examen de la Manivelle quadruple, 40
Maniere d'eſtimer la force d'un homme qui éleve ou qui porte un fardeau, 42
Un homme ſe ſervant d'une poulie fixe, ne peut enlever un poids au-deſſus de ſa peſanteur propre, Idem.
La force d'un homme appliquée à une Manivelle pour la faire tourner, n'eſt que d'environ 25 livres, en agiſſant avec une viteſſe de mille toiſes par heure, 43
La force d'un cheval qui tire eſt équivalente à celle de ſept hommes, ou d'environ 175 livres avec une viteſſe de 1800 toiſes par heure, 44

Regle du mouvement & du choc des Corps en général, *Page* 45.

Maniere d'exprimer la viteſſe, l'eſpace, le tems, la maſſe & la force d'un corps mû d'un mouvement uniforme, 46
Pour eſtimer l'action d'un corps contre une ſurface, il faut avoir égard à la

direction ſelon laquelle ce corps eſt mû, Pag. 46
Regle générale du choc des corps, 47
Formules générales d'où l'on tire toutes les regles du mouvement uniforme, 48
Application de la premiere regle ou formule à différentes hypotèſes, Idem.
Application de la ſeconde regle, 49
Application de la troiſiéme, Idem.

Du Mouvement acceleré, *Page* 50.

Principe de Galilée ſur la chûte des Corps, Idem.
Les viteſſes acquiſes ſont dans la raiſon des tems écoulés, Idem.
Maniere de réduire le mouvement acceleré au mouvement uniforme, 51
Un corps qui eſt repouſſé de bas en haut avec la viteſſe qu'il a acquis en tombant, doit remonter à la hauteur d'où il eſt tombé, 52
Les eſpaces parcourus ſont entr'eux comme les quarrés des tems, Idem.
Regle ou formule générale pour le mouvement acceleré, 53
Les viteſſes acquiſes ſont dans la raiſon des racines quarrées des eſpaces parcourus, 54
Expériences faites pour connoître l'eſpace qu'un corps parcourt depuis le repos dans une ſeconde, Idem.
Dans le vuide tous les corps tendent également vers le centre de la terre, Idem.
Application des Regles du mouvement acceleré à pluſieurs exemples, 55.

De la deſcente des Corps peſans ſur des Plans inclinés, *Page* 56.

Proprieté ſinguliere du cercle, 60
Examen du mouvement des corps qui tombent le long de pluſieurs Plans contigus, 61
Examen du mouvement des corps qui roulent ſur des ſurfaces curvilignes, 63
Formule pour le mouvement des corps qui roulent le long des courbes, 64
Application de la formule précedente à la Cycloïde, Idem.
Application de la Cycloïde pour la regularité des Pendules, 67
Longueur du pendule à ſeconde, Idem.
Regle pour trouver l'eſpace qu'un corps parcourt en tombant depuis le repos pendant une ſeconde, Idem.
Expériences faites ſur la longueur du Pendule en Affrique & en Amérique, 68
Regle pour trouver la longueur du Pendule, pour que chaque vibration ſe faſſe dans un tems déterminé, ou la longueur du pendule étant déterminé, trouver le tems de ſes vibrations, 69.

CHAPITRE II.

Du Frottement & de la maniere d'en calculer l'effet dans les Machines, P. 70

Les Auteurs qui ont écrit ſur la Mécanique, ont fait des ſuppoſitions qui ne peuvent avoir lieu dans la pratique, Idem.
Quelle eſt la cauſe des Frottemens, 71
On peut ſuppoſer que les ſurfaces qui frottent ſont hériſſées de demi ſpheres, Idem.
La reſiſtance cauſée par le Frottement, eſt proportionnée au poids dont les ſurfaces ſont chargées, & non pas à l'étendue des mêmes ſurfaces, Idem.
Maniere de connoître par raiſonnement le rapport du poids à la réſiſtance

Digitized by Google

du Frottement qu'il peut cauſer, 72
Pour qu'une puiſſance puiſſe ſurmonter la réſiſtance du Frottement, il faut qu'elle ſoit égale au tiers du poids qui le cauſe, 73
Expériences faites avec différentes matieres, par leſquelles on a reconnu que le frottement étoit toujours le tiers du poids, 74
La meilleure maniere de faire des expériences ſur le frottement, eſt de ſe ſervir d'un plan incliné, Idem.
Un corps commence à gliſſer ſur un plan incliné, quand ce plan fait avec l'horiſon un angle de 18 degrés 20 minutes, 75
Quand la peſanteur de l'air agit ſur une ſurface, il faut alors avoir égard à l'étendue de cette ſurface pour en eſtimer le frottement, Idem.
Cas ſingulier où un même corps peut cauſer une multiplication de frottement, Id.
Le frottement d'un corps contre une ſurface verticale ſera inſenſible, ſi ce corps eſt ſoutenu en l'air par ſon centre de gravité, 76
Si une ſurface verticale eſt pouſſée perpendiculairement par une autre ſurface, le frottement ſera encore le tiers de la preſſion, 77
Application des proprietés de l'hyperbole à la varieté des frottemens des Pilons, 78
Cas où le frottement des Pilons eſt moindre de tous, 79
Cas où le frottement des Pilons eſt le plus grand, Idem.
Cas où le frottement des Pilons peut devenir infini, Idem.
Cas où le frottement des Pilons va en diminuant, Idem.
Situation qu'il faut donner au mentonet pour que les Pilons ayent le moins de frottement qu'il eſt poſſible, Idem.
Le frottement des Pilons dépend auſſi de la longueur du mentonet, 80
Il faut calculer le frottement des Pilons dans le cas du plus grand effort que la puiſſance ſera obligée de faire, Idem.
Les frottemens qui ſe font par un mouvement circulaire doivent être calculés comme s'ils ſe faiſoient en ligne droite, & l'on doit avoir égard aux bras de levier qui répondent au poids & à la puiſſance, 81
Quand un corps eſt mû autour d'un point fixe, le bras de levier qui répond au frottement, doit être exprimé par la diſtance du point fixe au centre de gravité de la ſurface qui frotte, 82
Il y a des cas où une puiſſance qui agit pour élever un poids, contribue à en augmenter le frottement, Idem.
Maniere de trouver la ſomme des termes d'une progreſſion géométrique, 83
Regle générale pour calculer les frottemens dans le cas où l'action de la puiſſance ſe joint à celle du poids, Idem.
Attention qu'il faut avoir lorſque la direction de la puiſſance n'eſt pas parallele à celle du poids, 84
Examen des differens degrés de force d'une puiſſance qui éleve un poids à l'aide d'une manivelle, Idem.
Maniere de calculer le frottement des tourillons ou eſſieu d'une balance, 85
Application de l'article précedent au frottement de l'eſſieu d'un treuil, 86
Maniere de calculer le frottement de l'eſſieu d'une roue, Idem.
Obſervations ſur les differentes directions d'une puiſſance qui éleve un poids à l'aide d'une roue, Idem.
Maniere de calculer le frottement des Poulies fixes contre leur eſſieu, 87

Suite de l'article précedent pour le frottement des Poulies mobiles; 88
Maniere de calculer le frottement des Poulies mouflées, Idem.
Dans un terrein uni & horiſontal, les Animaux attelés à une voiture, n'ont d'autre réſiſtance à ſurmonter que le frottement des roues contre leur eſſieu, Id.
Maniere de calculer le frottement d'un corps contre un plan incliné, quand la direction de la puiſſance eſt parallele au Plan, 89
Suite de l'article précedent quand la direction de la puiſſance eſt arbitraire, 90
Autre ſuite de l'article 258, lorſque la direction de la puiſſance eſt parallele à la baſe du plan incliné, Idem.
Examen du frottement qu'une puiſſance a à ſurmonter, en ſe ſervant d'un coin pour élever un poids, 91
Maniere de calculer le frottement d'une vis quand on s'en ſert pour élever un poids, Idem.
Suite de l'article précedent, lorſqu'on ſe ſert de la vis pour preſſer un corps contre un autre, 92
Application du calcul de la vis, 93
Examen du frottement qui ſe fait à la rencontre de deux leviers, Idem.
Quelle doit être la ſituation du levier de la puiſſance pour le plus grand effet, 94
L'angle du plus grand effet formé par la rencontre des leviers du poids & de la puiſſance, eſt de 18 degrés 26 minutes, 95
Dans le cas du plus grand effet, le poids eſt à la puiſſance, comme 18 eſt à 19, Idem.
Suite de l'article précedent, lorſque l'angle des leviers du poids & de la puiſſance a plus de 18 degrés 26 minutes, 95
Autre ſuite de l'article 269, lorſque l'angle des leviers du poids & de la puiſſance a moins de 18 degrés 26 minutes, 96
Examen de l'action du poids & de la puiſſance, lorſque les points d'appuis demeurans les mêmes, les leviers changent de ſituation, Idem.
Suite de l'article précedent, lorſque les leviers font un angle quelconque, 97
Remarques ſur les differentes longueurs des bras de levier, Idem.
Tout ce que l'on a dit des leviers ſubſiſte de même, quoique leur point d'appui ne ſoit pas dans une ligne horiſontale, 98
Examen des differentes directions d'une puiſſance qui éleve un Pilon, 100
Applications des regles précedentes au calcul d'une Machine, 101
Autre maniere de conſiderer l'effet de la même Machine, 102
Examen des differentes manieres de ſe ſervir des roues & lanternes, Idem.
Le calcul du frottement des roues & lanternes depend de tout ce qui a été dit au ſujet des leviers, 103
Maniere de déterminer les longueurs des bras de leviers des roues & lanternes, 104
L'on peut dans la pratique eſtimer toujours la puiſſance dans le cas du plus grand effet, Idem.
Maniere abregée de déterminer une puiſſance qui éleve un poids à l'aide d'une roue & d'une lanterne, 105
Méthode abregée de trouver le poids quand la puiſſance ſera donnée, Idem.
Quand une puiſſance éleve un poids donné à l'aide de pluſieurs roues & lanternes, il faut pour avoir égard au frottement la multiplier par $\frac{12}{11}$ *élevé au*

Digitized by Google

degré qui auroit pour expoſant autant d'unité qu'il y a de roues ou de lanternes, 106
Quand la puiſſance ſera donnée, & qu'on voudra trouver le poids, il faudra multiplier la puiſſance par $\frac{11}{17}$ *élevé au degré qui auroit pour expoſant autant d'unités qu'il y a de roues*, 107
Calcul d'une Machine compoſée d'une roue & de deux lanternes, Idem.
Calcul d'une autre Machine compoſée de roues & lanternes, Idem.
Dans la même machine la puiſſance étant donnée, on demande de trouver le poids, 108
Pluſieurs conſequences pour faire voir le déchet cauſé par le frottement, 109
Concluſion où l'on fait voir que plus les machines ſont compoſées, & moins elles font d'effet, 110
Examen du frottement des cordes ſur les cylindres ou rouleaux. 111
Si l'on ſoutient un poids à l'aide d'une corde qui embraſſe la demi-circonférence d'un cylindre immobile, il y aura même raiſon du poids à la preſſion de la corde, que du rayon du cylindre à la demi-circonference, Idem.
Si la corde embraſſe une partie de la circonference, le poids ſera à la preſſion, comme le rayon eſt à l'arc embraſſé par la corde, Idem.
Si l'on a une corde qui embraſſe les trois quarts de la circonférence d'un rouleau la preſſion ſur chacun de ces quarts de circonférence augmentera dans la raiſon des termes d'une progreſſion géometrique, 112
Lorſque la corde fait pluſieurs tours ſur le cylindre, la preſſion cauſé par le poids augmente dans la raiſon des termes d'une progreſſion géometrique, 113
Maniere de trouver la puiſſance qui eſt en équilibre avec un poids dont la corde fait pluſieurs tours ſur un rouleau immobile, Idem.
Examen de la réſiſtance cauſée par la roideur des cordes qui embraſſent des rouleaux ou poulies, 114
Experiences faites ſur la roideur des cordes avec les conſequences que l'on en a tirées, Idem.
Regle générale pour calculer la réſiſtance cauſée par la roideur des cordes qui paſſent ſur une poulie, 116
Application de la regle précedente pour calculer la roideur des cordes qui paſſent ſur une poulie, 117
Parallele pour faire voir l'avantage des grandes poulies au-deſſus des petites, 118
Obſervations auſquelles il faut avoir égard dans l'uſage qu'on fait des cordes, 119
Maximes générales qu'il faut ſuivre quand on fait le projet d'une machine, Id.
Maniere de diviſer les roues & lanternes ſelon le nombre des dents & des fuſeaux, 121
Le nombre qui exprime les fuſeaux d'une lanterne, ne doit pas être partie aliquotte de celui des dents de la roue, Idem.
Deſcription du levier de la garouſſe, 122
Calcul de la Machine precedente, 123
Deſcription de quelques Machines dans le goût de la précedente, 125

Digitized by Google

CHAPITRE III.

Où l'on enſeigne les Principes & les Regles de l'Hydraulique, *Pag.* 126.

SECTION PREMIERE.

Du Niveau des Liqueurs & de leur équilibre, *Idem.*

Lorſqu'une liqueur eſt renfermée dans un vaſe, ſa ſurface ſe met toujours de niveau, Idem.
L'on peut ſuppoſer les liqueurs diviſées par colomnes, & lorſque ces colomnes ont leurs ſurfaces de niveau, elles ſont en équilibre entre-elles, Idem.
Une petite colomne de liqueur peut être en équilibre avec une plus groſſe, pourvû que leurs ſurfaces ſoient de niveau, 127
Une liqueur verſée dans un Siphon ſe met de niveau & en équilibre dans les deux branches, qu'elles ſoient de même groſſeur ou non, 128
Autre maniere de démontrer qu'une liqueur verſée dans un Siphon, s'y met de niveau & en équilibre, de quelques groſſeurs ou figures qu'en ſoient les branches, Idem.
Dans les tuyaux capillaires, l'eau s'y éleve au-deſſus de ſon niveau, 129
Raiſon de la proprieté des capillaires, 130
Les liqueurs montent d'elles-mêmes le long d'une bande d'étoffe, & ſortent du vaſe où elles ſont renfermées, Idem.
Maniere de meſurer exactement la peſanteur ſpécifique des liqueurs, 131
Un vaſe rempli d'une même liqueur, en contient plus en Hyver qu'en Eté, Idem.

Table des poids de pluſieurs Liqueurs d'uſage pour un pouce cubique, 133
Autre Table de pluſieurs Liqueurs les plus utiles pour un pied cubique, tirée de la précedente, *Page* 134.

En France un certain volume d'air peſe en Hyver le double de ce qu'il peſe en Eté, Idem.
Expériences de divers Auteurs ſur le poids de l'eau douce, Idem.
Le poids le plus ordinaire d'un pied cube d'eau douce eſt de 70 liv. 135
Poids des differentes meſures qui ſont en uſage pour le calcul des eaux, Idem.
Le pouce d'eau eſt une meſure de 14 pintes ou de 28 liv. d'eau écoulée dans le tems d'une minute, Idem.
Le poids d'un pied cube d'eau eſt à celui d'un pied cube de Mercure, à peu près dans le rapport de 2 à 27, 136

SECTION II.

De l'action verticale de l'eau contre les Parois des Vaiſſeaux qui la contiennent, *Idem.*

Maniere de calculer l'effort d'une puiſſance appliquée à un Piſton, Idem.
L'eau pouſſe de bas en haut, avec une force déterminée, les corps qui l'empêchent de monter à ſon niveau. 137
Une petite colomne ou filet d'eau peut élever un corps fort peſant, 138
L'effort d'une puiſſance qui ſoutient un piſton eſt toujours egal au poids de la colomne d'eau qui auroit pour baſe le cercle du Piſton, & pour hauteur celle du niveau

niveau de l'eau au-deſſus du même Piſton, Pag. 139
La force de l'eau qui agit ſelon une direction verticale, ne dépend pas de ſa quantité, mais ſeulement de ſa hauteur & de l'étendue de la ſurface qu'elle pouſſe, 140
Expérience ſur la pouſſée de l'eau, 141
Explication de la cauſe qui fait bomber les radiers des grandes écluſes, 142
La baſe d'un tuyau cylindrique incliné eſt autant chargé par l'eau que ce tuyau contient, que s'il étoit droit, Idem.
De quelque figure que ſoit un vaiſſeau rempli d'eau, & quelque ſoit la quantité qu'il en contient, le fond eſt toujours chargé du poids d'une colomne à laquelle il ſerviroit de baſe, & qui auroit pour hauteur celle du niveau de l'eau au-deſſus du même fond, 143
De quelque figure que ſoient les parties d'un tuyau poſé ſur un plan vertical ou incliné, ſa baſe eſt toujours chargée du poids d'une colomne de même baſe, & qui auroit pour hauteur celle du niveau de l'eau, au-deſſus de la même baſe, 144
Concluſion d'où l'on déduit une regle générale pour l'effort que ſoutient une puiſſance appliquée à un piſton, ſervant de fond à un tuyau, 145

SECTION III.

De l'action de l'eau contre les ſurfaces verticales & rectangulaires, *Idem.*

Raiſonnement pour prouver que l'eau qui agit ſur une ſurface verticale, la pouſſe ſelon des directions horiſontales, Idem.
La pouſſée de l'eau contre une ſurface verticale & rectangulaire va en croiſſant depuis ſon niveau, ſelon l'ordre des termes d'une progreſſion arithmétique, 146
Lorſque deux ſurfaces ont la même baſe, les pouſſées ſont dans la raiſon des quarrés des hauteurs de l'eau, Idem.
On peut exprimer les pouſſées de l'eau par les ordonnées d'une parabole menées à la tangente, 147
On peut ſuppoſer que toutes les lames d'eau pouſſent avec une force uniforme, exprimée par une ligne égale à la moitié de la hauteur de l'eau, Idem.
Autre maniere de déterminer la hauteur moyenne de l'eau, lorſqu'on prend la pouſſée au-deſſous de ſon niveau, Idem.
Les pouſſées de l'eau contre des ſurfaces différentes ſont dans la raiſon compoſée de l'étendue de ces ſurfaces, & des hauteurs moyennes qui leur répondent, Idem.
Application du Siphon à la maniere de calculer la pouſſée de l'eau, 148
La pouſſée de l'eau contre une ſurface rectangulaire eſt toujours égale au poids d'une colomne qui auroit pour baſe cette ſurface, & pour hauteur la hauteur moyenne, Idem.
On peut encore démontrer l'article précedent, quoique les branches du Siphon ſoient d'inégale groſſeur, 149
Pour calculer la pouſſée de l'eau contre une ſurface verticale, il ne faut avoir nul égard à l'étendue du plan qui ſert de baſe à l'eau, mais ſeulement à la ſurface pouſſée & à la hauteur moyenne qui y répond, 150
Maniere de calculer la force qu'il faut pour lever une vanne qui ſoutient de l'eau, Idem.

Remarques ſur ce qui peut arriver quand on leve ou baiſſe les vannes, Idem.
Maniere de rendre ſenſibles la pouſſée de l'eau contre une ſurface, 151
Une petite quantité d'eau peut être capable d'une force prodigieuſe, Idem.
La pouſſée de l'eau contre une ſurface verticale, ne dépend pas de la quantité qu'en contient le vaiſſeau qui la renferme, mais ſeulement de l'étendue de la ſurface pouſſée, & de la hauteur moyenne qui lui répond, 152

SECTION IV.

De l'action de l'eau contre les ſurfaces inclinées, *Idem.*

La pouſſée de l'eau contre les ſurfaces inclinées ſe meſure de la même maniere que ſi ces ſurfaces étoient verticales, 153
Maniere de calculer la pouſſée de l'eau contre la ſurface d'un cone, 154
Examen de la pouſſée de l'eau contre des ſurfaces oppoſées, pour faire voir les forces qui ſe détruiſent, Idem.
Maniere de calculer une puiſſance qui ſoutient à l'aide d'un plan incliné un vaiſſeau où il y a de l'eau, 155
L'on ne ſent point le poids de l'eau qui eſt renfermée dans un vaiſſeau cubique, mû ſur un plan horiſontal, lorſque ce vaiſſeau n'a point de fond, Idem.
Quand un vaiſſeau ſans fond eſt poſé ſur un plan incliné, la puiſſance ne ſoutient que la difference des pouſſées oppoſées, 156
Recherche de l'angle ſous lequel un plan doit être incliné pour y faire monter le plus d'eau qu'il eſt poſſible dans le tems le plus court, Idem.
Pour le plus grand effet, il faut que la hauteur du plan incliné ſoit les deux cinquiémes de ſa longueur, ou que ce plan forme avec l'horiſon un angle de 23 degrés & 21 minutes, 158

SECTION V.

De l'action de l'eau contre les ſurfaces circulaires, verticales & inclinées, *Page* 159.

La ſolidité de l'onglet eſt égale aux deux tiers du parallelepipede compris ſous le quarré du rayon, & ſous la hauteur de l'onglet, 160
La ſurface de l'onglet eſt égale au rectangle compris ſous le diamétre de l'onglet & ſous ſa hauteur, Idem.
La ſolidité de l'onglet eſt à celle de ſon complement, comme 14 eſt à 19. 161
Maniere de meſurer la pouſſée de l'eau contre les ſurfaces circulaires, eu égard à leur poſition, 163
Dans quelle ſituation que ſoit une ſurface circulaire, la pouſſée qu'elle ſoutient eſt toujours égale au poids d'une colomne d'eau qui auroit cette ſurface pour baſe, & pour hauteur celle du niveau de l'eau au-deſſus du centre du cercle, 164

SECTION VI.

Des Centres d'impreſſions, *Idem.*

SECTION VII.

De la meſure des eaux qui coulent par le fond des tuyaux ou reſervoirs, 165.

Digitized by Google

Les parties de l'eau renfermées dans un vaiſſeau s'empreſſent de toute part à couler du côté le plus foible, Idem
Quand un reſervoir percé par le fond eſt toujours entretenu à la même hauteur, ce n'eſt pas la colomne d'eau qui répond à l'orifice ſans ceſſe renouvellée, qui fournit à la depenſe, mais généralement toute l'eau du vaiſſeau y concourt, 169
L'effort que fait l'eau pour occuper la place de la colomne, eſt à l'action de cette colomne pour deſcendre, comme ſa hauteur eſt au rayon de ſa baſe, Idem.
L'eau d'un vaiſſeau entretenue au même niveau, coule toujours avec une viteſſe uniforme, étant chaſſée par une force conſtante, 170
Quand un tuyau vertical dont l'ouverture eſt égale à la baſe, vient à ſe vuider; la ſurface de l'eau acquiert en deſcendant une viteſſe qui croît, comme celle des corps graves qui tombent librement, Idem.
Les viteſſes de l'eau ſont dans la raiſon des racines quarrées des hauteurs de la même eau, Idem.
La demonſtration du principe général du mouvement des eaux a été trouvée par M. Varignon, 171
Les viteſſes de l'eau peuvent être exprimées par les racines quarrées des hauteurs des reſervoirs, Idem.
Que les tuyaux ſoient droits ou inclinés, les viteſſes de l'eau doivent toujours s'exprimer par les racines quarrées de la hauteur de ſon niveau au-deſſus de l'orifice, Idem.
La viteſſe de l'eau à la ſortie d'un orifice eſt la même que celle qu'un corps auroit acquis en tombant de la hauteur du reſervoir, 172
Quand un vaiſſeau eſt toujours entretenu plein, il ſe dépenſe par le fond une colomne d'eau double de celle qui auroit pour baſe l'orifice, & pour hauteur celle de l'eau, dans le tems qu'il faudroit à un corps pour parcourir cette hauteur en tombant librement, Idem.
Un vaiſſeau toujours entretenu plein, dépenſe deux fois autant d'eau qu'il en contient dans un tems égal à celui qu'il mettroit à ſe vuider, 173
Un vaiſſeau toujours entretenu plein, depenſe autant d'eau qu'il en contient, dans la moitié du tems qu'il mettroit à ſe vuider, Idem.
Maniere de trouver le tems qu'un vaiſſeau employera à ſe vuider par le moyen de celui qu'un corps mettra à tomber de la hauteur du vaiſſeau, Idem.
Quand deux vaiſſeaux ſe communiquent, il faut le double du tems au premier pour remplir le ſecond, que ſi celui-ci étoit au-deſſous de l'autre, 174
Concluſion pour faire voir la conformité des regles du mouvement des eaux avec la doctrine de Gallilée ſur la chûte des corps, Idem.
Formule générale, d'où l'on peut tirer toutes les regles pour la meſure des eaux, 175
Regles générales tirées de la formule précedente pour la meſure des eaux, Idem.
Analogies particulieres ſelon les differentes hypothèſes qui peuvent ſe rencontrer dans la meſure des eaux, Idem.
Maniere de déterminer la valeur des grandeurs conſtantes de la formule, 177
Application de la premiere analogie à un exemple, Idem.
Maniere de faire uſage de la formule pour trouver la grandeur de l'orifice, connoiſſant ſa dépenſe dans un tems déterminé & la hauteur du reſervoir, 178
Autre Application de la formule pour trouver la hauteur du reſervoir, connoiſ-

ſont l'orifice, le tems & la dépenſe, Idem.
Autre application de la formule pour trouver le tems, connoiſſant la dépenſe, la grandeur de l'orifice & la hauteur de l'eau, 179
Uſage d'une Table où l'on trouve la viteſſe uniforme d'un corps par ſeconde, acquiſes par toutes les chûtes depuis celle d'une ligne juſqu'à celle de quinze pieds, Idem.
Cette Table a les mêmes proprietés que la Parabole, eu égard aux ordonnées menées à l'axe, Idem.
Maniere de trouver à l'aide de la Table précedente les viteſſes acquiſes pour telles chûtes que l'on voudra au-deſſus de 15 pieds, 180
On peut avec le ſecours de la même Table, connoître les chûtes qui doivent répondre à une viteſſe quelconque, 181
Uſage de la Table des chûtes & des viteſſes qui leur répondent, pour eſtimer la quantité d'eau que doit dépenſer un reſervoir dont on connoit la hauteur & l'orifice, Idem.
Uſage d'une ſeconde Table pour connoître la quantité d'eau que comprend une colomne dont la hauteur & le diamétre ſont donnés, 182
Methode pour connoître à l'aide de la ſeconde Table le poids des colonnes d'eau qui ont plus ou moins d'un pouce de diamétre, Idem.
Uſage de la premiere & ſeconde Table pour connoître la dépenſe d'un reſervoir dont on a la hauteur, le diamétre de l'orifice & le tems de l'écoulement, 183
Maniere de ſe ſervir de ces deux Tables pour trouver la hauteur des reſervoirs dont on connoit la dépenſe & le diamétre de l'orifice, Idem.
Autre uſage des mêmes Tables pour trouver quel doit être le diamétre d'un orifice pour qu'il dépenſe une certaine quantité d'eau déterminée, moyennant la hauteur du reſervoir & le tems de l'écoulement, Idem.
Uſage des mêmes Tables pour connoître le tems qu'il faudra à un reſervoir dont on connoit la hauteur & l'orifice pour dépenſer une quantité d'eau déterminée, Idem.
Uſage des mêmes Tables, pour ſçavoir le tems qu'un vaiſſeau priſmatique mettra à ſe vuider, 184
Connoiſſant le tems qu'un vaiſſeau mettra à ſe vuider, ainſi que la quantité d'eau qu'il contient, trouver ce qu'il doit en ſortir dans chaque partie égale du tems total, Idem.
Problême d'Hydraulique ſur le mélange des liqueurs, 185
Les peſanteurs abſolues de deux liqueurs differentes ſont dans la raiſon compoſée de leur Volume & de leurs peſanteurs ſpécifiques, 186
Les viteſſes de deux liqueurs differentes ſont comme les racines quarrées des produits de leur peſanteur ſpécifique par leur hauteur, Idem.

Table premiere, qui comprend les viteſſes uniformes par ſeconde qu'un corps peut acquerir par une chûte donnée, 189.

Table ſeconde de la peſanteur d'une colomne d'eau d'un pouce de diamétre, qui auroit depuis un pied juſqu'à quatre cens de hauteur, 202.

SECTION VIII.

De la maniere d'eſtimer le déchet cauſé par le bord des orifices, 205.

Le bord des orifices retarde la viteſſe de l'eau, ainſi tous les calculs qu'on a

rapporté ci-devant ſur leur meſure, ne ſont point exacts, Idem.
Le rapport du déchet d'un orifice à ſa dépenſe naturelle, eſt au rapport du déchet d'un autre orifice à ſa dépenſe naturelle, dans la raiſon réciproque de leur diamétre, Idem.
Expérience de M. Mariotte, par laquelle il a trouvé qu'un tuyau de 13 pieds de hauteur dépenſoit par un orifice horiſontal de 3 lignes de diamétre, 14 pintes d'eau en une minute, 206
Le rapport du déchet à la dépenſe naturelle d'un orifice de 3 lignes, eſt comme 3 eſt à 10, Idem.
Formule générale pour trouver le rapport du déchet à la dépenſe naturelle d'un orifice quelconque, Idem.
Le rapport du déchet à la dépenſe naturelle pour un orifice quelconque, reſte toujours le même, ſoit qu'on augmente ou diminue la hauteur de l'eau, 207
Maniere de connoître la dépenſe effective, moyennant le rapport du déchet à la dépenſe naturelle, Idem.
De quelle maniere on peut ſuppléer au déchet, Idem.
Réſolution du premier cas en augmentant la hauteur de l'eau, pour que la dépenſe effective ſoit égale à la dépenſe naturelle, 208
Réſolution du ſecond cas en augmentant la durée de l'écoulement, 209
On peut prendre les dépenſes effectives de deux orifices pour exprimer le rapport de leur ſuperficie réduite, Idem.
Formule qui comprend généralement tout ce qui peut appartenir à la meſure des eaux, 210
Réſolution du troiſiéme cas à l'aide de la formule précedente, Idem.
Application de la formule générale pour trouver la dépenſe effective, Idem.
Autre application pour trouver la viteſſe ou la hauteur de l'eau, Idem.
Autre application pour trouver le tems de l'écoulement, 211
Trouver le rapport que doivent avoir les diamétres des deux orifices, pour que leurs dépenſes effectives ſoient en raiſon donnée, Idem.
Maniere de trouver géometriquement le diamétre de l'orifice en conſtruiſant la formule, 212
Examen des orifices quarrés, Idem.
Examen des orifices triangulaires, Idem.
Les orifices quarrés & circulaires, cauſent moins de déchet que ceux de toute autre figure qui auroient la même ſuperficie, Idem.
Il eſt eſſentiel d'avoir égard au déchet pour la diſtribution des eaux d'une Fontaine d'une Ville, 214

SECTION IX.

De la Meſure des Eaux qui coulent par des orifices rectilignes & verticaux, Idem.

L'eau qui ſort des orifices verticaux eſt chaſſée ſelon une direction horiſontale, avec des viteſſes qui peuvent être exprimées par les ordonnées d'une parabole, Idem.
La ſomme des viteſſes avec leſquelles toutes les lames d'eau renfermées dans un vaiſſeau, tendent à s'échapper par les côtés, peut être exprimées par le produit de la plus grande hauteur de l'eau, multipliée par les deux tiers de la racine de la même hauteur, ou par cette racine entiere multipliée par les

deux tiers de la même hauteur, Page 215
La viteſſe moyenne depuis la ſurface de l'eau juſqu'au fond, eſt égale aux deux tiers de la plus grande, & la lame à laquelle elle appartient eſt ſituée au-deſſous du niveau de l'eau des quatre neuviémes de la plus grande hauteur, Id.
Maniere de meſurer la dépenſe d'un pertuis vertical dont le ſommet répond au niveau de l'eau, 216
Maniere de meſurer la dépenſe d'une nappe d'eau droite ou circulaire, Idem.
La viteſſe de l'eau qui ſort d'un orifice pratiqué au fond du vaiſſeau, eſt à la viteſſe qui s'empreſſe à la remplacer, comme le quart du diametre de l'orifice eſt aux deux tiers de la hauteur de l'eau, ou comme les trois huitiémes du même diamétre eſt à la hauteur entiere de l'eau, 217
Pour que la dépenſe d'un orifice ſoit complet, il faut avoir plus d'égard au rapport du diamétre de l'orifice & à la hauteur de l'eau, qu'à celui de la ſuperficie du même orifice à celui du fond du vaiſſeau, Idem.
Quand l'eau n'a qu'une hauteur médiocre, & qu'elle coule par un orifice horiſontal, il ſe forme un vuide au-deſſus de l'orifice, qui empêche que la dépenſe ſoit complette, 218
Pour que la dépenſe d'un orifice horiſontal pratiqué à l'extrémité d'un tuyau recourbé ſoit complette, il faut lorſque ce tuyau répond au fond d'un reſervoir, que la racine de la hauteur de l'eau dans le reſervoir, celle de la hauteur du niveau de l'eau au-deſſus de l'orifice, le quarré du diamétre de la crapaudine & celui du diametre de l'orifice ſoient réciproquement proportionnels, 219
Maniere de connoître la viteſſe moyenne de la dépenſe d'un pertuis rectangulaire, dont le ſommet eſt au-deſſous du niveau de l'eau, 220
Autre maniere plus ſimple que la précedente en ſe ſervant de la Table dont les chûtes donnent les viteſſes, 221
Application de la Regle précedente pour meſurer la dépenſe du même pertuis, Id.
La dépenſe d'un pertuis vertical peut être conſiderée ſelon la méthode de la Géométrie des indiviſibles, 222
La dépenſe d'un pertuis vertical eſt égale à celle d'un pertuis horiſontal de même ſuperficie, qui répondroit à un reſervoir qui auroit pour hauteur la hauteur moyenne, Idem.
Ce n'eſt que par le calcul intégral que l'on peut parvenir à meſurer la dépenſe des pertuis verticaux qui ne ſont point rectangulaires, Idem.
Quand on connoît la dépenſe d'un pertuis vertical en pieds ou pouces cubes, il faudra la diviſer par la ſuperficie du pertuis pour avoir la viteſſe moyenne, 223
Application du calcul integral à la meſure de la dépenſe des orifices rectangulaires & verticaux, Idem.
Pour avoir la dépenſe d'un pertuis rectangulaire placé au-deſſous du niveau de l'eau, il faut multiplier la plus grande & la plus petite viteſſe, chacune par leur chûte, ſouſtraire le ſecond produit du premier, & multiplier la différence par les deux tiers de la largeur du pertuis, Idem.
La dépenſe d'un pertuis triangulaire dont la baſe eſt horiſontale, & dont le ſommet répond au niveau de l'eau, ſe trouve en multipliant la ſuperficie du triangle par les deux cinquiemes de la plus grande viteſſe de l'eau pendant la durée de l'écoulement, 224
Quand la baſe d'un pertuis triangulaire répond au niveau de l'eau, on en aura

la dépenſe en multipliant la ſuperficie par les quatre quinziémes de la plus grande viteſſe, 225
Preuve de l'exactitude des calculs précedens, Idem.
Lorſque deux pertuis triangulaires ſemblables & égaux ſitués dans un ſens oppoſés, répondent au niveau de l'eau, leurs dépenſes ſont dans le rapport de 3 à 2, Idem.
Formule tirée des articles précedens pour la dépenſe des pertuis qui ont la figure d'un trapeze, répondant au niveau de l'eau, 226
Formule pour meſurer la dépenſe d'un pertuis triangulaire, dont le ſommet eſt au-deſſous de l'eau, Idem.
Autre formule pour meſurer la même choſe, lorſque le ſommet du triangle eſt en bas, 228

SECTION X.

De la meſure des eaux qui coulent par des orifices verticaux & circulaires, *Pag.* 229.

Pour avoir la dépenſe d'un pertuis circulaire & vertical dont le ſommet répond au niveau de l'eau, il faut multiplier le quarré de ſon diamétre par les huit quinziemes de la plus grande viteſſe de l'eau, Idem.
Pour meſurer la dépenſe d'un pertuis en demi-cercle dont la circonférence répond au niveau de l'eau, il faut multiplier le quarré du rayon par les quatre cinquiémes de la plus grande viteſſe, 231
Lorſque le diamétre du demi-cercle répond au niveau de l'eau, on trouvera la dépenſe en multipliant le quarré du rayon par la moitié de la plus grande viteſſe, 232
Les dépenſes de deux demi-cercles égaux ſitués d'un ſens oppoſés, & qui répondent au niveau de l'eau, ſont comme 28 eſt à 25, 233
Analyſe pour trouver une formule qui puiſſe meſurer la dépenſe des orifices circulaires placés au niveau de l'eau, 235
Méthode pour meſurer la dépenſe des orifices circulaires placés au-deſſous du niveau de l'eau, 238
Application de la formule précedente à un exemple pour en faire voir la juſteſſe, Idem.
Maniere de découvrir les formules pour la dépenſe des orifices faits en demi-cercles placés au-deſſous du niveau de l'eau, 239
Remarques ſur les calculs précedens, Idem.
Formule particuliere pour meſurer la dépenſe des orifices circulaires dont le diamétre eſt égal à la plus petite hauteur de l'eau, 240

SECTION XI.

Du Choc de l'eau contre des ſurfaces planes, *Idem.*

Les chocs de l'eau ſont dans la raiſon compoſée des quarrés des viteſſes & des ſurfaces qui en reçoivent l'impreſſion, Idem.
Autre maniere de démontrer que les chocs ou impulſions de l'eau ſur des ſurfaces égales, ſont dans la raiſon des quarrés des viteſſes, Idem.
Les chocs ſont meſurés par le poids des colonnes d'eau qui cauſent ces viteſſes, ou par la pouſſée que ſoutiendroit la ſurface choquée, 241

Digitized by Google

Exemple appliqué aux Pompes de la Samaritaine à Paris, pour montrer la néceſſité de ſe conformer au principe précedent, 250
Il eſt indifférent pour la meſure du choc que ce ſoit un courant qui aille à la rencontre d'une ſurface immobile, ou que ce ſoit la ſurface qui aille à la rencontre d'une eau dormante avec la même viteſſe que celle du courant, 251
Quand une ſurface va à la rencontre d'un courant, le choc doit être exprimé par le quarré de la ſomme des viteſſes du courant & de la ſurface, Idem.
Quand une ſurface ſuit la direction du courant avec une viteſſe plus grande, elle eſt dans le même cas que ſi elle étoit mûe dans une eau dormante avec l'excès de ſa viteſſe ſur celle du courant, Idem.
Il n'y a point de courant dont la viteſſe uniforme ne puiſſe être regardée comme ayant été acquiſe par une chûte, 252
On aura toujours la hauteur du priſme d'eau qui exprime la force abſolue du courant, en diviſant le quarré de ſa viteſſe entiere par 60, Idem.
Application du principe précedent aux différentes viteſſes & directions d'une ſurface par rapport à celle du courant. Idem.
Uſage d'une Table qui donne les chûtes dont on a les viteſſes & les chocs de l'eau relatifs aux viteſſes, 253
Connoiſſant le choc d'un courant contre une ſurface immobile, trouver la viteſſe du courant, 254
Connoiſſant la viteſſe d'une ſurface & l'impreſſion qu'elle ſoutient, connoître la viteſſe du courant, Idem.
Connoiſſant la force avec laquelle une ſurface peut être mûe dans une eau dormante, trouver la viteſſe qu'elle aura, Idem.
Nouvelle maniere de meſurer la viteſſe d'un courant, auſſi parfaite que l'ancienne étoit défectueuſe, Idem.
Deſcription & uſage d'un inſtrument imaginé par M. Pitot pour meſurer la viteſſe d'un courant, Idem.
Application du même inſtrument pour meſurer le ſillage des vaiſſeaux, 256

Table troiſiéme, qui comprend les chûtes relatives aux viteſſes uniformes données par ſeconde, & les chocs dont l'eau qui auroit ces viteſſes peut être capable ſur une ſurface d'un pied quarré, 257.

SECTION XII.

Des Corps plongés dans l'eau, *Pag.* 269.

Un corps d'une peſanteur ſpécifique, moindre que celle de l'eau, ne s'y enfonce qu'en partie, Idem.
Conſéquences tirées du principe précedent, Idem.
Maniere de retirer les vaiſſeaux ſubmergés, 270
Un corps d'une peſanteur ſpécifique égale à celle de l'eau s'y maintient en équilibre à quelque profondeur qu'il y ſoit plongé, Idem.
Les corps perdent dans l'eau une partie de leur poids égal à celui du volume dont ils occupent la place, Idem.
Maniere de connoître le rapport de la peſanteur ſpécifique des corps à celle de l'eau, 271
Maniere de connoître la ſolidité des corps irréguliers en les plongeant dans l'eau, Idem.

Digitized by Google

Maniere de faire l'analyſe des Métaux mixtes ou héterogenes, Idem
Un corps d'une peſanteur ſpécifique plus grande que celle de l'eau y peut être ſoutenu lorſqu'il eſt attaché à un autre d'une peſanteur ſpécifique moindre, 273
Quand un corps d'une peſanteur ſpécifique plus grande que celle de l'eau y eſt plongé, il ceſſe en deſcendant de charger le fond du vaiſſeau avec toute ſa peſanteur, 274
Expérience qui confirme que les corps qui deſcendent dans l'eau, ne preſſent pas le fond avec toute leur peſanteur, 275

LIVRE SECOND.

Où l'on donne la deſcription des différentes ſortes de Moulins, la maniere d'en calculer les effets, & d'en découvrir le point de perfection.

CHAPITRE PREMIER.

Des Moulins pour moudre le Bled, où l'on trouve l'application des Principes qui peuvent contribuer à la perfection des Machines mûes par un courant.

Raiſons qui ont engagé l'Auteur a écrire ſur cette matiere, 277
Maniere dont les meules agiſſent pour moudre le bled, 278
L'effet d'une meule tournante dépend de ſa quantité de mouvement, 279
Raiſons qui font voir pourquoi les meules font un effort proportionné à leur peſanteur, Idem.
Les effets de deux meules différentes ſont dans la raiſon compoſée de leurs maſſes & de leurs viteſſes, 280
Attention qu'il faut avoir avant de conſtruire un Moulin à eau, 281
Remarques ſur la diſpoſition qu'on doit donner au courſier d'un Moulin, 283
Deſcription des Roues des moulins, nommée vulgairement Roues-à-pots, Idem.
Maniere de tirer la meilleure partie qu'il eſt poſſible d'une petite quantité d'eau qui répond à une chûte, 284
Quand on ſoutient l'eau pour faire tourner une roue de moulin, la force du courant dépend uniquement de la hauteur moyenne de l'eau, & non de l'étendue du terrein qui lui ſert de baſe au pied de l'écluſe, 286
Deſcriptions des Moulins à eau ordinaires, Idem.
Maniere de calculer l'effet de toutes les parties qui concourent à moudre le bled dans un moulin à eau, Idem.
A quoi ſe réduit le frottement de la roue ſur les tourillons, 288
Maniere de connoître le poids d'une meule, 289
La puiſſance qui ſurmonte l'action de la peſanteur relative d'une meule ſur le bled, eſt à peu près la trente-cinquiéme partie de la peſanteur abſolue de la meule, 292
Eſtimation de la quantité de bled que le moulin précedent peut moudre par jour, 293

Digitized by Google

Examen du moulin précedent, pour voir de combien il eſt éloigné du plus grand effet, Idem.
Maniere de diſpoſer les parties d'un moulin, pour que la même roue faſſe tourner deux meules à la fois, 295
Pour qu'un moulin ſoit complet, il faut qu'il puiſſe bluter la farine à meſure que le bled eſt moulu, Idem.
Deſcription d'un moulin exécuté à Mont-Royal avant la démolition de cette Place, 296
Maniere de faire chomer une ou pluſieurs roues qui ſe trouvent dans le même courſier, ſans empêcher les autres de tourner, Idem.
Quelles doivent être les proportions du moulin de Mont-Royal dans l'état de perfection, 297
Maniere de faire le calcul de toutes les parties du Moulin de Mont-Royal, 298
Connoiſſant la viteſſe d'un courant & la puiſſance qu'il faut pour faire tourner une roue de moulin, trouver la ſuperficie des aubes, 300
Maniere de regler la pente qu'il faut donner à un courſier dans lequel il ſe trouve pluſieurs roues de ſuite, pour que le courant puiſſe les frapper toutes avec la même force, Idem.
Deſcription d'un Moulin fort ſimple dans le goût de ceux qu'on fait en Provence, 301
Maniere de calculer la force que l'eau acquiert en coulant dans un canal incliné, Idem.
Autre eſpece de moulins en uſage ſur la Garonne, 302
Deſcription des moulins du Baſacle à Toulouſe, Idem.
Maniere de ſe ſervir du flux & reflux de la Mer pour faire tourner des roues toujours du même ſens, 304
Exemple d'un moulin exécuté autrefois à Dunkerque qui alloit par le flux & reflux de la mer, 306
Autre maniere de ſe ſervir du flux & reflux pour faire tourner des roues, 207
Maniere de faire une roue de moulin qui puiſſe tourner, étant entierement plongée dans l'eau d'une riviere, 308
Regle pour déterminer le nombre des aubes qu'il faut donner aux roues ſelon la grandeur de leur diamétre, 309
Deſcription d'un moulin à bras, 311
Autre Moulin à bras, 312
Calcul d'un moulin à bras, y compris celui des frottemens, Idem.
Deſcription d'un moulin à bras plus ſimple encore que le précedent, 315
Maniere de déterminer les dimenſions d'un moulin mis en mouvement par un Cheval, Idem.
Maniere de calculer le produit du même moulin, 318
Deſcription des Greniers à Poire pour conſerver le bled à l'imitation de ceux d'Ardres, 319

CHAPITRE II.

Des Moulins à ſcier le Bois, le Marbre, & à percer des Tuyaux, &c. 321.
A quoi ſe réduit le Mécaniſme d'un moulin à ſcier, Idem.
Deſcription générale d'un Moulin à ſcier, 322
De quelle maniere avance le chariot qui porte la piece qu'on veut ſcier, Idem.

Digitized by Google

De quelle maniere le moulin s'arrête de lui-même lorſque la piece eſt ſciée ſur toute ſa longueur, 324
De quelle maniere la Machine fait avancer la piece que l'on veut ſcier, Idem.
Détail de ce qui appartient à la ſcie, 326
Proportion qu'il faut donner à la roue dentée & à la hampe du pied de biche qui la fait tourner, 327
Détail des parties du chariot qui fait avancer la piece qu'on veut ſcier, 328
Dimenſions des principales parties du moulin, 329
La réſiſtance que la puiſſance motrice doit ſurmonter, ſe réduit à élever le poids du chaſſis de la ſcie, Idem.
Dans le cas du plus grand effet, la ſcie en deſcendant aura une action équivalente à celle des huit-neuviémes de la force abſolue du courant, Idem.
Calcul de la force qu'il faut pour faire avancer le chariot, lorſqu'il eſt chargé du plus gros arbre que la ſcie puiſſe jamais débiter, 330
Examen de l'action de la manivelle qui communique le mouvement à la ſcie, 331
Le poids de la ſcie doit être moindre que la force de la puiſſance qui ſeroit appliquée aux deux tiers du coude de la manivelle, Idem.
Examen du frottement du chaſſis de la ſcie contre les couliſſes, 332
Le poids de la ſcie doit être à la puiſſance qui ſeroit appliquée aux deux tiers du coude de la manivelle, dans le rapport de 30 à 31, Idem.
Maniere de découvrir quel doit être le poids de la ſcie & de ſon équipage dans le cas du plus grand effet, 333
Maniere de calculer le chemin que le chariot fera dans un tems déterminé, par conſéquent le progrès de la ſcie, 335
Quel eſt le réſultat du plus grand effet de ce moulin, 336
Examen de la force que la puiſſance employe à ſcier le bois, indépendamment des frottemens & des autres incidens, Idem.
Sujettions principales qui doivent diriger la conſtruction d'un moulin à ſcier; & qui peuvent ſervir d'exemple pour l'emplacement des Machines en général, 338
Deſcription d'un autre moulin à ſcier le Bois plus ſimple que le précedent, 341
Expérience ſur le travail des Scieurs de Long, 342
Deſcription d'un moulin pour ſcier le Marbre, 343
Deſcription d'un moulin pour percer des Tuyaux de bois, 345

CHAPITRE III.

Des Moulins à fabriquer la Poudre à Canon, & d'une Machine pour pulvériſer le Ciment, 348.

Produit des Moulins à Poudre qui ſont en France, Idem.
Dimenſions & peſanteur des Pilons, 349
Dimenſions de la roue du rouet & des lanternes, Idem.
Les Pilons ſont élevés alternativement, Idem.
Maniere de connoître la hauteur où les pilons ſont élevés, 350
La puiſſance qui fait tourner chaque hériſſon, n'agit pas avec une force uniforme, Idem.
Chaque Pilon peut être élevé avec une force toujours uniforme, en donnant aux levées une certaine courbure, Idem.

Digitized by Google

Compoſition de la Poudre à Canon, Page 351
Maniere de liſſer la Poudre à giboïer; 352
La viteſſe de la roue d'un moulin à Poudre doit être moderée & ne faire qu'environ 10 à 11 tours par minute, Idem.
Examen de l'effet de ce moulin dans ſon état actuel, 353
Maniere de conſiderer la réſiſtance des Pilons, Idem.
Il faut pour calculer la réſiſtance des Pilons, chercher un bras de levier moyen, 354
Maniere de calculer la peſanteur qu'il faut donner aux Pilons dans le cas du plus grand effet, Idem.
Le réſultat des calculs précedens eſt que ce moulin peut avoir 36 mortiers au lieu de 24, 358
Deſcription d'une Machine pour pulveriſer le Ciment, 359

CHAPITRE IV.

Des Moulins à Chapelets, Roues à eau, & autres Machines pour les Epuiſemens, *Pag.* 360.

Deſcription d'un Chapelet incliné mû par un cheval, Idem.
Deſcription d'un Chapelet incliné mû à force de bras, exécuté à Strasbourg pour les Ouvrages de la Ville, 361
Autre chapelet dans le goût du précedent, exécuté auſſi à Strasbourg pour les Ouvrages de la Fortification, 362
Des deux chapelets précedens, le premier épuiſe le double du ſecond, Idem.
La perfection des chapelets inclinés ſe réduit à placer les palettes à une diſtance égale à leur hauteur, & à incliner le plan ſous un angle de 24 degrés 21 minutes, 363
Maniere de calculer la réſiſtance qu'oppoſe l'eau qu'un chapelet incliné éleve, 364
Eſtimation de la puiſſance qui fait agir le chapelet du Magiſtrat de Strasbourg, 365
Calcul de la quantité d'eau que le même chapelet peut épuiſer par heure, Idem.
Deſcription d'un chapelet vertical pour les épuiſemens, 366
Calcul de la quantité d'eau qu'un chapelet vertical peut épuiſer par heure, 367
A quoi ſe réduit la puiſſance qui fait agir le chapelet précedent, 368
Deſcription d'un autre chapelet vertical, exécuté à Marſeille, 369
Autre chapelet mis en mouvement par un courant, Idem.
Deſcription de la Machine à chapelet, exécuté à Rochefort pour épuiſer les eaux de la forme, 370
Calcul de la même Machine, 373
Deux chevaux au lieu de quatre devroient ſuffire pour faire aller cette Machine, Idem.
La viteſſe des chevaux qui font alleo cette machine, eſt inferieure à leur viteſſe naturelle, 374
Deſcription d'une Pompe pour les épuiſemens, Idem.
Effet ſurprenant de cette Pompe, 375
Parallele de l'effet de la même Pompe à celui d'un chapelet vertical, 376
Réflexions ſur les Machines propres aux épuiſemens, 377
Autre Pompe à l'imitation de la précedente, mais moins imparfaite, Idem.

Digitized by Google

Maniere de déterminer les dimenſions de la Pompe précedente, eu égard à la puiſſance qui la meut, 378
Maximes générales qu'on doit ſuivre pour la conſtruction des machines, Idem.
Pluſieurs Machines différentes deſtinées à élever l'eau à une même hauteur, doivent en donner une même quantité, ſi elles ſont également parfaites & mûes avec la même puiſſance, Idem.
Deſcription d'une nouvelle Pompe pour les épuiſemens, 379
L'effet de la Pompe précedente eſt moindre que celui de la puiſſance qui la meut, 380
Examen des Machines appellées Hollandoiſes ou Epuiſe-volantes, 381
Uſage des Auges à ſoupape pour les épuiſemens, Idem.
La maniere la plus prompte de faire les épuiſemens eſt à force de bras, ſans le ſecours d'aucune machine, lorſqu'il ne faut élever l'eau qu'à une hauteur médiocre, 382
Deſcription d'une nouvelle Machine pour élever l'eau, Idem.
Deſcription du Tympan dont les anciens ſe ſervoient pour les épuiſemens, 384
Le Tympan eſt une machine des plus deffectueuſes, Idem.
Nouvelle Machine à l'imitation du Tympan, mais incomparablement plus parfaite, 385
Deſcription d'une Roue à godets, 386
Deſcription d'une autre Roue beaucoup plus parfaite que la précedente, Idem.
Maniere de calculer tout ce qu'il peut y avoir d'intéreſſant dans une roue à eau, 387
Diſcours préliminaire ſur la Vis d'Archimede, Idem.

Fin de la Table du premier Volume.

APPROBATION.

J'Ai lû par Ordre de Monſeigneur le Chancellier un Manuſcrit intitulé, *Architecture Hydraulique*, & j'ai crû que l'Impreſſion de cet Ouvrage ſeroit très-utile au Public. Fait à Paris ce 18 Juillet 1737. PITOT.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roy de France & de Navarre : A nos Amés & Feaux Conſeillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes Ordinaires de notre Hôtel, Grand Conſeil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra. SALUT : Notre très-cher & bien Amé le Sieur BERNARD BELIDOR, notre Conſeiller-Comiſſaire Provincial de notre Artillerie, & Profeſſeur Royal des Mathématiques aux Ecoles du même Corps, Membre des Académies Royales des Sciences d'Angleterre & de Pruſſe, correſpondant de celle de Paris, nous ayant fait remontrer qu'il auroit compoſé un Ouvrage qui a pour Titre, *Architecture Hydraulique*, qu'il ſouhaiteroit faire imprimer & graver & donner au Public, s'il Nous plaiſoit lui accorder nos Lettres de Privilége ſur ce néceſſaires, offrant pour cet effet de le faire imprimer & graver

Digitized by Google

en bon Papier & beaux Caracteres, ſuivant la feuille imprimée & gravée & attachée pour modele ſous le contre-ſcel des Préſentes. A CES CAUSES, voulant traiter favorablement ledit Sieur Expoſant, & reconnoître en ſa perſonne les Services qu'il nous a rendus, & ceux qu'il nous rend encore actuellement, tant de ſes fonctions de notre Commiſſaire Royal de notre Artillerie, que de celle de notre Profeſſeur des Mathématiques aux Ecoles du même Corps & autres, & lui donner les moyens de nous les continuer, Nous lui avons permis & permettons par ces Préſentes de faire imprimer & graver ledit Ouvrage ci-deſſus ſpécifié en un ou pluſieurs Volumes, conjointement ou ſéparément, & autant de fois que bon lui ſemblera, & de le faire vendre & débiter par tout notre Royaume pendant le tems de quinze années conſécutives, à compter du jour de la date deſdites Préſentes; Faiſons défenſes à toutes ſortes de perſonnes de quelque qualité & condition qu'elles ſoient d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre Obéiſſance, comme auſſi à tous Libraires, Imprimeurs & autres d'imprimer ou faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit Ouvrage ci deſſus expoſé en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns Extraits ſous quelque prétexte que ce ſoit d'augmentation, correction, changement de Titres ou autrement, ſans la permiſſion expreſſe ou par écrit dudit Sieur Expoſant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiſcation des Exemplaires imprimés, contrefaits, de trois milles livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers audit Sieur Expoſant, & de tous dépens, dommages & intérêts, à la charge que ces Préſentes ſeront enregiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris dans trois mois de la date d'icelles; Que la Gravure & l'Impreſſion dudit Ouvrage ſera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & que l'Impétrant ſe conformera en tout aux Reglemens de la Librairie, & notamment à celui du dix Avril 1725. & qu'avant que de l'expoſer en vente, le Manuſcrit ou Imprimé qui aura ſervi de copie à l'impreſſion dudit Ouvrage ſera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée, ès mains de Notre très-cher & féal Chevalier Garde des ſceaux de France le ſieur Chauvelin, & qu'il en ſera enſuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des ſceaux de France le Sieur Chauvelin; le tout à peine de nullité des Préſentes, du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ledit Sieur Expoſant ou ſes Ayans-cauſes, pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement : Voulons que la Copie deſdites Préſentes qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, ſoit tenue pour duement ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos Amés & Féaux Conſeillers & Secretaires foi ſoit ajoutée comme à l'Original : Commandons au premier notre Huiſſier, ou Sergent, de faire pour l'exécution d'icelles tous Actes requis & néceſſaires, ſans demander autre permiſſion, & nonobſtant clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires : CAR tel eſt notre plaiſir. DONNE' à Paris le dix-ſeptiéme jour de Septembre, l'An de grace mil ſept cens trente-ſix, & de notre Regne le ving-deuxiéme. Par le Roy en ſon Conſeil. SAINSON.

Digitized by Google

Regiſtré ſur le Regiſtre IX de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, N. 378. Fol. 333. conformément au Reglement de 1723. qui fait défenſes, Art. IV. à toutes perſonnes de quelque qualité qu'elles ſoient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, ſoit qu'ils s'en diſent les Auteurs ou autrement, & à la charge de fournir les huit Exemplaires preſcrits par l'Article CVIII. du même Reglement. A Paris le 18 Novembre 1736.

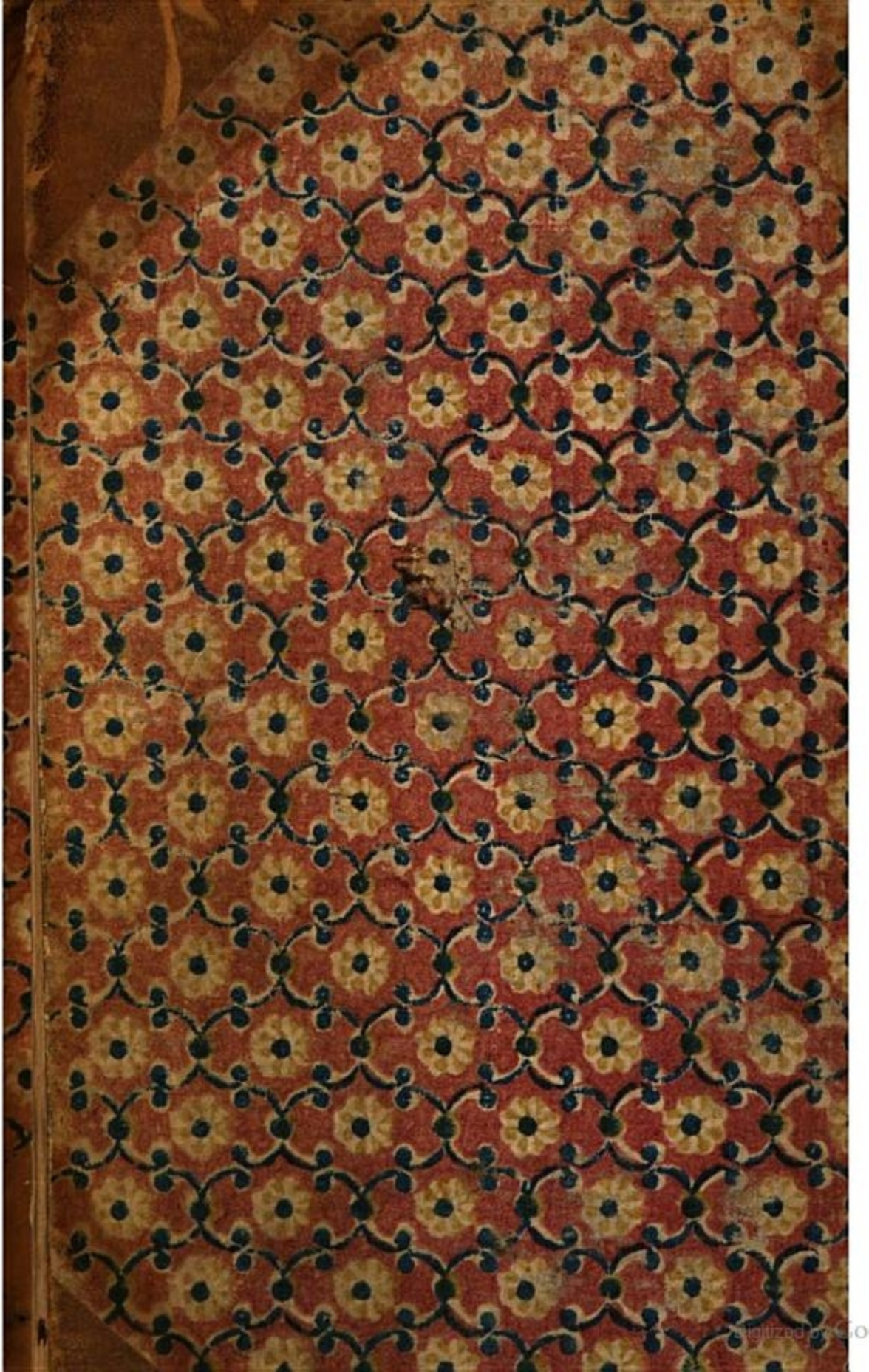
G. MARTIN, *Syndic*,

Digitized by Google

00563648
Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google


Digitized by Google